INSTITUT
FÜR
ANGEWANDTE SYSTEMFORSCHUNG UND OPERATIONS RESEARCH

(IASFOR)

STUDENTENPROTOKOLLE
zum Oberseminar im Anwendungsfach

Anwendungen der Spieltheorie

Herausgeber

Rudolf Avenhaus
Fritz Lehmann
Andreas Wölling

Bericht Nr. S-9703
Frühjahrstrimester 1997

Universität der Bundesv

Fakultät für

INFORMATIK

Werner-Heisenberg-Weg 39 • D-85577 Neubiberg

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved OMB No. 0704-0188

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)	2. REPORT DATE	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED
	1997	

4. TITLE AND SUBTITLE

Anwendungen der Spieltheorie

Applications of Game Theory

5. FUNDING NUMBERS

6. AUTHOR(S)

Editors -- Rudolf Avenhaus, Frtiz Lehmann, Andreas Woelling

7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)

Institut fuer Angewandte Systemforschung und Operations Research (IASFOR), Fakultaet fuer Informatik

8. PERFORMING ORGANIZATION Report Number REPORT NUMBER

Bericht Nr. S-9703

9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES

Universitaet der Bundeswehr Muenchen, Werner-Heisenberg Weg, D-85577 Neubiberg

10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER

11. SUPPLEMENTARY NOTES

Text in German. Title and abstract in German and English, 271 pages, Bericht Nr. S9703, 1997.

12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT

Distribution A: Public Release.

12b. DISTRIBUTION CODE

ABSTRACT (Maximum 200 words)

Games Theory applications are put forth in a series of contributive papers on various aspects: economic, political and social, arms control and disarmament, biology, and information technologies. Approximately half of the study covers the more general economic, political and social spheres, which is typical, since Game Theory is not purely mathematical nor scientific, but deals with human conflict and decision-making as well. The two contributions on the relation of Game Theory to Evolution, however, belie this commonly held notion.

14. SUBJECT TERMS

German, UNIBW, Nuclear disarmament, Game theory, Binomial Divisions, Electoral systems

15. NUMBER OF PAGES

16. PRICE CODE

17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE	19, SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT	20. LIMITATION OF ABSTRACT
UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNLIMITED

INSTITUT
FÜR
ANGEWANDTE SYSTEMFORSCHUNG UND OPERATIONS RESEARCH

(IASFOR)

STUDENTENPROTOKOLLE
zum Oberseminar im Anwendungsfach

Anwendungen der Spieltheorie

Herausgeber:

Rudolf Avenhaus
Fritz Lehmann
Andreas Wölling

Bericht-Nr. S-9703
Frühjahrstrimester 1997

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik
Werner-Heisenberg-Weg 39
85577 Neubiberg

Vorwort

Das im Frühjahrstrimester 1997 durchgeführte Oberseminar im Anwendungsfach der Fakultät für Informatik der Universität der Bundeswehr München war den Anwendungen der Spieltheorie gewidmet. Insgesamt wurden im Rahmen des Oberseminars 22 Vorträge gehalten, in denen Anwendungen aus den Bereichen der Wirtschaftswissenschaften, Politik- und Sozialwissenschaften, Rüstungskontrolle und Abrüstung, Biologie und Informatik vorgetragen wurden, und die einen lebendigen Eindruck von dieser immer noch jungen und sehr aktuellen Disziplin geben.

Bei der weitaus größten Zahl der Vorträge wurde die Spieltheorie als eine normative Theorie verstanden, d. h. es wurde mit ihrer Hilfe ermittelt, wie sich - rational handelnde - Entscheidungsträger in konkreten Situationen verhalten sollten. Verhalten sich die „Spieler" - ohne Kenntnis der Theorie nun aber auch wirklich so, oder sind es nicht berücksichtigte, z. T. unbekannte Mechanismen und Motivationen, die die Spieler bewegen und zu ganz anderen Entscheidungen führen? Antworten auf diese Fragen versuchen Wissenschaftler im Rahmen der deskriptiven Spieltheorie mit Hilfe gezielter Experimente zu finden, und diesem Thema war der Vortrag von Reinhard Selten am 20. Juni 1997 gewidmet, der Höhepunkt und Abschluß der Veranstaltungsreihe bildete.

Mit Vorlage dieses Sammelbands, der die von den Studenten erstellten und in einzelnen Fällen von den jeweiligen Vortragenden überarbeiteten und mit Literaturangaben versehenen Vortragsprotokolle enthält, sollen die Seminarvorträge einem breiteren Publikum zur Verfügung gestellt werden.

Die Herausgeber danken den Vortragenden für ihre interessanten und kenntnisreichen Beiträge und hoffen, daß ihre Gedanken von den Seminarteilnehmern richtig wiedergegeben wurden. Dank gilt ebenfalls den Studenten, die sich der mühevollen Aufgabe unterzogen haben, die Seminarvorträge in eine schriftliche Fassung zu bringen.

Besonderer Dank gilt an dieser Stelle auch dem Freundeskreis der Universität, der wie schon in früheren Jahren auch dieses Mal die Durchführung des Oberseminares finanziell unterstützt und dadurch erst ermöglicht hat.

Neubiberg, im Herbst 1997

Die Herausgeber

Inhalt

Rudolf Avenhaus
Fakultät für Informatik
Universität der Bundeswehr München

Anwendungen der Spieltheorie
Einführung in das Oberseminar im Anwendungsfach
im Frühjahrstrimester 1997

Protokoll von

Steffen Haupt
Christoph Pointner

Universität der Bundeswehr
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 11. April 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Geschichte der Spieltheorie

Die Spieltheorie ist ein Kind des 20. Jahrhunderts. E. Zermelo war der erste, der sich mit einem spieltheoretischen Problem mit Hilfe von mathematischen Methoden auseinandersetzte (Zermelo 1912). Es folgte 1928 eine wichtige Arbeit von J. v. Neumann, in der die Existenz von Sattelpunkten in Nullsummenspielen mit endlichen Mengen reiner Strategien bewiesen wurde (v. Neumann 1928). Ähnliche Überlegungen stellte zur gleichen Zeit E. Borel an (Borel 1921).

Einen Meilenstein in der Entwicklung der Spieltheorie stellte das Werk „Theory of Games and Economic Behavior“ von O. Morgenstern mit J. v. Neumann (1945) dar. Vorläufiger Höhepunkt in der Anerkennung der Spieltheorie als eigenständiger wissenschaftlicher Disziplin stellte die Verleihung des Nobelpreises 1994 für Wirtschaftswissenschaften an die drei Spieltheoretiker J. Harsanyi, J. Nash und R. Selten dar. Ein Überblick über den gegenwärtigen Stand der Spieltheorie gibt das dreibändige Handbuch zur Spieltheorie von R. Aumann und S. Hart (1995 ff.).

Die deutsche Bezeichnung für dieses Wissensgebiet ist nicht unbedingt glücklich gewählt, da viele Außenstehende mit „Spieltheorie“ die ausschließliche Vorstellung einer Theorie von Gesellschaftsspielen verbinden. Aus diesem Grunde wurden allgemeinere Bezeichnungen wie zum Beispiel „Theorie des rationalen Verhaltens“ vorgeschlagen, die sich jedoch bis heute nicht durchgesetzt haben.

2 Anwendungen der Spieltheorie

Bevor wir von der Anwendung einer wissenschaftlichen Theorie sprechen können, müssen wir klären, was darunter zu verstehen ist. Die Antwort auf diese Frage hängt natürlich vom Befragten ab. Für den reinen Theoretiker ist eine Anwendung die nächst-niedrige Stufe einer Theorie: Als Beispiel sei der bekannte Satz von De Moivre und Laplace genannt, demzufolge die Binomialverteilung für große Stichproben gegen die Normalverteilung geht. Heute ist dieser Satz nur noch ein Spezialfall des Zentralen Grenzwertsatzes, eine Anwendung eben. Der Praktiker in Industrie und Wirtschaft hat von der Anwendung einer Theorie natürlich eine ganz andere Vorstellung: Sie soll ihm Handlungsanweisungen liefern, sei es bei der Lagerhaltung für Ersatzteile, sei es bei der Berechnung von Tragwerksprofilen von Flugzeugen, oder bei ganz anderen Dingen.

Man wird also ganz allgemein zwischen verschiedenen Ebenen von Anwendungen einer Theorie unterscheiden müssen, und dies trifft insbesondere auch für die Spieltheorie zu. Dabei soll im folgenden die erstgenannte Anwendung, daß nämlich spieltheoretische Sätze oft sehr schöne Spezialfälle von abstrakt-mathematischen Sätzen sind, beiseite gelassen werden. Zum einen liefert die Spieltheorie Einsichten in geläufige Phänomene: Das bekannte Gefangenen-Dilemma dient als Paradigma für viele „verfahrene“ Situationen in Politik und Wirtschaft. Zum zweiten deckt die Spieltheorie strukturelle Zusammenhänge auf, die im Experiment überprüft werden können, zum Beispiel in der Biologie. Und zum dritten gibt es Anwendungen im Sinne des Praktikers, d. h. Verhaltensvorschriften etwa für Bieter bei Auktionen oder für Inspektoren bei der Durchführung von Kontrollen.

Die möglichen Anwendungen der Spieltheorie sind breit gestreut und stellen Beispiele für alle soeben genannten Arten von Anwendungen dar. Im folgenden sollen die wichtigsten Anwendungsbereiche exemplarisch erwähnt werden. Das umfangreichste Gebiet stellen dabei die

Wirtschaftswissenschaften mit ihren Betrachtungen von Märkten und Marktsituationen (Oligopole, Kartelle, usw.) dar. In diesem Zusammenhang werden auch Auktionen und Verhandlungen spieltheoretisch analysiert. In der *Biologie* dient die Spieltheorie zur Untersuchung bestimmter Phänomene der Evolution, wie Räuber-Beute-Systeme und Populations- und Territorienkämpfe. Ähnlich den Wirtschaftswissenschaften sind Probleme wie Machtstrukturen, Koalitionen und Verhandlungen in der *Politologie* und *Soziologie* Forschungsgebiete. In den *Militärwissenschaften* findet die Spieltheorie bei taktischen und strategischen Problemen Anwendung und hilft bei der Analyse von Gefechten. Der operative Wert derartiger Lösungen ist jedoch noch nicht eindeutig geklärt. Methoden der Spieltheorie können auch in *Abrüstung* und *Rüstungskontrolle* zur Verifikation der Einhaltung internationaler oder bilateraler Verträge und Vereinbarungen genutzt werden. Schließlich sind in jüngster Zeit konkrete Anwendungen der Spieltheorie in der Informatik diskutiert worden.

3 Einfache Beispiele

Im folgenden soll versucht werden, die wichtigsten Begriffe, Modellbildungen und Lösungskonzepte der nicht-kooperativen Spieltheorie mit Hilfe von einfachen Beispielen zu erklären. Die formalen Definitionen lassen sich dann in einschlägigen Lehr- und Handbüchern nachlesen.

3.1 Beispiel 1: „Nimm-Spiel“

Wir nehmen an, daß in einer ersten Reihe zwei Streichhölzer, in einer zweiten Reihe drei Streichhölzer liegen (siehe Abbildung). Zwei Spieler ziehen abwechselnd, wobei Spieler I beginnt. Der Spieler, der am Zug ist, darf ein, zwei oder drei Hölzer wegnehmen; alle weggenommenen Hölzer müssen jedoch einer Reihe angehören. Der Spieler, der das letzte Streichholz wegnimmt, hat gewonnen.

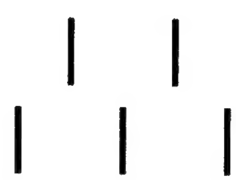


Abbildung 1: Ausgangssituation beim einfachen „Nimm-Spiel“

Die möglichen Züge dieses Spieles werden nun durch die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 12, 34, 45, 345 gekennzeichnet. Die Zahlen symbolisieren dabei, welches bzw. welche Hölzchen aus welcher Reihe genommen wurden; nämlich:

1. eines der beiden noch vorhandenen Hölzchen der 1. Reihe
2. das letzte noch vorhandene Hölzchen der 1. Reihe
3. eines der drei noch vorhandenen Hölzchen der 2. Reihe
4. eines von zwei noch vorhandenen Hölzchen der 2. Reihe
5. das letzte noch vorhandenen Hölzchen der 2. Reihe
12. beide Hölzchen der 1. Reihe
34. zwei der noch vorhandenen drei Hölzchen der 2. Reihe
45. die letzten zwei noch vorhandenen Hölzchen der 2. Reihe
345. alle drei Hölzchen der 2. Reihe.

Nun soll mit Hilfe der Spieltheorie geklärt werden, ob es eine für Spieler I zu bevorzugende Strategie, mit der er in jedem Fall gewinnt, gibt. Zur Lösung des Problems werden folgende Formalisierungen vorgenommen. Zuerst werden die möglichen Züge durch Zahlen gekennzeichnet. Der Spielverlauf wird als nach unten wachsender Baum dargestellt. An den Knoten des Baumes steht immer, welcher Spieler am Zug ist. Steht an einem Blatt ein ‚+', so bedeutet dies, daß Spieler I gewinnt, ansonsten Spieler II (siehe dazu Abbildung 2).

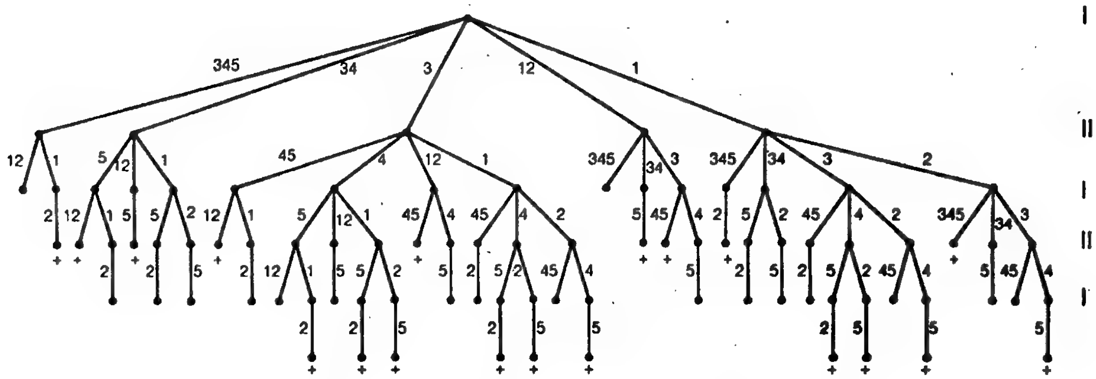


Abbildung 2: Extensive Form des „Nimm-Spiels"

Zunächst sollen einige formale Begriffe, die im Lösungsverlauf Bedeutung erlangen, erklärt werden. Das betrachtete Beispiel ist ein *Spiel mit vollständiger Information*, das heißt, daß jeder der beiden Spieler jederzeit alles über den Stand des Spieles weiß. Hier bedeutet dies, daß der Spieler, der am Zuge ist, weiß, wieviele Hölzchen noch vorhanden sind. Durch die Anzeige aller möglichen Spielverläufe, wie in dargestellt, wird das Spiel in *extensiver Form* dargestellt. Zur Lösung des Spieles kommt das Verfahren der *Rückwärtsinduktion* zur Anwendung, das bedeutet, daß man die Betrachtung des Baumes an den Blättern beginnend zur Wurzel fortsetzt. Eine Strategie, bei der Spieler I in jedem Fall gewinnt, heißt *Gewinnstrategie* für diesen Spieler. Im genannten Beispiel werden durch Rückwärtsinduktion die für beide Spieler ungünstigen Strategien gestrichen. Nach Ende des Verfahrens ergibt sich Strategie 3 als Gewinnstrategie für Spieler I. Wie an diesem einfachen Problem, das gewiß auch mit formalisiertem Menschenverstand und ohne Theorie lösbar ist, zu sehen ist, ist die formelle Betrachtung schon recht kompliziert. Dies ist typisch für die Spieltheorie.

3.2 Beispiel 2: „Steuerprüfung" nach Reinhard Selten (1982)

Wir betrachten ein nicht-kooperatives Zweipersonen-Spiel, dessen extensive Form in Abbildung 3 dargestellt ist.

Das Finanzamt als Spieler I steht dem Steuerpflichtigen als Spieler II gegenüber. Letzterer erwägt mit Wahrscheinlichkeit 0,2 eine Steuerhinterziehung (B) von 10 Geldeinheiten. Das Finanzamt kann zunächst eine oberflächliche Überprüfung (K) durchführen, an die eine gründlichere (N) angeschlossen wird, falls sich Anhaltspunkte für einen Steuerbetrug ergeben haben. Die oberflächliche Überprüfung belastet das Finanzamt mit Kosten in Höhe von 1, die gründlichere mit zusätzlichen Kosten in Höhe von 4 Geldeinheiten. Falls tatsächlich Steuern hinterzogen werden, ergeben sich auf jeden Fall bei der oberflächlichen Überprüfung Anzei-

chen für Steuerhinterziehung. Falls keine Steuern hinterzogen werden, ergeben sich mit Wahrscheinlichkeit 0,25 bei der oberflächlichen Überprüfung Anzeichen für die Hinterziehung. In diesem Falle entscheidet das Finanzamt, ob es eine genauere Untersuchung (N) durchführt oder nicht ($\overline{N}$). Bei der genaueren Untersuchung wird eine Steuerhinterziehung mit Sicherheit festgestellt. In diesem Fall muß der Steuerpflichtige 25 Geldeinheiten an das Finanzamt bezahlen. Bei dem Spiel existiert ein *Quasispieler*, der Zufall, als Spieler 0.

Der Hauptunterschied gegenüber Beispiel 1 besteht darin, daß das Finanzamt, Spieler I, nicht weiß, an welchem Knoten im Baum (siehe Abbildung) es sich befindet. Dieser Spieler hat also nur *unvollständige Information*. Somit ist das Verfahren der Rückwärtsinduktion nicht ohne weiteres anwendbar. Überdies kann man hier nicht, wie vorher, davon sprechen, daß ein Spieler „gewinnt", der andere „verliert". Vielmehr muß man davon ausgehen, daß beide Spieler ihre Auszahlungen maximieren wollen. Wir illustrieren dies an einem einfacheren Beispiel.

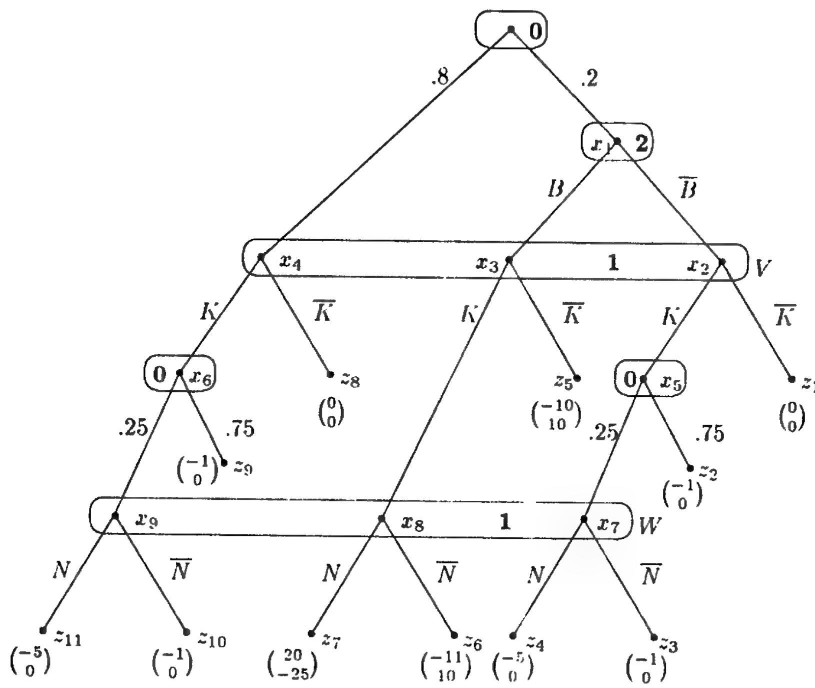


Abbildung 3: Extensive Form des Spieles „Steuerprüfung"

3.3 Beispiel 3: „Zwei-Finger-Morra"

Zwei Spieler heben einen oder zwei Finger in die Höhe. Stimmen die beiden Anzahlen überein, so gewinnt Spieler I soviel Geldeinheiten, wie die Summe der gezeigten Finger angibt, andernfalls gewinnt Spieler II diese Summe. Wir betrachten

a) ein Spiel mit vollständiger Information, wobei Spieler II sieht, welche Fingerzahl Spieler I zeigt;
b) ein Spiel mit unvollständiger Information, wobei beide Spieler gleichzeitig die Finger heben.

Die *extensive Form* beider Spielvarianten ist in Abbildung 4 angegeben:

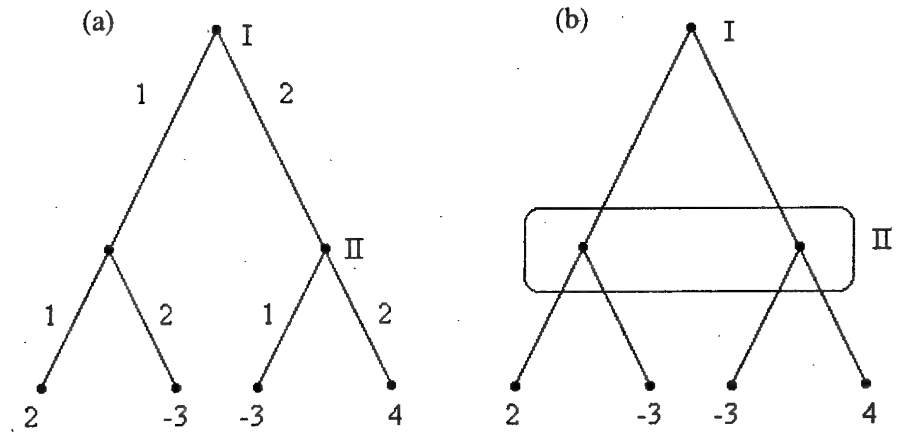


Abbildung 4: Extensive Form des „Zwei-Finger-Morra" mit (a) vollständiger und (b) unvollständiger Information

Wir wollen beide Spiele „lösen", d.h. für beide Spieler Handlungsanweisungen geben, die ihre jeweiligen Gewinne maximieren.

Zur Lösung des „Zwei-Finger-Morra" mit vollständiger Information wenden wir wieder das Verfahren der Rückwärtsinduktuion an. Spieler II überlegt sich, was er tut, wenn Spieler I einen bzw. zwei Finger hebt. Im ersten Fall hebt er zwei Finger, im zweiten Fall einen Finger. Sein Gewinn ist in beiden Fällen der gleiche, drei Geldeinheiten. Spieler I überlegt sich, was sich Spieler II überlegt, und kommt zum Schluß, daß es für ihn gleichgültig ist, wie viele Finger er hebt, er verliert in jedem Fall drei Geldeinheiten. Für Spieler I ist dies also kein befriedigendes Spiel, auch wenn es für ihn *zwei Lösungen* gibt.

Für das entsprechende Spiel mit unvollständiger Information verfängt dieses Verfahren nicht, da Spieler II ja nicht weiß, wieviele Finger Spieler I hebt. Zur Lösung des Spiels wandeln wir daher zunächst die extensive Form des Spieles in die *Normalform* um: beide Spieler haben die gleichen Strategiemengen; sie können unabhängig und ohne Wissen voneinander einen oder zwei Finger heben. Die Auszahlungen an Spieler I stellen wir gemäß Abbildung 5 in einer *Normalform* dar.

SpI\SpII	1	2
1	2	-3
2	-3	4

Abbildung 5: Normalform des „Zwei-Finger-Morra" mit unvollständiger Information

Nun überlegen wir: falls Spieler II einen Finger hebt, ist seine schlechteste Auszahlung –2, falls er zwei Finger hebt, -4. Er kann sich also die Auszahlung –2 *garantieren*, falls er einen Finger hebt. Bei Spieler I führen beide Strategien auf die schlechteste Auszahlung –3. Diese beiden garantierten Auszahlungen stimmen nicht überein. Würden sie dies tun, dann sprächen wir von einem *Sattelpunkt* oder *Gleichgewichtspunkt* des Spieles und würden ihn als Lösung bezeichnen.

Zu einer solchen Lösung kommen wir, wenn wir die Strategiemengen erweitern, d.h. zulassen, daß beide Spieler ihre bisherigen Strategien mit *Wahrscheinlichkeiten* spielen. Wir nehmen also an, daß Spieler I die Strategie 1 bzw. 2 mit Wahrscheinlichkeit p bzw. $1-p$, Spieler II die Strategien 1 bzw. 2 mit Wahrscheinlichkeiten q bzw. $1-q$ spielt. Die zu erwartende Auszahlung an Spieler I ist dann

$$I_I(p,q) = (2p-3(1-p))q + (-3p+4(1-p))(1-q),$$

diejenige an Spieler II natürlich

$$I_{II}(p,q) = -I_I(p,q).$$

Wie charakterisieren wir nun eine Lösung dieses erweiterten Spieles?
Spieler I sucht die Strategie p^*, die das Minimum seiner Auszahlung bezüglich aller Strategien seines Gegners maximiert,

$$p^* = \arg\max_p \min_q I_I(p,q).$$

Umgekehrt natürlich Spieler II, der die Strategie q^* sucht gemäß

$$\begin{aligned} q^* &= \arg\max_q \min_p I_{II}(p,q) \\ &= \arg\max_q \min_p (-I_I(p,q)) \\ &= \arg\min_q \max_p I_I(p,q). \end{aligned}$$

Falls die beiden so bestimmten Strategien zur gleichen Auszahlung an Spieler I (und damit auch an Spieler II) führen, sprechen wir von einem Gleichgewicht, d.h. einer Lösung dieses Spiels.

Nach J. v. Neumann (1928) existiert in der Menge der gemischten Strategien eine Gleichgewichtslösung, d.h. ein Paar von Strategien (p^*,q^*), die der folgenden Forderung genügen:

$$\max_p \min_q I_I(p,q) = \min_q \max_p I_I(p,q)$$

Wir bestimmen in unserem Beispiel p^* wie folgt, siehe Abbildung 6: Spieler I hat wie schon erwähnt die Auszahlung

$$\begin{array}{ll} 2p-3(1-p) & \text{falls Spieler II Strategie 1 wählt} \\ -3p+4(1-p) & \text{falls Spieler II Strategie 2 wählt} \end{array}$$

Das Maximum (bzgl. p) des Minimums (bzgl. der reinen Strategie von Spieler II) liegt also bei p^*, das gegeben ist durch

$$2p^*-3(1-p^*) = -3p^*+4(1-p^*).$$

Explizit lautet die Gleichgewichtsstrategie von Spieler I also

$$p^* = \frac{7}{12},$$

die Gleichgewichts-Auszahlung an Spieler I ist daher

$$I_I^* = -\frac{1}{12}.$$

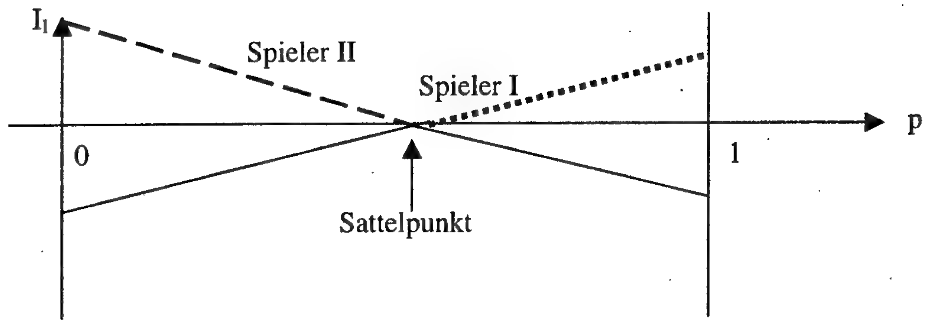


Abbildung 6: Grafische Darstellung des Sattelpunktes

Die bisher vorgestellten Beispiele legen nun die folgende formale Beschreibung eines nicht-kooperativen Spieles nahe.

Im mathematischen Sinne ist ein *nicht-kooperatives Spiel* charakterisiert durch
- die Menge der Spieler
- die Strategiemengen aller Spieler. Zur Beschreibung gehören die „Spielregeln" (gleichzeitig, nacheinander usw.) sowie der Informationsstand aller Spieler zu allen Zeitpunkten.
- die Auszahlungen an alle Spieler für alle möglichen Ergebnisse des Spiels.

Ein *Gleichgewicht* eines nicht-kooperativen Spieles ist ein Strategien-Tupel mit der Eigenschaft, daß ein einseitiges Abweichen von diesem Gleichgewicht die Auszahlung des abweichenden Spielers nicht verbessert (Nash 1950). Wie wir gesehen hatten, muß ein Gleichgewicht nicht eindeutig sein, und es muß gar nicht existieren. Ist das Gleichgewicht eindeutig bestimmt, dann sprechen wir von einer *Lösung* des Spieles.

Die für ein Zweipersonen-Nullsummenspiel gegebene Definition des Gleichgewichtes ist ein Spezialfall der hier gegebenen Definition. Da bei mehreren Sattelpunkten die Strategien vertauscht werden können und überdies die Auszahlungen immer dieselben sind, können wir einen Sattelpunkt ohne Einschränkung als Lösung betrachten.

4 Das Gefangenen-Dilemma

Das bekannteste Paradigma der Spieltheorie ist das sogenannte „Gefangenen-Dilemma". Es dient als Erklärungsansatz für zahlreiche paradoxe Situationen, für die wir später einige Beispiele angeben wollen. Bei diesem Spiel handelt es sich um ein nicht-kooperatives Zweipersonen-Spiel mit endlichen Strategiemengen beider Spieler. Wir sprechen in diesem Fall auch

von einem Bimatrix-Spiel, da sich die Normalform dieses Spieles in Form zweier ineinandergeschachtelter Matrizen darstellen läßt, siehe Abbildung 7.

Es werden zwei verdächtige Personen gefangen genommen und getrennt eingesperrt. Der Staatsanwalt ist sich sicher, daß beide ein schweres Verbrechen begangen haben, aber es fehlt ihm noch der zwingende Beweis. Er erklärt beiden, daß sie zwei Alternativen haben, sich zum Verbrechen zu bekennen oder nicht. Wenn beide sich nicht bekennen, will der Staatsanwalt sie wegen eines kleineren hochgespielten Deliktes anklagen, sie würden dann eine mäßige Strafe (1 Jahre) erhalten. Wenn beide bekennen, erhalten sie eine geringere Strafe (8 Jahre) als die Höchststrafe. Wenn nur einer der beiden bekennt, wird der Bekenner eine milde (0,5 Jahre), der andere Gefangene die Höchststrafe (10 Jahre) erhalten. Die Normalform des Spiels ist in Abbildung dargestellt.

Spieler II Spieler I	Nicht bekennen	Bekennen
Nicht bekennen	1 1	0,5 10
Bekennen	10 0,5	8 (*) 8

Abbildung 7: Normalform des Gefangenen-Dilemmas

Die Pfeile in der Abbildung deuten an, in welche Richtung sich der isolierte Spieler zur Verringerung seiner Gefängnisstrafe bewegt, wenn er mit dem anderen Verdächtigen nicht kooperieren kann.

Dieses Vorgehen führt zum einzigen Gleichgewicht des Spiels, das gegeben ist, wenn beide Spieler bekennen. Damit stellen sie sich allerdings viel schlechter, als bei beiderseitigem Nichtbekennen. Dies würde jedoch erfordern, daß sich die beiden Gefangenen absprechen, was beim nicht-kooperativen Spiel ja gerade ausgeschlossen wird.

Im folgenden seien einige realistische Situationen, auf die das Gefangenen-Dilemma anwendbar ist, genannt, nämlich

- Bekämpfung des Wassermangels in einer Stadt durch den einzelnen Bürger und die daraus resultierende Wirkung auf die Gesamtheit,
- Zahlen von Steuern,
- Wahrung der Preisstabilität für Produkte durch Verringerung der Produktion durch einzelne Firmen, und
- Aufrüsten zweier verfeindeter Staaten bei gleichzeitiger allgemein-wirtschaftlicher Verarmung.

Bisher haben wir angenommen, daß das beschriebene Spiel nur ein einziges Mal gespielt wird, was in der oben angegebenen Situation gerechtfertigt sein mag. Axelrod (1984) hat mit Hilfe von Experimenten herausgefunden, daß sich bei wiederholten nicht-kooperativen Spielen auch eine Art von Kooperation herausbildet („TIT FOR TAT") dergestalt, daß jeder Spieler so antwortet, wie es der andere vorgemacht hat.

5 Kampf der Geschlechter

Als abschließendes Beispiel für ein Spiel mit mehreren Gleichgewichtspunkten dient der sogenannte Kampf der Geschlechter. Ein Ehepaar will gemeinsam ins Kino gehen, zwei Filme, A oder B, kommen in Frage. Der Mann als Spieler I bevorzugt Film A, die Frau als Spieler II Film B. Der Mann hat, falls die Frau mit ihm in den Film seiner Wahl geht, den Nutzen 2, die Frau nur 1. Umgekehrt ist es bei Film B. Können sich beide nicht einigen, das heißt gehen sie getrennt ins Kino, haben beide den Nutzen –1, siehe Abbildung 8.

An diesem Beispiel sieht man, daß man hier mittels der nicht-kooperativen Spieltheorie keine befriedigende Lösung, das heißt eine Handlungsanweisungen an die Spieler, finden kann. Rein intuitiv könnte man vorschlagen, daß die Spieler auf jeden Fall gemeinsam ins Kino gehen. Die Auswahl des Filmes müßte zum Beispiel durch Losen entschieden werden. Dies wäre dann aber ein Problem der kooperativen Spieltheorie.

Spieler II Spieler I	Film A	Film B
Film A	1 (*) 2	-1 -1
Film B	-1 -1	2 (*) 1

Abbildung 8: Normalform des Kampfes der Geschlechter

Mit Hilfe der Analyse der Präferenzrichtungen, die wir schon beim Gefangenen-Dilemma angewandt hatten, können hier zwei Gleichgewichtspunkte (A,A) und (B,B) in reinen Strategien ermittelt werden. Für den Fall gemischter Strategien ergibt sich folgendes drittes Gleichgewicht:

$$p^*(A) = 0{,}6 \qquad p^*(B) = 0{,}4 \qquad q^*(A) = 0{,}4 \qquad q^*(B) = 0{,}6 .$$

Die zugehörigen Erwartungsauszahlungen für beide Spieler ergeben sich zu 0,2.

Zu bemerken ist, daß beide Spieler diese Auszahlung auch erhalten, indem sie ihre bezüglich der Strategienwahl des anderen Spielers minimale Auszahlung maximieren. Diese Auszahlung stellt somit die *garantierte* Auszahlung beider Spieler dar.

Wie erwähnt ist dieses Beispiel typisch für Spiele mit mehreren Gleichgewichten. Man sieht aber auch, daß hier mittels der nicht-kooperativen Spieltheorie keine befriedigende Lösung, d.h. Handlungsanweisung an die Spieler, gewonnen werden kann. Abhilfe schafft hier die *kooperative Spieltheorie*. Ein Beispiel dafür liefert die Verhandlungslösung von Nash (1952), bei der sich die beiden Spieler auf ein Zufallsexperiment einigen, dessen Ausgang dann fest-

legt, welchen Film sie gemeinsam ansehen. In unserem symmetrischen Fall ergibt sich, daß beide Filme mit fünfzigprozentiger Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden; die Nash'sche Verhandlungslösung liefert aber auch eine Vorschrift für den unsymmetrischen Fall, d.h. wenn der Besuch eines Filmes für einen Spieler wesentlich wichtiger wäre als der Besuch des anderen Filmes für den anderen Spieler.

6 Literatur

Aumann, R.; Hart, S. (Herausgeber): *Handbook on Game Theory.* 3 Bände Elsevier Publisher (1992, 1994 und in Vorbereitung).

Axelrod, R.: *The Evolution of Cooperation.* Basic Books, New York, 1984.

Borel, E.: *La theorie du jeu et les equations integrales a noyau symetrique.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences 173, 1921, S. 1304-1308.

Nash, J. F.: *The Bargaining Problem.* Econometrica 18, 1950, S. 155-162.

Nash, J. F.: *Non- Cooperative Games.* Annals of Mathematics 54, 1951, S. 286-295.

Neumann, J. v.: *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele.* Mathematische Annalen 100, 1928, S. 295-320.

Neumann, J. v.; Morgenstern, O.: *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton University Press, 1944.

Selten, R.: *Einführung in die Theorie der Spiele mit unvollständiger Information.* Schriften des Vereines für Sozialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Neue Folge Bd. 126: „Information in der Wirtschaft", 1982, S. 81-147.

Zermelo, E.: *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels.* Proc. of the 5th International Congress of Mathematicians, Vol II, 1912, S. 501-504.

Peter Friedrich
Xiao Feng
Fakultät für Wirtschafts- und Organisationswissenschaften
Universität der Bundeswehr München

Ein Modell zur Analyse des Vertragsmanagements der Bundesanstalt für vereinigungsbedingte Sonderaufgaben

Protokoll von

Christian Werner
Hafid Boualam
Christian Kuhnlein

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 18. April 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Problemstellung

1.1 Einleitung

Hinter dem Begriff „Bundesanstalt für vereinigungsbedingte Sonderaufgaben (BvS)“ verbirgt sich die am 1.1.1995 gegründete Nachfolgeinstitution der Treuhandanstalt. Sie wurde in der Treuhandphase II zusammen mit der Liegenschaftsgesellschaft, der Treuhandanstalt mbH (TLG), der Bodenverwaltungs- und -verwertungs GmbH (BVVG), der Beteiligungs-Management-Gesellschaft Berlin mbH (BMGB) und weiteren speziellen Gesellschaften ins Leben gerufen, um die ungelösten Aufgaben der Treuhandanstalt zu lösen.

Die Treuhandanstalt wurde Ende 1994 als erfolgreich erklärt und aufgelöst, obwohl noch einige ihrer Aufgaben, die den Aufbau des privaten und öffentlichen Sektor betrafen, nicht erledigt waren. Die Treuhandanstalt umfaßte mit ihren Niederlassungen und den ihr zugeordneten Institutionen, z.B. Treuhandunternehmen, zahlreiche nicht umgewandelte Betriebe, Spezialgesellschaften, sowie eine enorme Anzahl an Betrieben und Vermögenswerten, z.B. land- und forstwirtschaftlichen Flächen. Mit ihrer Auflösung wurde die Treuhandphase I beendet.

Zur Zeit äußern Politiker wiederum, daß die BvS ihre Aufgaben weitgehend erledigt hat, und sie somit im Jahre 1998 als erfolgreiche Institution aufgelöst werden kann. Allerdings bleiben Aufgaben unerledigt, und es würde eine Treuhandphase III folgen. Strittig ist, ob die BvS weitergeführt werden soll, oder Länderinstitutionen gebildet werden oder ob die Aufgaben vom Bundesfinanzministerium übernommen werden sollen. Betriebswirtschaftliche Gründe sprechen für die Weiterführung der BvS. Leider hat man sowohl beim Übergang auf die BvS als auch zur Zeit nicht die grundsätzliche Ausrichtung der Transformationspolitik und Aufgabenerfüllung der BvS oder der nun eventuell nachfolgenden Institutionen diskutiert, insbesondere hinsichtlich des Vertragsmanagements.

1.2 Fragestellung

Bei dem Verkauf von Betrieben sowie Vermögensteilen hatte die Treuhandanstalt volkswirtschaftliche Ziele (bis zu 39) zu berücksichtigen, die sie auf vier Ziele komprimiert hatte:

- Erzielen von Einnahmen
- Arbeitsplätze sichern
- Investitionen bewirken
- neue Produktionen ermöglichen

Diese Ziele liegen einer handlungsorientierten Erfolgsmessung der Treuhandanstalt und der BvS zugrunde. Der erwünschte Erfolg schlägt sich zum einen in den festgelegten Zielerreichungen im Verkaufsvertrag in Treuhandphase I und in der Vertragserfüllung in Treuhandphase II bzw. III nieder. Deshalb muß über den Vertragsabschluß hinaus auch das Vertragsmanagement von ca. 60.000 Verträgen der Treuhandanstalt bzw. BvS als erfolgsbestimmend angesehen werden.

Es stellt sich nun die Frage, welche Wirkungen die unterschiedlichen Grundpolitiken des Vertragsmanagements auf den Gesamterfolg der Treuhandanstalt haben. Insbesondere ist dabei von Interesse:

a) Wie lassen sich Erstverträge der Treuhandanstalt modellieren?
b) Wie berücksichtigen wir die Grundpolitiken des Vertragsmanagements in den Modellen?
c) Welche Wirkungen besitzen die verschiedenen Grundpolitiken auf den Gesamterfolg der Treuhandanstalt?
d) Welche Grundpolitik des Vertragsmanagements sollte verfolgt werden?

2 Grundpolitiken des Vertragsmanagements

Das Vertragsmanagement betrifft die Kontrolle und Regulierung von Vertragserfüllungen, Vertragsänderungen sowie Vermögens- und Betriebsrücknahmen, Unternehmenskäufe oder Folgeverwertungen aus Verkaufsverträgen der Treuhandanstalt. Folgende fünf Grundpolitiken der BvS oder Nachfolgeorganisationen sind für das Vertragsmanagement naheliegend:

Grundpolitik	Verhandlungsstrategie
1	keine Kontrolle, oder Kontrolle mit Sanktionen, keine Betriebsrücknahmen, keine Nachverhandlungen.
2	Nachverhandlung, keine Betriebsrücknahme.
3	Betriebsrücknahme, Weiterverkauf an einen neuen Käufer.
4	Betriebsrücknahme, Weiterverkauf an den alten Käufer oder einen aus mehreren möglichen neuen Käufern.
5	Betriebsrücknahme, Weiterverkauf wie bei Grundpolitik 4, jedoch verbunden mit Technologieförderung.

Tabelle 1: Arten des Vertragsmanagements

Um die Frage zu klären, welche Grundpolitik des Vertragsmanagements Anwendung finden soll, um einen hohen Erfolg der Treuhandanstalt bzw. BvS zu sichern, ist ein Analyseinstrument zu entwickeln. Zum einen hat man die Festlegung der Erfolge in Treuhandphase I, d.h. die Festlegung des Inhalts des Verkaufsvertrages zu beschreiben und zum anderen die Wirkungen der unterschiedlichen Vertragsmanagementpolitiken in den folgenden Treuhandphasen zu zeigen.

3 Modelle der Erstverträge

3.1 Marktformen

Da die Grundpolitiken auf eine unterschiedliche Anzahl von Käufern abzielen, werden zwei Modelle entworfen. Die BvS (Treuhandanstalt) verhandelt entweder mit einem Käufer im Rahmen eines bilateralen Monopols (Grundpolitiken 1, 2) oder mit einem neuen Käufer in einem erweiterten bilateralen Monopol (Grundpolitik 3) oder im Rahmen von mehreren Käufern im nachfragebeschränkten Monopol (Grundpolitiken 4 und 5). Vertragsbestimmende Faktoren, z.B. Alternativen der Vermögensverwertung, bestimmen den Erstvertrag oder Neu-

verhandlungen. Nachverhandlungsbedingte Faktoren, z.B. Ernsthaftigkeit von Kontrollen, Höhe von Pönalen, determinieren den Einfluß der Grundpolitiken mit. Zwei Grundmodell werden entworfen, welche die Erstverträge aufzeigen.

Marktform	Beteiligte Parteien	Grundpolitik
Bilaterales Monopol	Treuhandanstalt / ein Käufer	1,2,3
Nachfragebeschränktes Monopol	Treuhandanstalt / mehrere mögliche Käufer	4,5
Bilaterales Oligopol (z.B. in China) [wird nicht näher betrachtet]	Mehrere mögliche Treuhandanstalten / mehrere mögliche Käufer	

Tabelle 2: Marktformen bei Erstverträgen

3.2 Modell für Erstverträge bei einem bilateralen Monopol

Im ersten Modell für den Erstvertrag verkauft die Treuhandanstalt Vermögen an einen privaten Käufer, z.B. ein Unternehmen. Die Treuhandanstalt besitzt eine Zielfunktion (Nutzwertfunktion), in der die genannten vier Ziele ihren Ausdruck finden (Arbeit, Kapital [Investitionen], Nettoeinnahmen, Ausbringungsmenge). Die Treuhandanstalt erzielt Einnahmen, von denen Subventionen für Altlasten und die Unterstützung des Sanierungskonzeptes abgezogen werden. Das Sanierungskonzept schlägt sich in der angestrebten Produktionsmenge des Käufers nieder. Die Ziele werden additiv verknüpft, wobei ihre Wertungsgewichte positiv sind. Es resultiert eine lineare Nutzwertfunktion, deren Wert die Treuhandanstalt zu maximieren sucht.

Akteure (Spieler):	Treuhandanstalt, Käufer
Zielfunktionen (pay off): • Treuhandanstalt: • Käufer	Nutzwert, basierend auf den volkswirtschaftlichen Zielen: Sanierung (Produktionsmenge) ermöglichen, Arbeitseinsatz sichern, Investitionen hervorrufen, Nettoeinnahmen erhöhen, wird maximiert. Gewinnmaximierung
Strategien:	Vertragsannahme oder Vertragsablehnung, Drohstrategien

Tabelle 3: Modellbeschreibung bei einem Käufer

Die Nutzenfunktion des kaufenden privaten Investors entspricht infolge seiner Gewinnmaximierungsabsichten einer Gewinnfunktion. Die Erlöse werden von der Ausbringungsmenge und dem Produktpreis determiniert, der gemäß einer Preisabsatzfunktion bestimmt wird. Der Kostenfunktion liegt eine Produktionsfunktion mit den Produktionsfaktoren, Arbeit, Kapital und kommunale Vorleistungen sowie gegebene Faktorpreise, Gebühren und Steuersätze zugrunde. Sowohl die Treuhandanstalt als auch der private Investor besitzen die Möglichkeit,

einen Mindestnutzen zu erzielen (z.B. aus Kommunalisierung seitens der Treuhandanstalt oder der alternativen Verwendung von Investitionsmitteln seitens des Käufers), falls der Erstvertrag nicht zustande kommt.

Zur Lösung des ersten Modells für den Erstvertrag wird der Nutzen der Treuhandanstalt aber auch des kaufenden Investors durch Investitionen in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge (Sanierungskonzept) und den Nettoeinnahmen (Nettopreis) dargestellt. Es entsteht graphisch ein Indifferenzkurvensystem der Treuhandanstalt und des Käufers. Beide Akteure wollen ihren Nutzen maximieren und verhandeln über Verkaufskonditionen. Die Tangentialpunkte der Indifferenzkurven zeigen paretooptimale Abfolgen dieser Folgen bzw. von Erstverträgen (siehe Abbildung 1).

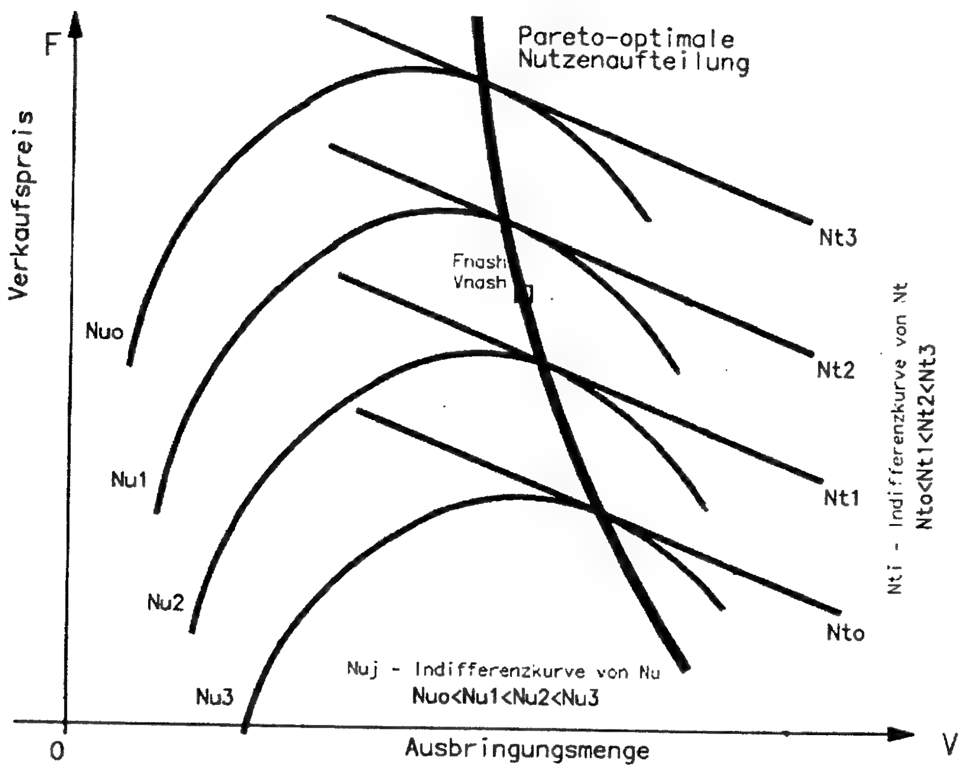


Abbildung 1: Pareto-optimale Verkaufspreise und Ausbringungsmengen

Mit steigendem Preis für das zu kaufende Vermögen verringert sich die Sanierungsmenge. Die der paretooptimalen Abfolge entsprechende Nutzen der Akteure lassen sich in einer Nutzenmöglichkeitsfunktion ausdrücken, die die Abfolge paretooptimaler Verträge sowie Nutzenverteilungen zum Ausdruck bringt. Der Lösungsraum für Verträge, auf die sich die Akteure einigen könnten, wird von den Mindestnutzenhöhen eingegrenzt. Unter Anwendung des Konzeptes der Nash-Lösung wird die Nutzenverteilung und der Inhalt des Erstvertrags bezüglich der Ausbringungsmenge (Sanierungskonzept), des Verkaufspreises, des Arbeitseinsatzes, der Investitionen und der Subventionen festgelegt (siehe Abbildung 2). Den Erstvertrag beeinflussen zahlreichen vertragsbestimmende Faktoren, etwa wirtschaftspolitische Maßnahmen, (Steueränderungen, Gebührenerhöhungen usw.) oder Veränderungen infolge der Wirtschaftsentwicklung (Lohnerhöhungen, Zinserhöhungen, Nachfrageeinbrüche, alternative Geldanlagemöglichkeiten).

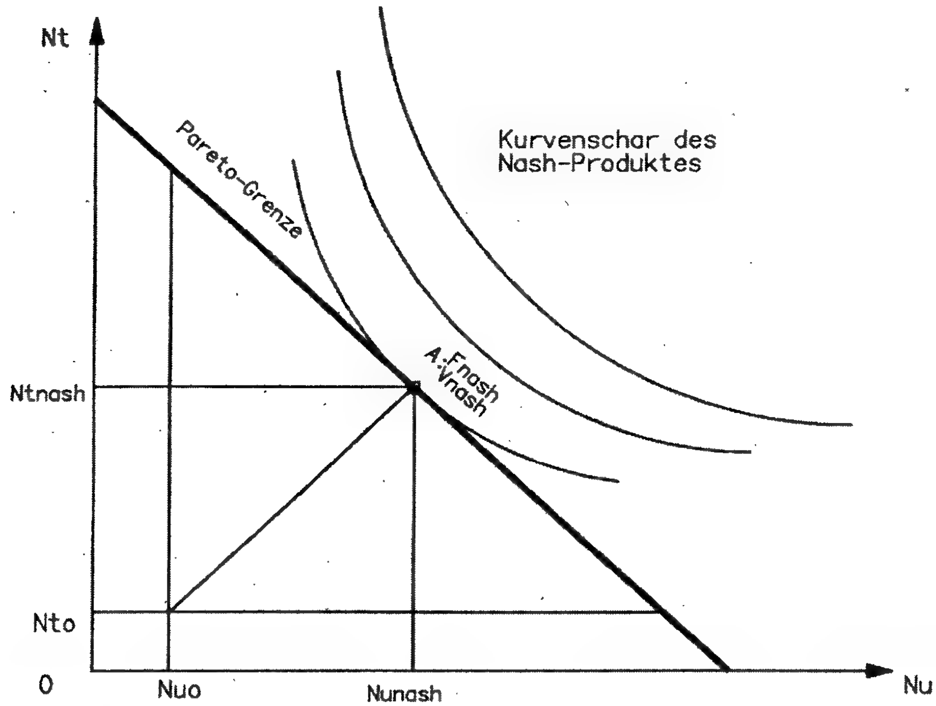


Abbildung 2: Verhandlungslösung - Erstvertrag

Schritt	Beschreibung
1	Ermittlung der Zielfunktionen der Akteure
2	Darstellung der Zielfunktionen in Abhängigkeit von Nettoeinnahmen und Ausbringungsmenge
3	Ermittlung der paretooptimalen möglichen Verträge
4	Eingrenzung der Lösungsmenge infolge der Mindestnutzen
5	Festlegung der Lösung gemäß Nash unter Berücksichtigung der Mindestnutzen

Tabelle 4: Gewinnung der Lösung zu Modell 1

3.3 Modell des Erstvertrages bei mehreren Nachfragern

Ein zweites Modell für einen Erstvertrag behandelt den Fall mehrerer Nachfrager, die ein Vermögensobjekt von der Treuhandanstalt oder BvS erwerben wollen. Grundsätzlich bleiben die Funktionen bzgl. der Nutzen und der Gegebenheiten der Akteure, wie sie im ersten Modell vorliegen, erhalten. Allerdings weisen die Nachfrager unterschiedliche Gewinne (Nutzen) und abweichende Mindestnutzen auf.

Akteure (Spieler):	Treuhandanstalt, mehrere potentielle Käufer
Zielfunktionen (pay off):	Wie oben
Strategien:	Wie oben, aber unterschiedliche Drohstrategien

Tabelle 5: Modellbeschreibung bei mehreren Käufern

Die Treuhandanstalt tritt mit Nachfragern in Kontakt und erkundet mit einem Kandidaten, die mit ihm mögliche Nash-Lösung, aus der die Treuhandanstalt einen bestimmten Nutzen erhält. In einem nächsten Schritt geht sie auf einen anderen Kandidaten zu und erkundet mit diesem ebenfalls eine Nash-Lösung, wobei sie allerdings als Mindestnutzen, den mit dem ersten Kandidaten erzielbaren Nutzen einbringt. Dadurch fällt der Nutzen, den die Treuhandanstalt erreichen könnte, mit dem zweiten Kandidaten höher aus als mit dem ersten Kandidaten. Es laufen Verhandlungsrunden mit der Treuhandanstalt, solange bis diese mit keinem Kandidaten einen höheren Nutzen realisieren kann. Der entsprechende Vertrag, der ihr den höchsten Nutzen bietet, wird sodann abgeschlossen. Damit sind wiederum die Ausbringungsmenge, die Investitionen, der Arbeitseinsatz, die Nettoeinnahmen, der Verkaufspreis, die Subventionen usw. festgelegt. Im folgenden ist das Vertragsverhältnis wieder auf zwei Akteure, die den Vertrag geschlossen haben, reduziert.

Schritt	Beschreibung
1	Ermittlung einer Nash-Lösung mit einem Kandidaten
2	Festlegung eines neuen Mindestnutzens für die Treuhandanstalt
3	Ermittlung der Nash-Lösung unter Berücksichtigung des neuen Mindestnutzen mit einem weiteren Kandidaten
4	Mehrere Verhandlungsrunden bis keine zusätzliche Nutzwerterhöhung für die Treuhandanstalt mehr möglich ist.
5	Vertragsbestimmung und -abschluß

Tabelle 6: Gewinnung der Lösung zu Modell 2

4 Berücksichtigung des Grundpolitiken

4.1 Grundpolitik (1)

Im Zuge des bilateralen Monopols werden die Wirkungen der Grundpolitik (1) und der Grundpolitik (2) diskutiert. Das Modell des Erstvertrags erfährt Abwandlungen durch die Berücksichtigung der nachverhandlungsbedingten Faktoren. Die Treuhandanstalt (BvS) erfüllt ihren Kaufvertrag, z.B. übereignet sie das Vermögen, zahlt Subventionen und Zuschüsse. Davon geht der private Käufer aus auch wenn die BvS ihn nicht kontrolliert oder auf Vertragserfüllung klagt. In einem solchen Fall erhöht der Käufer seinen Nutzen, indem er sich anpaßt und die kleinere gewinnmaximale Sanierungsmenge ausbringt.

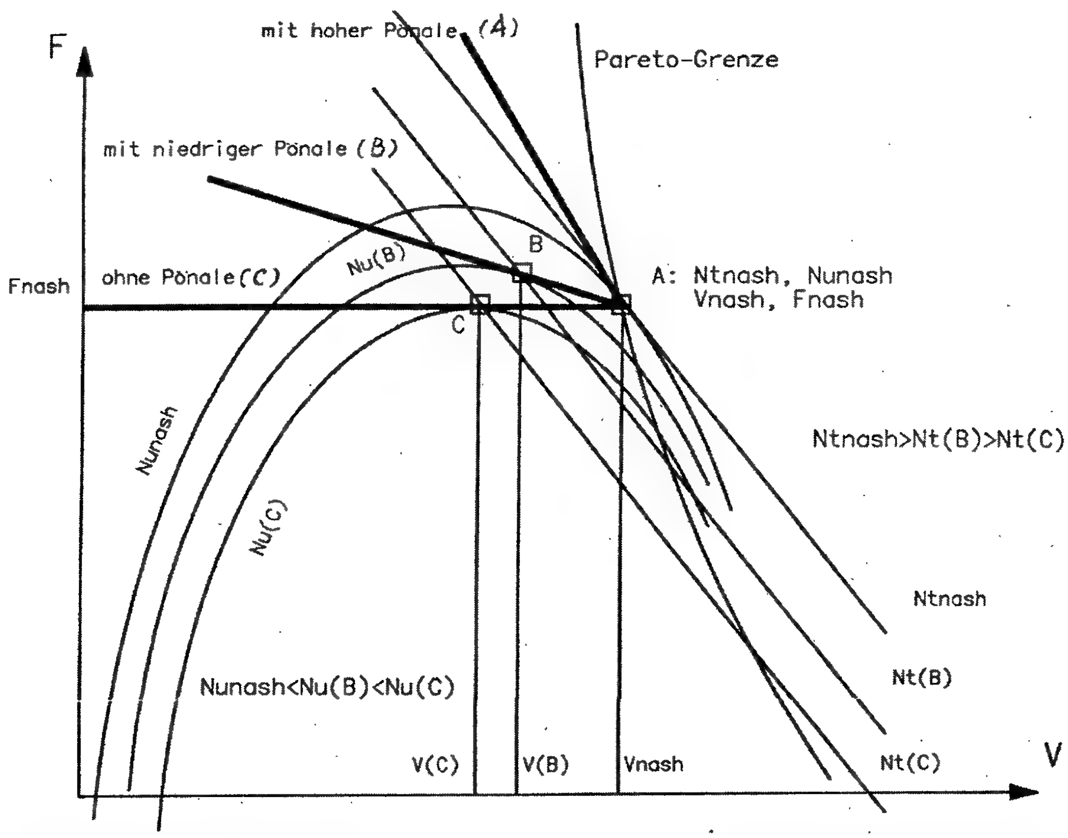


Abbildung 3: Grundpolitik 1

Annahmen	Folgen
BvS erfüllt Vertrag, Käufer sucht gewinnmaximale Position, falls keine Kontrolle und Sanktionsmöglichkeit besteht	Nutzwert (Erfolg) der BvS/THA sinkt
BvS erfüllt Vertrag, Käufer sucht gewinnmaximale Position; BvS kontrolliert und hat Sanktionsmöglichkeit	Nutzwert (Erfolg) der BvS/THA sinkt weniger, bei Sanktion in Höhe der Zuschüsse keine Abweichung vom Vertrag.

Tabelle 7: Grundpolitik (1)

Dadurch wird im Zuge der Grundpolitik (1) der Nutzen der Treuhandanstalt verringert und somit der Gesamterfolg der Treuhandanstalt reduziert. Existieren Vertragsstrafen (Pönalen), so wird der Käufer sich ebenfalls wie angesprochen verhalten (siehe Abbildung 3). Allerdings fällt die Erfolgsminderung für die Treuhandanstalt geringer aus. Damit der Käufer den Vertrag einhält und der erwartete Erfolg für die BvS eintritt, müßten beachtliche Pönalen vorhanden sein, die über die Rückzahlung aller Subventionen, Zuschüsse usw. hinausgehen. Bei einer Änderung der vertragsbestimmenden Faktoren, die den Käufer schlechter stellen, wird die Anpassung des Käufers verstärkt und der Erfolg der Treuhandanstalt verringert. Bei einer Verbesserung der Situation des Käufers reagiert dieser nur in Ausnahmefällen mit einer Mengenerhöhung, die zu einer Nutzenerhöhung der Treuhandanstalt und damit zu einer Erfolgserhöhung der Treuhandanstalt führt.

4.2 Grundpolitik (2)

Die Analyse der Grundpolitik (2) erfolgt unter der Annahme, daß die Vertragspartner in weiteren Vertragsverhandlungen sich mindestens den Nutzen sichern wollen, den sie bei einer Anpassung an den Erstvertrag erzielt hätten (siehe Abbildung 4). Bei einer solchen Anpassung des Käufers wäre der Nuten des Käufers gestiegen und jener der Treuhandanstalt hätte Abgenommen. Die Nachverhandlung führt zu einer erhöhten Subventionierung und zu größeren Ausbringungsmengen.

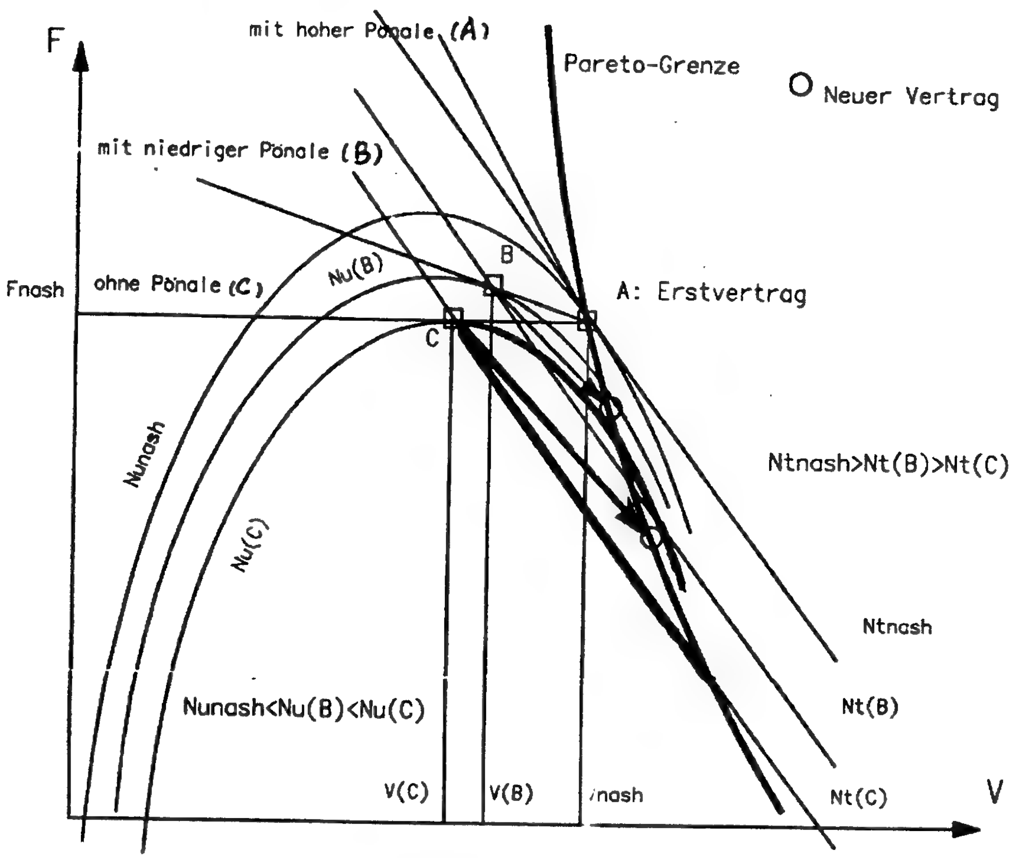


Abbildung 4: Grundpolitik 2

Der Käufer realisiert einen erhöhten Nutzen, aber auch die Treuhandanstalt stellt sich besser als bei Realisierung der Grundpolitik (1), so daß ihr Erfolg bei gleichbleibenden vertragsbestimmenden Faktoren nicht ganz so stark abnimmt. Pönalen verbessern die Erfolgssituation der BvS. Verschlechterungen der vertragsbestimmenden Faktoren bewirken verringerte Erfolge der BvS, sich verbessernde vertragsbestimmende Faktoren führen zu höheren Erfolgen der BvS.

Annahmen	Folgen
Es wird auf Grund der Mindestnutzen aus Grundpolitik (1) neu verhandelt.	Der Erfolg der BvS/THA sinkt weniger als bei Grundpolitik (1).

Tabelle 8: Grundpolitik (2)

4.3 Grundpolitik (3)

Bei unveränderten vertragsbestimmenden Faktoren verlangt bei Grundpolitik (3) die BvS von dem neuen Käufer jenen Mindestnutzen, den sie bei Politik (1) erzielt hätte. Hätte sich mit dem alten Käufer eine Menge ergeben, die größer ist als die paretooptimale Menge mit dem neuen Käufer, dann wird mit dem neuen Käufer eine Menge ausgehandelt, die geringer ausfällt und höhere Nettoeinnahmen vorsieht (siehe Abbildung 5). Der Erfolg der Treuhandanstalt fällt größer aus. War die Menge mit dem alten Käufer kleiner als die paretooptimale Menge mit dem neuen Käufer, so resultiert ein neuer Vertrag mit einem niedrigeren Preis und größerer Ausbringungsmenge. Der Nutzen bzw. Erfolg der Treuhandanstalt steigt (siehe Abbildung 6).

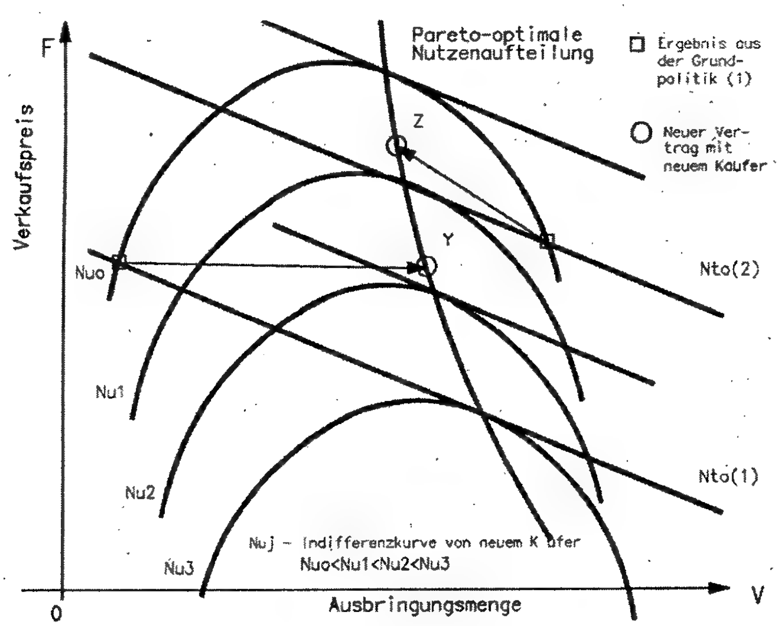


Abbildung 5: Verkaufspreis als Funktion der Ausbringungsmenge

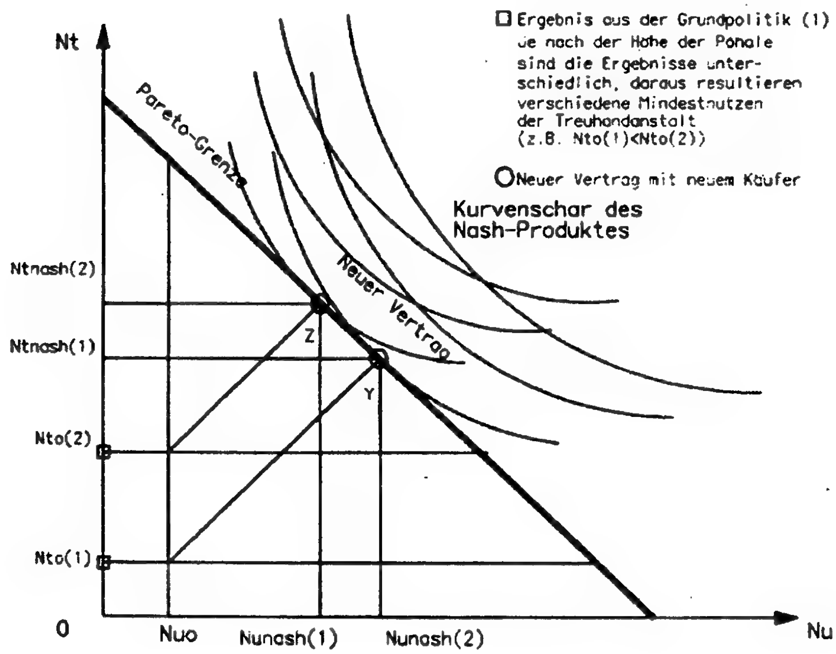


Abbildung 6: Grundpolitik 3

4.4 Grundpolitik (4)

Im Falle der Grundpolitik (4) wird ein Wettbewerbsprozeß im Zuge eines nachfragebeschränkten Monopols eröffnet, z.B. Erstkäufer und weitere Käufer. Falls die vertragsbestimmenden Faktoren mit Ausnahme der Anzahl der Nachfrager gleichbleiben, wird das Ergebnis des Konkurrenzprozesses von jenem Nachfrager geprägt, der die am weitesten außen liegende Nutzenmöglichkeitskurve ermöglicht. Die Treuhandanstalt gewinnt an Erfolg. Nettoeinnahmen können niedriger und Ausbringungsmengen höher ausfallen oder auch umgekehrt.

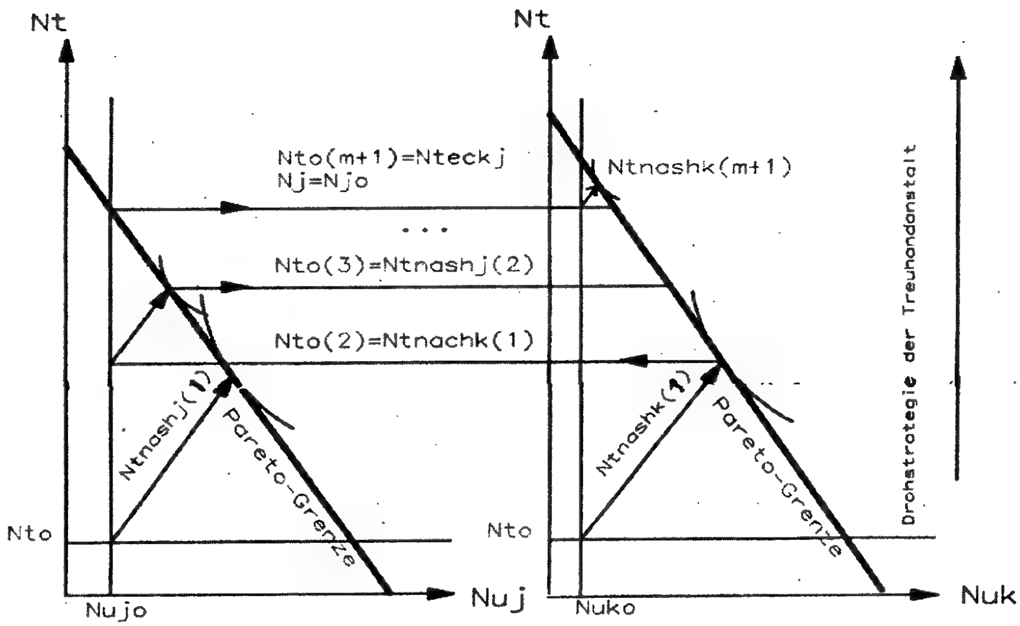


Abbildung 7: Grundpolitik 4

4.5 Grundpolitik (5)

Grundpolitik (5) bringt ähnliche Ergebnisse wie Grundpolitik (4). Allerdings dürften infolge technologischen Fortschritts die Nutzenmöglichkeitskurven weiter außen liegen, so daß erhöhte Ausbringungsmengen und niedrigere Nettoeinnahmen, aber ein erhöhter Erfolg der BvS zu erwarten ist.

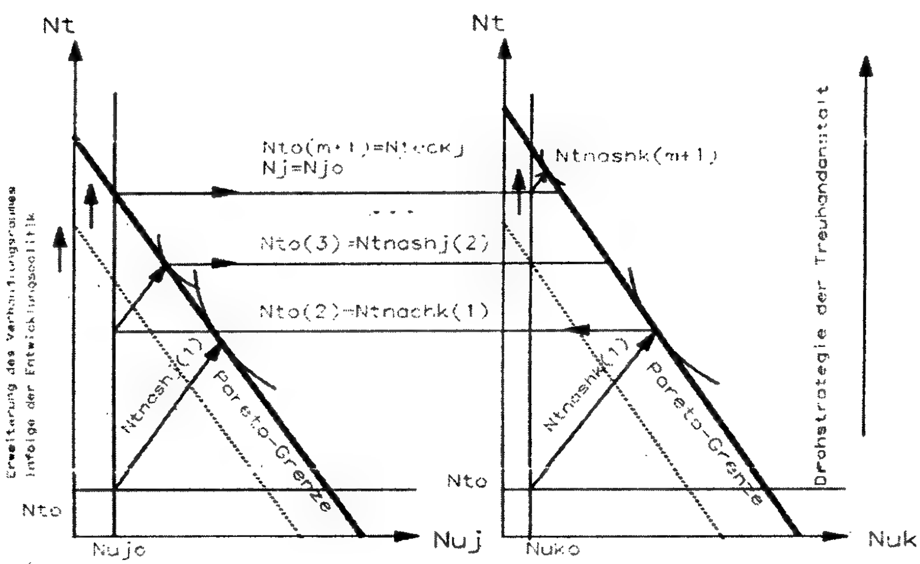


Abbildung 8: Grundpolitik 5

5 Vorteilhaftigkeit der Vertragsmanagementpolitiken

Aus den vorgestellten Modellen resultiert eine Rangfolge der Grundpolitiken hinsichtlich der Erfolgserhöhung oder Erfolgssicherung der Treuhandanstalt (BvS). Sie lautet: Grundpolitik (5) > (4) > (3) > (2) > (1). Die Realisierung der Grundpolitik (1) und der Grundpolitik (2) reduziert sogar den Gesamterfolg. Leider wurde die BvS auf die Verfolgung der Abwicklungsvertragspolitik (1) ausgerichtet, so daß die BvS tendenziell den Erfolg vermindern mußte. Inzwischen ist die Vertragsmanagementrichtlinie geändert worden und das Vertragsmanagement entspricht heute einer Variante (3), die eine Erfolgserhöhung bei gleichbleibenden vertragsbedingten Faktoren zuläßt. Gefordert wurde vor wenigen Tagen von den CDU-Abgeordneten in den neuen Bundesländern eine Vertragsmanagementpolitik der Typen (4) und (5). Leider kommt eine etwaige Neuorientierung der Vertragsmanagementpolitik sehr spät.

6 Literatur

Friedrich, P.; Feng, X.: *Ansätze einer Theorie des Verkaufs von Treuhandvermögen an Kommunen.* In: Jahrbuch für Sozialwissenschaft 44, Nr. 2, S. 233-277.

Friedrich, P.; Feng, X.: *Ansätze einer Theorie des Vertragsmanagements der Treuhandanstalt.* ZögU 18, Nr.3, 1995, S. 277-297.

Detlef Beeker
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Universität-Gesamthochschule Siegen

Gemeinsame Umsetzung von CO_2-Reduktionen in einem Nicht-Kooperativen Verhandlungsspiel mit asymmetrischer Information

Protokoll von

Christian Werner
Hafid Boualam
Christian Kuhnlein

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 18. April 1997

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

1.1 Vorbemerkung

Die durch den globalen Treibhauseffekt verursachte globale Erwärmung ist eines der größten Umweltprobleme des nächsten Jahrhunderts. Durch die zunehmende Konzentration von Treibhausgasen in der Atmosphäre kann die Temperatur bis zum folgenden Jahrhundert um bis zu 5° Celsius ansteigen. Die durch den Treibhauseffekt hervorgerufenen klimatischen Veränderungen beruhen vor allem auf den weltweiten Emissionen von CO_2 und betreffen die Einwohner aller Länder. Derartige globale Umweltprobleme erfordern das koordinierte Engagement mehrerer Länder.

An der „Ersten Vertragstaatenkonferenz zum Rahmenübereinkommen über Klimaänderungen" der Vereinten Nationen 1995 in Berlin, der sog. „Klimakonferenz", nahmen über 120 Länder teil. Das dort verabschiedete „Berliner Mandat" fordert die teilnehmenden Regierungen zu Formulierung eines Vertragsprotokolls auf. Die Ziele der Reduzierung von CO_2-Emissionen sollen in einem genauen Zeitplan festgelegt werden, wobei die einzelnen Länder mit individuellen Quoten an der Reduktion beteiligt sind. Dieses „Kyoto-Protokoll" soll von den Vertragsstaaten 1997 in Japan unterzeichnet werden.

Das grundlegende Konzept der Emissionsreduktion - „reduziere dort, wo es am günstigsten ist" - wurde auf der Klimaschutzverhandlung in Rio de Janeiro 1990 entwickelt und besagt, daß Länder mit hohen nationalen Vermeidungskosten ihre Reduktionsverpflichtungen zum Teil im Ausland erfüllen dürfen.

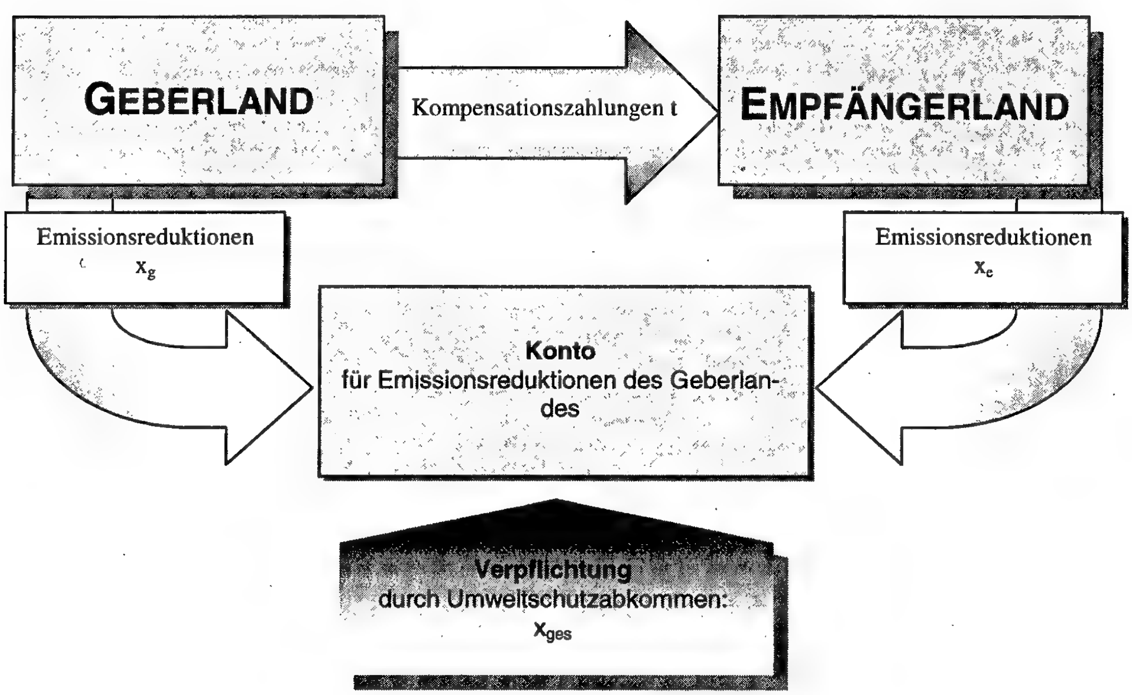


Abbildung 1: Gemeinsame Umsetzung von Klimaschutzmaßnahmen

So kostet beispielsweise in Deutschland die Vermeidung einer Tonne CO_2 nach Schätzungen des BDI etwa 1000 DM. In einem chinesischen Kraftwerk kostet die Reduktion der gleichen

Menge CO_2 hingegen nur 200-400 DM. Die durch Subventionen in den „Empfängerländern" ermöglichten Reduktionen können sich die „Geberländer" sodann auf ihr nationales Emissionskonto anrechnen lassen.

Folgende Voraussetzungen müssen für eine gemeinsame Umsetzung von Reduktionsmaßnahmen erfüllt sein:

- Es muß sich bei dem zu reduzierenden Schadstoff um einen sog. **Globalschadstoff** handeln. Bei einem Globalschadstoff ist es unerheblich, wo er entsteht.
- Es muß ein **quantitatives Emissionsziel** für das Geberland vorhanden sein.
- Da nur dann ein Anreiz zur gemeinsamen Umsetzung besteht, wenn zumindest ein Teil der im Empfängerland durchgeführten Emissionsreduktionen dem Geberland gutgeschrieben werden können, muß die **Anrechenbarkeit** einer gemeinsamen Umsetzung gewährleistet sein.

Im folgenden soll der Verhandlungsprozeß zwischen einem Geber- und einem Empfängerland betrachtet werden. Dazu wird ein spieltheoretisches Modell aufgestellt, welches in die Theorie der *„sequentiellen Verhandlungsspiele"* oder *„nicht-kooperativen Verhandlungsspiele"* mit unvollständiger Information einzuordnen ist. Das Modell soll unter ausschließlicher Verwendung von reinen Strategien gelöst werden.

1.2 Das Verhandlungsspiel

Spieler

Menge N = {Geberland, Empfängerland}

Information

imperfekt, gewiß, asymmetrisch, unvollständig

Kategorie	Bedeutung
Perfekt	jeder Knoten ist eine Informationsmenge
Gewiß	die Natur zieht nicht nach einem Zug des Spielers
Symmetrisch	kein Spieler hat andere Informationen als ein anderer Spieler
Vollständig	die Natur zieht nicht zuerst, oder ihr anfänglicher Zug wird von jedem Spieler beobachtet

Aktionen und Ereignisse

(1) Die Natur wählt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit $p_1 \in \{p_1^u, p_1^o\}$ den Typ $T \in \{u, o\}$ des Empfängerlandes. Dies ist private Information des Empfängerlandes.

(2) Das Geberland bietet dem Empfängerland eine Kompensationszahlung $t_1 \in \{t_1^u, t_1^o\}$ an.

(3) Das Empfängerland nimmt das Angebot an $(a_1 \in \{a_1^u, a_1^o\})$ oder lehnt es ab $(r_1 \in \{r_1^u, r_1^o\})$. Wenn das Empfängerland annimmt, ist das Spiel beendet.

(4) Das Geberland bildet posteriore Wahrscheinlichkeitseinschätzungen $p_2(u \mid t_1, r_1) \in \{p_2(u \mid t_1^u, r_1), p_2(u \mid t_1^o, r_1)\}$ und bietet dem Empfängerland eine Kompensationszahlung $t_2 \in \{t_2^u, t_2^o\}$ an.

(5) Das Empfängerland nimmt das Angebot an ($a_2 \in \{a_2^u, a_2^o\}$) oder lehnt es ab ($r_2 \in \{r_2^u, r_2^o\}$). In jedem Fall ist das Spiel beendet.

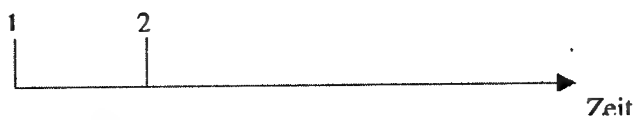
Auszahlungen

$$\pi^g(f_1, f_2, t_1, t_2) = \begin{cases} \pi^g(f_1, f_2, t_1, t_2) & \text{für} \quad f_i = a_i \\ 0 & \quad\quad\;\; f_1 = r_1 \wedge f_2 = r_2 \end{cases}$$

$$\pi(f_1, f_2, t_1, t_2) = \begin{cases} \pi(f_1, f_2, t_1, t_2) & \text{für} \quad f_i = a_i \\ 0 & \quad\quad\;\; f_1 = r_1 \wedge f_2 = r_2 \end{cases}$$

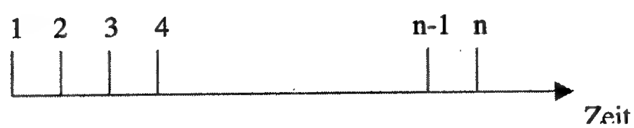
2 Das spieltheoretische Modell

Das Geberland verhandelt mit dem Empfängerland, wobei die Verhandlung zwei Perioden umfaßt:



In der ersten Periode[1] bietet das Geberland eine Kompensationszahlung t_1 an, welche das Empfängerland in der gleichen Periode entweder annehmen (accept, a_1) oder ablehnen (reject, r_1) kann. Nimmt das Empfängerland in der ersten Periode an, so ist das Spiel beendet: das Empfängerland erhält von der 1. bis zur n-ten Periode die Kompensationszahlung t^1.

In der zweiten Periode bietet das Geberland die Kompensationszahlung t_2 an. Das Empfängerland kann wieder annehmen (a_2) oder ablehnen (r_2) - das Spiel ist in jedem Fall beendet. Nimmt das Empfängerland in der zweiten Periode an, so erhält es von der 2. bis zur n-ten Periode die Kompensationszahlung t^2.
Das Umweltabkommen dauert n Perioden:



Die Strategiemenge S_e der reinen Strategien des Empfängerlandes ist:

$$S_e = \{(a_1, a_2), (a_1, r_2), (r_1, a_2), (r_1, r_2)\}.$$

Es wird aus Vereinfachungsgründen zwischen zwei Typen des Empfängerlandes unterschieden: Typ u reduziert das untere Reduktionsniveau der CO_2-Emissionen, Typ o reduziert das obere Reduktionsniveau.

[1] Die Kompensationszahlungen t_i sind die Barwerte der Kompensationszahlungen t^j, die bis zur Periode n in jeder Periode j an das Empfängerland geleistet werden.

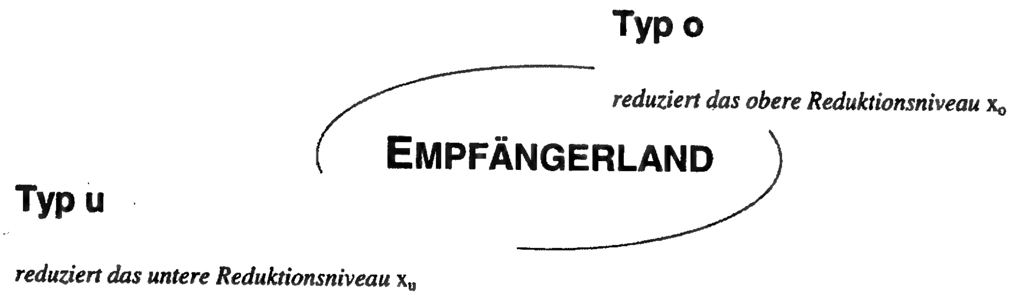


Abbildung 2: Typen des Empfängerlandes

Das Geberland hat zwei reine Strategien je Periode zur Auswahl: $t_i \in \{t_i^u, t_i^o\}$. Der Wert t_i^o bzw. t_i^u bezeichnet die Kompensationszahlung, welche die Kosten des oberen bzw. unteren Reduktionsniveaus des Empfängerlandes mindestens kompensiert.

Die Strategiemenge S_g der reinen Strategien ist somit:

$$S_g = \{(t_1^u, t_2^u), (t_1^o, t_2^u), (t_1^o, t_2^o), (t_1^u, t_2^o)\}.$$

Der Strategieraum S ergibt sich zu $S = S_e \times S_g$ und ist gemeinsames Wissen beider Spieler. Wird das Angebot t_i^u bzw. t_i^o in der Periode i angenommen, so erhält das Empfängerland von Periode i bis Periode n die Kompensationszahlung t^{ju} bzw. t^{jo} in jeder Periode $j \in \{i, .., n\}$. Nur dem Empfängerland ist der eigene Typ bekannt. Somit liegt ein Spiel mit asymmetrischer und unvollständiger Information vor. Außerdem liegt ein Spiel mit „Gewißheit" vor, da die Natur nicht nach einem Zug eines Spielers zieht.

2.1 Annahmen über die Auszahlungsfunktionen

Für die Auszahlungsfunktion π des Empfängerlandes gilt:

$$\delta\pi(a_1, f_2, t_1, t_2) = \pi(r_1, a_2, t_1, t_2)$$

Für die Auszahlungsfunktion π^g des Geberlandes gilt:

$$\delta\pi^g(a_1, f_2, t_1, t_2) = \pi^g(r_1, a_2, t_1, t_2)$$

2.1.1 Annahme (A-1) - Normierung

Die Auszahlungen der Spieler werden so normiert, daß:

$$\pi(r_1, r_2, t_1, t_2) = 0 \text{ und } \pi^g(r_1, r_2, t_1, t_2) = 0.$$

Die Auszahlungen des Geber- und Empfängerlandes werden im folgenden in Abhängigkeit der Aktionen des Empfängerlandes zusammengefaßt:

$$\pi^g(f_1,f_2,t_1,t_2) = \begin{cases} \pi^g(f_1,f_2,t_1,t_2) & \text{für} \quad f_i = a_i \\ 0 & \qquad f_1 = r_1 \wedge f_2 = r_2 \end{cases}$$

$$\pi(f_1,f_2,t_1,t_2) = \begin{cases} \pi(f_1,f_2,t_1,t_2) & \text{für} \quad f_i = a_i \\ 0 & \qquad f_1 = r_1 \wedge f_2 = r_2 \end{cases}$$

2.1.2 Annahme (A-2)

$$\pi^u(r_1^u,a_2^u,t_1,t_2) > \pi^u(r_1^u,r_2^u,t_1,t_2) \text{ und } \pi^u(a_1^u,f_2^u,t_1^o,t_2) > \pi^u(r_1^u,f_2^u,t_1^o,t_2)$$

Der Typ u des Empfängerlandes erhält eine höhere Auszahlung, wenn er in Periode 2 annimmt, als wenn er in Periode 2 ablehnt. Dies gilt für jedes Angebot der Periode 2. Weiterhin erhält der Typ u des Empfängerlandes eine höhere Auszahlung, wenn er t_1^o annimmt, als wenn er es ablehnen würde.

2.1.3 Annahme (A-3)

$$\pi^o(r_i^o,f_k^o,t_i^u,t_k) > \pi^o(a_i^o,f_k^o,t_i^u,t_k) \forall i,k \in \{1,2\}; i \neq k \text{ und}$$

$$\pi^o(a_i^o,f_k^o,t_i^o,t_k) > \pi^o(r_i^o,f_k^o,t_i^o,t_k) \forall i,k \in \{1,2\}; i \neq k$$

Der Typ o des Empfängerlandes erhält eine höhere Auszahlung, wenn er t_i^u ablehnt, als wenn er t_i^u annehmen würde. Dies Annahme ist plausibel, wenn angenommen wird, daß t_i^u die Kosten der Emissionsreduktion nicht kompensiert. Weiterhin besagt (A-3), daß der Typ o des Empfängerlandes eine höhere Auszahlung erhält, wenn er ein t_i^o-Angebot annimmt, als wenn er es ablehnen würde - unabhängig davon, in welcher Periode das Angebot gemacht wird.

2.1.4 Annahme (A-4)

$$\pi^u(r_1^u,a_2^u,t_1^u,t_2^o) > \pi^o(a_1^u,f_2^u,t_1^u,t_2)$$

Dies impliziert

$$\pi^u(a_1^u,f_2^u,t_1^o,t_2) > \pi^u(a_1^u,f_2^u,t_1^u,t_2) \text{ und } \pi^u(r_1^u,a_2^u,t_1,t_2^o) > \pi^u(r_1^u,a_2^u,t_1,t_2^u).$$

Daraus folgt, daß $t_i^o > t_i^u$. Dies ist plausibel, denn die Kompensationszahlungen decken mindestens die Kosten, die durch eine Emissionsreduktion durch das Empfängerland entstehen.

2.1.5 Annahme (A-5)

$$\pi^g(r_1,a_2,t_1,t_2) > \pi^g(r_1,r_2,t_1,t_2)$$

Das Geberland erhält eine höhere Auszahlung, wenn sein Angebot in der Periode 2 angenommen wird. Dies gilt auch für den Fall, daß das Geberland einem Typ u des Empfängerlandes die Kompensationszahlung t_2^o anbietet. Aus (A-5) folgt, daß

$$\pi^g(a_1,f\ ,t_1,t_2) > 0.$$

In Abbildung 3 wird das Spiel in Form eines Spielbaumes dargestellt. Die Knoten, die durch eine gestrichelte Linie verbunden sind, gehören zu einer Informationsmenge.

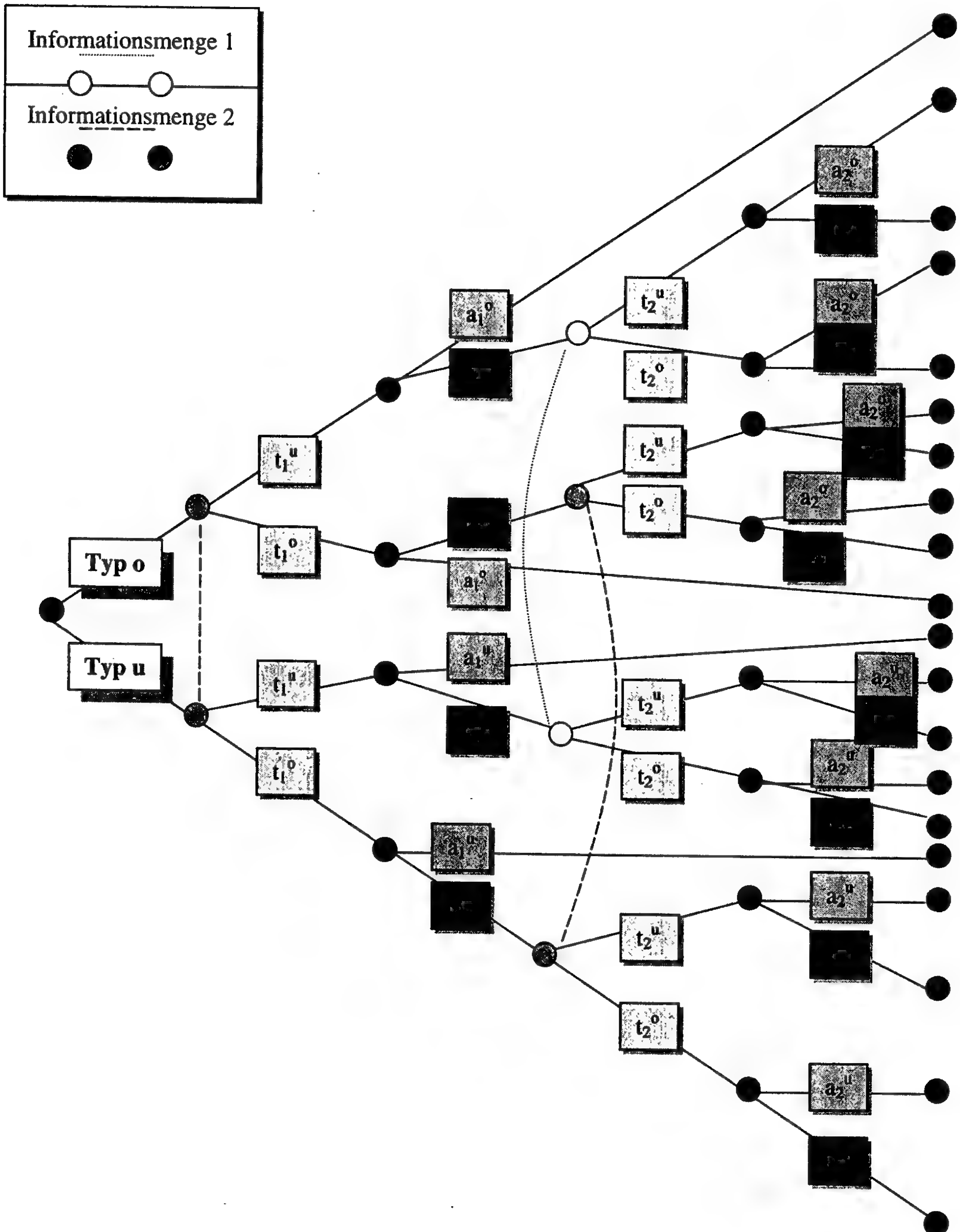


Abbildung 3: Verhandlung als Spielbaum

Wir unterscheiden das **Verhandlungsspiel**, welches über i = 1,2 Perioden geht, und die **Wirkung** dieser Verhandlung, welche über j = 1, 2, ..., n Perioden mit n > 2 geht.

Das Spiel besteht aus zwei Perioden. Der uninformierte Spieler zieht nach dem informierten und hat so die Möglichkeit, die prioren Wahrscheinlichkeiten zu modifizieren. Daher kann das Gleichgewichtskonzept des „Perfekten Baysianischen Gleichgewichtes" genutzt werden.

2.2 Das „Perfekte Baysianische Gleichgewicht“

Ein „Perfektes Baysianisches Gleichgewicht“ ist eine Strategiekombination (f_1, f_2, t_1, t_2) und eine Menge von Wahrscheinlichkeiten {p_1^u, p_1^o, $p_2(u|r_1, t_1)$, $p_2(o|r_1, t_1)$}, so daß die Forderungen (1) bis (4) erfüllt sind:

(1) An jeder Informationsmenge muß der Spieler, welcher am Zuge ist, eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung besitzen, welcher Knoten in der Informationsmenge erreicht wurde. Für eine Informationsmenge, in der sich mehrere Knoten befinden, ist eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über diesen Knoten; für eine Informationsmenge mit nur einem Knoten ist die Wahrscheinlichkeitseinschätzung des Spielers gleich eins.
(2) Bei gegebenen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen müssen die Strategien sequentiell rational sein. Das bedeutet, an jeder Informationsmenge muß die Aktion des Spielers, der am Zuge ist, (und die folgende Strategie des Spielers) optimal sein, wobei die Wahrscheinlichkeitseinschätzung des Spielers und die Strategien der anderen Spieler gegeben sind.
(3) Für Informationsmengen auf dem Gleichgewichtspfad müssen die Wahrscheinlichkeitseinschätzungen durch die Regel von Bayes und die Gleichgewichtsstrategien der Spieler determiniert sein.
(4) Für Informationsmengen außerhalb des Gleichgewichtspfades müssen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen durch die Regel von Bayes determiniert und die Gleichgewichtsstrategien der Spieler möglich sein.

3 Lösungsansatz mit ausschließlich reinen Strategien

Es wird untersucht, welche Strategien und Wahrscheinlichkeitseinschätzungen die Forderungen (1) - (4) erfüllen:

3.1 Forderung (1) - Existenz von Wahrscheinlichkeitseinschätzungen

An jeder Informationsmenge muß der Spieler, der am Zuge ist, eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung besitzen, welcher Knoten in der Informationsmenge erreicht wurde.
Forderung (1) ist erfüllt, da an jeder Informationsmenge eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung vorliegt.

3.2 Forderung (2) - Sequentielle Rationalität

Gegeben die Wahrscheinlichkeitseinschätzungen müssen die Strategien sequentiell rational sein.

3.2.1 Aussage (1)

Das Empfängerland hat folgende beste Antworten auf t_2:

i. $f_2^u = a_2^u$ für t_2
ii. $f_2^o = a_2^o$ für t_2^o

iii. $f_2^o = r_2^o$ für t_2^u

3.2.2 Aussage (2)

$$t_2 = \begin{cases} t_2^o & \text{für} \quad p_2(u \mid t_1, r_1) \leq W \\ t_2^u & \text{für} \quad p_2(u \mid t_1, r_1) > W \end{cases}$$

wobei $W \in]0, 1[$ und $p_2(u \mid t_1, r_1) \in \{ p_2(u \mid t_1^u, r_1), p_2(u \mid t_1^o, r_1) \}$.

3.2.3 Aussage (3)

Das Empfängerland hat folgende beste Antworten auf t_1:

i. $f_1^u = a_1^u$ für t_1^o
ii. $f_1^o = a_1^o$ für t_1^o
iii. $f_1^o = r_1^o$ für t_1^u

iv. $$f_1^u = \begin{cases} a_1^u & \text{für} \quad t_1^u \wedge p_2(u \mid t_1^u, r_1) > W \\ r_1^u & \text{für} \quad t_1^u \wedge p_2(u \mid t_1^u, r_1) \leq W \end{cases}$$

3.2.4 Aussage (4)

Das Geberland hat folgende beste Aktionen:

$$t_1 = \begin{cases} t_1^u & \text{für} \quad p_2(u \mid t_1, r_1) > W \wedge p_1^u > W \\ t_1^o & \text{für} \quad (p_2(u \mid t_1, r_1) > W \wedge p_1^u \leq W) \vee p_2(u \mid t_1, r_1) \leq W \end{cases}$$

3.3 Forderung (3) - Regel von Bayes determiniert Strategien

Für Informationsmengen auf dem Gleichgewichtspfad müssen die Wahrscheinlichkeitseinschätzungen durch die Regel von Bayes und die Gleichgewichtsstrategien der Spieler determiniert sein.

Aus den ersten beiden Forderungen ergeben sich zwei Gleichgewichtspfade:

1) (a_1, f_2, t_1^o, t_2) *für* $(p_2(u \mid t_1, r_1) > W \wedge p_1^u \leq W) \vee p_2(u \mid t_1, r_1) \leq W$
2) $(a_1^u, a_2^u, t_1^u, t_2) \vee (r_1^o, r_2^o, t_1^u, t_2^u)$ *für* $p_2(u \mid t_1, r_1) > W \wedge p_1^u > W$

Auf dem 1. Gleichgewichtspfad liegen keine Informationsmengen mit posterioren Wahrscheinlichkeitseinschätzungen. Somit können keine posterioren Wahrscheinlichkeitseinschätzungen nach der Forderung (3) gebildet werden. Sie ist somit erfüllt. Der 2. Gleichgewichtspfad erfüllt Forderung (3) nicht und ist somit kein Perfektes Baysianisches Gleichgewicht.

3.4 Forderung (4) - Strategien müssen möglich sein

Für Informationsmengen außerhalb des Gleichgewichtspfades müssen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen durch die Regel von Bayes determiniert, und die Gleichgewichtsstrategien der Spieler müssen möglich sein.

Der Gleichgewichtspfad (a_1, f_2, t_1^o, t_2) für $(p_2(u \mid t_1, r_1) = p_1^u \leq W$ erfüllt die Forderungen (1) - (4) und ist ein Perfektes Baysianisches Gleichgewicht.

3.5 Theorem - Existenz des Baysianischen Gleichgewichts

Es existiert ein Perfektes Baysianisches Gleichgewicht in reinen Strategien:

$$(a_1, f_2, t_1^o, t_2) \text{ mit den Wahrscheinlichkeiten } p_1^u = p_2(u \mid t_1, r_1) \leq W$$

I. Das Geberland ist bereit - unabhängig von den prioren Wahrscheinlichkeiten - zu viel zu zahlen.

II. Es gibt Welten der Parameterkonstellation $p_1^u > W$, in denen kein Perfektes Baysianisches Gleichgewicht existiert, also auch kein Trembling-Hand-Perfektes und kein Sequentielles Gleichgewicht.

III. Nur wenn die Wahrscheinlichkeit hinreichend groß ist, daß das Empfängerland vom Typ o ist, existiert ein Perfektes Baysianisches Gleichgewicht.

IV. Wenn die Wahrscheinlichkeit hinreichend groß ist, daß das Empfängerland vom Typ o ist, ist t_1^o die beste Aktion. Ansonsten gibt es keine optimale Entscheidung.

4 Zusammenfassung

Was leistet dieses Modell für das Phänomen der Gemeinsamen Umsetzung?

(a) Die Literatur über die Gemeinsame Umsetzung beschäftigt sich zum großen Teil mit Fragen der Kostensenkungen. In diesem Modell wird die Problematik des *strategischen Handelns* des Empfängerlandes in den Vordergrund gestellt.

(b) Das Modell betont den Aspekt der Realität, daß ein Geberland nicht genügend Informationen über das Empfängerland besitzt. Somit geht das Geberland das Risiko ein, betrogen zu werden.

(c) ©Somit ist das Instrument der Gemeinsamen Umsetzung in Frage gestellt, da möglicherweise die positiven Kosteneffekte durch die Verluste eingeschränkt werden.

5 Literatur

Barett, Scott: *Reaching a CO_2-Emission Agreement for the Community: Implications for Equity and Cost-Effectiveness*. European Economy, 1992, S. 3-24.

Bikhchandani, Sushil: *A Bargaining Model with Incomplete Information*, Review of Economic Studies 59, 1992, S. 187-203.

Burniaux, Jean-Marc: *The cost of reducing CO_2-Emission: Evidence from GREEN*. Economics Department Working Paper 115 OECD, 1992.

Cramton, Peter C.: *Bargaining with incomplete Information: An Infinite Horizon Model with Two-Sided Uncertainty*. Review of Economic Studies 51, 1984, S. 579-593.

Cramton, Peter C.: *Strategic Delay in Bargaining with Two-Sided Uncertainty*. Review of Economic Studies 56, 1992, 499-510.

Evans, Robert: *Sequential Bargaining with Correlated Values*. Review of Economic Studies 56, 1989, 221-247.

Fudenberg D.; Tirole J.: *Sequential Bargaining with Incomplete Information*. Review of Economic Studies 50, 1983, S. 221-247.

Fudenberg D.; Tirole J.: *Game Theory*. Cambridge [u.a.]: MIT Press, 1992.

Gibbons, Robert: *Game Theory for Applied Economists*. Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1992.

Greiner, Sandra V.: *Joint Implementation in der Klimapolitik aus Sicht der Public Choice Theorie*. HWWA-Report 159, Hamburg, HWWA-Institut für Wirtschaftsforschung, 1996.

Grüth Werner: *Spieltheorie und ökonomische (Bei)spiele*. Heidelberg, Springer-Verlag, 1992.

Holler M.; Illing G.: *Einführung in die Spieltheorie*. 2. verb. und erw. Auflage, Heidelberg, Springer-Verlag, 1992.

Perry, Motty: *An Example of Pie Formation in Bilateral Situation: A Bargaining Model with Incomplete Information*. Econometrica 54, 1986, S. 313-321.

Rasmusen, Eric: *Games and Information: An Introduction to Games Theory*. Cambridge, Cambridge University Press, 1989.

Rotillion G.; Tazdait T: *International Bargaining in the Presence of Global Risks*. Manuskript, Université de Marne La Vallée, U.F. des Sciences Economiques, 1994.

Rubinstein, Ariel: *A Bargaining Model with Incomplete Information about Time Preferences*. Econometrica 53, 1985, S. 1151-1172.

Sobel, J.; Takahashi, I.: *A Multi-Stage Model of Bargaining*. Review of Economic Studies 50, 1993, 411-426.

Anhang – Symbolverzeichnis

a	Annahme eines Angebotes
f	Aktion des Empfängerlandes
p_1^o	priore Wahrscheinlichkeit, daß Empfängerland vom Typ o ist
p_1^u	priore Wahrscheinlichkeit, daß Empfängerland vom Typ u ist
$p(f_1\|t_1)$	bed. Wahrscheinlichkeit, mit der Typ u oder o des Empfängerlandes die Aktion f_1 spielt, wenn t_1 angeboten wurde
$p_2(o\|r_1,t_1)$	posteriore Wahrscheinlichkeitseinschätzung, daß Empfängerland vom

	Typ o ist, wenn t_1 abgelehnt wurde
$p_2(u\|r_1, t_1)$	posteriore Wahrscheinlichkeitseinschätzung, daß Empfängerland vom Typ u ist, wenn t_1 abgelehnt wurde
r	Ablehnung eines Angebotes
t_i	Aktion des Geberlandes in Periode $i \in \{1, 2\}$
$t^j(t_1, t_2)$	Kompensationszahlung pro Periode $j \in \{1, ..., n\}$
x	Reduktionen pro Periode
δ	Diskontfaktor
$\pi(f_1, f_2, t_1, t_2)$	erwartete Auszahlung

Klaus Schmidt
Seminar für Wirtschaftstheorie
Ludwig-Maximilians-Universität München

Privatisierungsmethoden: Auktionen und Verhandlungen

Protokoll von

Holger Stein
Michael Weber

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 25. April 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Die Treuhandanstalt (THA) privatisierte von 1990 bis 1994 mehr als 15000 ostdeutsche Unternehmen. Die Schätzungen der dabei zu erwartenden Privatisierungsgewinne gingen dabei von Jahr zu Jahr zurück, wie Tabelle 1 zeigt.

1990	Rohwedder	600 Mrd. DM
1991	Bundesregierung	280 Mrd. DM
1992	Sinn / Sinn	60 Mrd.DM
1995	Abschlußbericht (THA)	- 256 Mrd.DM

Tabelle 1: Erwartete Privatisierungsgewinne

Als sich nach dem Abschlußbericht der Treuhandanstalt statt eines Privatisierungsgewinn ein herber Verlust abzeichnete, stellte man sich die Frage, ob die Treuhand hätte ihre Verluste verhindern können. Der Treuhand wurde in der Wahl der Privatisierungsmethoden freie Hand gelassen. So gestaltete sich der überwiegende Verkauf von ostdeutschen Unternehmen durch Verhandlungen mit einem ausgewähltem Bieter und nur gelegentlich griff man auf die Möglichkeit einer Auktion zurück.

Alles in allem, wurde die Arbeit der Treuhand als großer Erfolg gefeiert. Weniger unter dem Gesichtspunkt der Gewinne, bzw. Verluste, die erwirtschaftet wurden, als vielmehr unter der enormen Leistung, 15000 Betriebe in nur 5 Jahren privatisiert zu haben. Aus diesem Grunde ist man auch sehr zuversichtlich was die in Tabelle 2 dargestellten zukünftigen Aufgaben der Treuhand angehen.

Verkauf staatseigener Unternehmen (Post, Bundesbahn)
Vergabe von öffentlichen Aufträgen
Vergabe von Lizenzen (Telefon, Fernsehkanäle)

Tabelle 2: Zukünftige Aufgaben der Treuhand

Hier stellt sich die Frage, welches die Ziele sind, welche die Treuhand mit einer Privatisierung erreichen möchte. In Tabelle 3 sind einige dieser Ziele angegeben.

(1) Effizienz	Das Unternehmen soll an denjenigen verkauft werden, der den größten volkswirtschaftlichen Nutzen damit stiften kann. Die Effizienz hat die größte Priorität unter den Zielen.
(2) Erlöse	Die Regierung möchte die Verkaufserlöse aus der Privatisierung maximieren. Die Erlöse beeinflussen nicht die Effizienz, sondern nur die Verteilung in der Volkswirtschaft.
(3) Sonstiges	Diese Zielsetzungen sollten nicht die dominante Rolle bei der Privatisierung spielen. - Steuerpolitik - Struktur + Arbeitsmarktpolitik (Verringerung der sozialen Kosten)

- Wettbewerbspolitik (Funktionsfähiger Wettbewerb)

Tabelle 3: Ziele bei der Privatisierung

Damit die Treuhand ihre Aufgaben überhaupt bewältigen konnte, wurde ein systematischer Vergleich von verschiedenen Methoden zur Privatisierung eines (unteilbaren) Unternehmens unternommen, siehe Tabelle 3. Dabei wurden die verschiedenen Typen der Auktionen und die Möglichkeit der direkten Verhandlung mit einem ausgewähltem Käufer untersucht.

2 Auktionen

Definition einer Auktion

Ein (unteilbares) Unternehmen soll an einen von n Bietern verkauft werden.

- x_i private Info vom Bieter i, $i \in \{1,\dots,n\}$ und $x = \{x_1,\dots,x_n\}$
- $v_i = v_i\ \{x_1,\dots x_n\}$ Zahlungsbereitschaft von Bieter i für das Unternehmen
- F(x) Wahrscheinlichkeitsverteilung über x (gemeinsames Wissen)

Arten der Auktionen:

Offene Englische Auktion:	Viele Bieter sind in einem Raum. Das Gebot steigt solange, bis nur noch ein Bieter bietet. Dieser erhält dann auch den Zuschlag und muß den von ihm gebotenen Preis zahlen. (*Güter, Antiquitäten, Kunstwerke, Grundstücke, Häuser*)
Zweit-Preis Auktion:	Die Gebote sind in einem verschlossenem Umschlag abzugeben. Jeder Bieter kennt nur sein eigenes Angebot. Der Bieter mit dem höchsten Gebot erhält den Zuschlag, zahlt aber nur den Preis des zweit höchsten Gebotes. (*Telefonlizenzen, Frequenzen in der Telekommunikation*)
Erst-Preis Auktion:	Wie Zweit-Preis Auktion, hier muß jedoch der Bieter, der den Zuschlag erhält auch sein Gebot, d.h. den höchst gebotenen Preis zahlen. (*öffentliche Ausschreibungen, z.B. Straßenbau*)
Holländische Auktion:	Der Auktionator beginnt mir einem sehr hohen Preis. Dieser Preis wird schrittweise verringert. Der erste, der dann zusagt erhält den Zuschlag. (*Blumen / Pflanzen, landwirtschaftliche Produkte*)

Die Holländische Auktion wird bei der Privatisierung von Unternehmen nicht verwendet, daher bestehen die drei Standardauktionen nur aus der Englischen, Erst- und Zweit-Preis Auktion.

2.1 Referenzfall

Es existieren keine Komplementaritäten zwischen den zu privatisierenden Unternehmen und keinerlei externe Effekte auf die Gesellschaft. Ein solcher Unternehmensverkauf kann daher vollkommen isoliert betrachtet werden.
Annahme 1:

(a) alle Bieter sind risiko-neutral

(b) $F(x_i)$ ist symmetrisch in Bezug auf x_i

(c) es existiert eine „Unabhängige private Zahlungsbereitschaft“

Satz 1: Effizienz- und Erlösäquivalenz

Wenn die Annahmen 1(a), (b), (c) erfüllt sind, dann gilt für alle drei Standardauktionen,

- daß sie die Unternehmen an den Bieter mit der höchsten Zahlungsbereitschaft verkaufen.
- daß der Erwartungswert der Erlöse bei den Auktionstypen gleich ist.

Bemerkungen:

(1) Englische und Zweit-Preis Auktion sind strategisch äquivalent, solange man eine „unabhängige private Zahlungsbereitschaft“ hat. Bei beiden Auktionen hat jeder Bieter eine dominante Strategie. (exakt das bieten, was das Unternehmen wert ist)

(2) Die Erst-Preis Auktion ist strategisch sehr viel komplizierter.

(3) Erlösäquivalenz gilt nur im Erwartungswert.

(4) Man beachte, daß die drei Standardauktionen den Erlös der Regierung nicht maximiert. Wenn Annahme 1 gilt, ist die erlösmaximierende Auktion eine Englische Auktion mit angemessenem Mindestangebot.
Vorsicht: Mindestangebote können zu Ineffizienzen führen.

2.2 Asymmetrische Bieter

Satz 2: Angenommen, die exakte Wahrscheinlichkeitsverteilung $F(x)$ ist asymmetrisch.
Wenn die Annahmen 1(a), (b), (c) erfüllt sind, dann gilt,

- daß die Englische und die Zweit-Preis Auktion zu gleichermaßen effektiven Allokationen führen, während die Erst-Preis Auktion hier ineffizient geworden ist.
- daß die erwarteten Erlöse in der Englischen und in der Zweit-Preis Auktion gleich sind. In der Erst-Preis Auktion können sie höher oder auch niedriger sein.

Bemerkungen:

(1) Wenn einer der Bieter eine sehr viel höhere Zahlungsbereitschaft als einer der anderen Bieter hat, kann die Regierung höhere Erlöse erzielen.

(2) In Osteuropa kann diese höhere Zahlungsbereitschaft oftmals zu Diskriminierung gegenüber ausländischen Investoren führen.

(3) Diskriminierung ist ineffizient.

2.3 Korrelierte Zahlungsbereitschaft

Bei der korrelierten Zahlungsbereitschaft wäre der Extremfall, daß eine gleiche Zahlungsbereitschaft zwischen den Bietern existiert.
Satz 3: Angenommen, die Zahlungsbereitschaft der Bieter sind korreliert.

Wenn die Annahmen 1(a) und (b) nicht erfüllt sind, dann ist der Vergleich nicht eindeutig.

Bemerkungen:
(1) Die Gebote aller Bieter beinhalten Informationen.

(2) Hohes Risiko, dem „Fluch des Gewinners" zu unterliegen. D.h. derjenige Bieter gewinnt die Auktion, der den tatsächlichen Wert des Unternehmens am stärksten überschätzt und daher am meisten bietet. (Beispiel *Ölfelder*)
(3) Die Englische Auktion mildert den „Fluch des Gewinners".

(4) Gibt es mehr als zwei Bieter, dann sind die Englische und die Zweit-Preis Auktion nicht länger äquivalent.

Satz 4: Angenommen, die Zahlungsbereitschaft der Bieter sind korreliert und die Annahmen 1(a) und (b) sind erfüllt. Dann sind die erzielten erwarteten Erlöse der Englische Auktion > Zweit-Preis Auktion > Erst-Preis Auktion.

2.4 Komplementaritäten

Manchmal verlangt die Effizienz, daß mehrere Unternehmen demselben Eigentümer zugesprochen werden. In diesem Fall können die Unternehmen nicht länger in Isolation betrachtet werden.

Beispiel: Versteigerung des Radiospektrums in den USA.

- Die Lizenzen für spezielle Frequenzen des Radiospektrums in 492 Regionen der USA mußten an lokale und nationale Telefon- und Kabelfernsehgesellschaften verteilt werden.
- 1993 autorisierte der Kongreß die FCC zum ersten Mal, die Lizenzen zu versteigen, um „eine effiziente und intensive Nutzung des elektromagnetischen Spektrums" zu erreichen.
- Komplementaritäten zwischen verschiedenen Regionen und Frequenzen. So war es für große Radiosender notwendig, in allen Regionen die gleiche Frequenz zu erhalten.
- Berücksichtigung der schlechten Erfahrungen mit simultanen Erst-Preis und Zweit-Preis Auktionen in Australien und in Neuseeland.
  Neuseeland: - Gebiete waren viel zu zerstückelt
  - Nachträgliche Einigung zwischen den Bietern wurden gemacht

- Zweit-Preis Auktion: (1.Gebot) 1 Mio. $, (2.Gebot) 6 $

Australien: - Firma, welche den Zuschlag bekam, war nicht zahlungskräftig
- 1. und 2. höchste Gebot kam von der selben Firma

Die FCC diskutierte mit führenden Spieltheoretikern das Design der Auktion ausgiebig durch und kam zu dem in Tabelle 4 dargestelltem Ergebnis, wie die Auktion durchzuführen sei.

- parallele offene Auktion über mehrere Runden (Englische Auktion erhöht Markttransparenz)
- Strafe für zurückgezogene Gebote
- Pfänder müssen hinterlegt werden (Schutz gegen Unzahlbarkeit, wie in Australien)
- Aktivitätsregeln für jeden Bieter

Tabelle 4: Regeln der FCC für Auktionen

Das Ergebnis dieser so festgelegten Auktion wurde als ein großer Erfolg gefeiert. Mit sieben Milliarden US-$ als Gewinn für die Regierung wurde sehr viel mehr erwirtschaftet, als anfangs von der FCC erwartet wurde. Aber auch auf Seiten der Bieter stieß man auf große Zufriedenheit. Was zur Folge hatte, daß es nur ein sehr geringes Transaktionsvolumen auf dem „second-hand“ Markt gab. Anders wie in Neuseeland.

2.5 Zusammenfassung

Alles in allem sprechen mehrere starke Argumente für ein offenes, sequentielles Verfahren wie die Englische Auktion. Die Englische Auktion erzielt in vielen wichtigen Fällen eine effizientere Allokation als die anderen Auktionstypen. Zudem ist die Englische Auktion strategisch relativ einfach und stellt an die Bieter keine hohen Rationalitätsanforderungen.

3 Verhandlungen

Verhandlungssituationen sind sehr viel schwieriger zu analysieren, weil im Gegensatz zu Auktionen die „Spielregeln“ nicht klar vorgegeben sind.

Satz 5: Angenommen, es gibt $n \geq 2$ potentielle Käufer für ein Objekt und die Annahme 1(c) ist erfüllt. Dann ist der erwartete Erlös einer offenen Englischen Auktion größer, als der erwartete Erlös der Regierung in einem Verhandlungsspiel mit nur einem Bieter.

Voraussetzungen für eine bilaterale Verhandlung sind unter anderem, wie in Tabelle 5 dargestellt, daß es nur einen einzigen ernsthaften Interessenten für ein zu privatisierendes Unternehmen gibt, oder das es wichtige Externalitäten zu beachten gibt.
Verhandlungen sind dann eine Möglichkeit, diese Externalitäten vertraglich zu regeln. Wenn die Regierung jedoch klare Maßstäbe zur Bewertung der Externalitäten hat, so ist auch eine Auktion möglich.

(1)	Es gibt nur einen ernsthaften Interessenten für das Unternehmen.
(2)	Es gibt wichtige Externalitäten von diesem Unternehmen, welche beachtet werden müssen. - Arbeitnehmer - Zulieferer, Abnehmer, Wettbewerber - Region

Tabelle 5: Voraussetzungen für bilaterale Verhandlungen

Bei bilateralen Verhandlungen können die in Tabelle 6 angegebenen Probleme auftreten,

(1)	Die Regierung ist in einer schwachen Verhandlungsposition, da sie meistens gezwungen ist zu verkaufen. Sehr geringe Verkaufserlöse sind dann meistens die Folge.
(2)	Wenn Externalitäten vorliegen, müssen diese beachtet werden. Sie verhelfen dem Bieter oftmals zu einer günstigeren Verhandlungsposition.
(3)	Bilaterale Verhandlungen laden zu politischen Interventionen, Einflußaktivitäten und Bestechungsversuche ein.

Tabelle 6: Probleme bei bilateralen Verhandlungen

4. Literatur

Schmidt, K.M.; Schnitzler, M.: *Methodes of Privatisation: Auctions, Bargaining and Give-Aways.* Discussion Paper No. 1541, Centre for Economic Policy Research, London, Januar 1997.

5. Abschlußdiskussion

„Wie sehen die Erkenntnisse für zukünftige Privatisierung von staatlichen Unternehmen aus?"

Die Regierung (Postminister) will Aufträge nicht mehr unbedingt an den meistbietenden Interessenten verkaufen, sondern achtet zunehmen auch darauf, in wieweit eine Firma in der Lage ist, mit ihrem technischen Know How ein Projekt zu realisieren. Das Bankenkonsortium hatte den Preis für die Deutsche Telekom Aktie festgelegt und es gab sieben mal so viele Käufer wie Aktienpakete. Auch hier mußte eine gerechte Reglementierung gefunden werden, welcher Käufer wie viele Aktien bekommt.

„In wieweit führte die Struktur des Arbeitsmarktes zu politischen Problemen bei der Treuhand?"

Objekte sollten nicht um jeden Preis verkauft werden. Oftmals wäre es besser gewesen, die Betriebe vorerst in staatlicher Obhut zu belassen. Dieses ist allerdings eine schlechte Strate-

gie, da sie zu „Nicht-Erlösen" führen. Zudem sind die Kosten im Laufe der Jahre meist höher als der niedrigste Gewinn, welcher erzielt werden kann. Es sollten aber stärkere arbeitspolitische Maßstäbe gesetzt werden. Extrem Beispiel: Nach der Übernahme eines Betriebs wurden über tausend Arbeitern gekündigt. Dies war natürlich ein schwerer Schlag für die ohnehin geschwächte Region, welches hätte berücksichtigt werden müssen. Durch eine individuelle Prüfung hätte dieses vermutlich verhindert werden können.

„*Was passiert, wenn bei einer Auktion alle Bieter gleichzeitig aussteigen*"
Idealisiert, hätte jeder Bieter einen Knopf, welchen er solange gedrückt halten muß, wie er ein Gebot abgeben möchte. Läßt er den Knopf los, ist der bis dahin erreichte Preis sein höchstes Gebot. Der Bieter, der den Knopf als letztes gedrückt hält, ist dann automatisch der Bieter mit dem höchsten Gebot und erhält den Zuschlag. Die Wahrscheinlichkeit, daß zwei Bieter wirklich zur selben Zehntelsekunde den Kopf loslassen ist verschwindend gering.

„*Verhandlung versus Auktion*"
Die Auktion ist nur eine spezielle Form der Verhandlung. Bei der Auktion gibt es immer mehrere Mitspieler. Bei der Verhandlung meistens nur einen. Bei der Auktion hat der Bieter selber weniger Einfluß auf die Kaufkonditionen wie bei der Verhandlung.

„*Unterschied diskrete ⇔ kontinuierliche Spiele*"
Je nachdem welche Spiele besser sind werden sie genommen.

Ray Rees
Seminar für Versicherungswissenschaft
Ludwig-Maximilians-Universität München

Spieltheorie und Wettbewerbspolitik

Protokoll von

Andreas Erkens
Mario Weck

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 02. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Es soll im Rahmen dieses Vortrages ein möglicher Beitrag der Spieltheorie zur Wettbewerbspolitik einer Behörde, z.B. einer Monopolkommission oder eines Kartellamtes herausgestellt werden. Der Idealfall für den Verbraucher ist gegeben, wenn auf dem Markt Konkurrenz ohne Absprachen herrscht. Deshalb ist der Behörde daran gelegen, festzustellen, ob kollusive Vereinbarungen zwischen den Firmen vorliegen. Hierzu kann man die Spieltheorie heranziehen, welche Antworten auf diese Frage geben und zur Beurteilung der Effizienz der Marktsituationen beitragen kann.

2 Modell

Wir gehen von einem einfachen Duopol aus, dies bedeutet, daß es nur zwei Unternehmen gibt, die unter sich das gesamte Marktvolumen aufteilen; es gibt keinen anderen Anbieter mit dem gleichen Produkt. Weiterhin gehen wir davon aus, daß die Produktmengen den Preis bestimmen; hohe Mengen - geringer Preis, niedrige Mengen - hoher Preis. In dem Fall daß die Produktmengen die einzigen Handlungsvariablen sind, spricht man von einem „Cournot´schen Verhalten".

Die folgenden Parameter beschreiben das Modell:

Der Preis p des Produktes ergibt sich aus einer produktabhängigen Konstanten a abzüglich der Gesamtproduktmenge Q.

Die Gesamtproduktmenge ergibt sich als die Summe der Produktmengen der beiden Unternehmen.

Die Kosten C_i die dem Unternehmen i, i=1,2, entstehen, ergeben sich aus den Kosten pro Stück c und der Anzahl q_i. Hier gehen wir davon aus, daß beide Unternehmen die gleichen Stückkosten haben, dies dient nur der Vereinfachung der Rechnung.

Bei dem obigen Modell gilt $a > c \geq 0$. Dies ist sicher eine vernünftige Annahme, denn erstens können Stückkosten keinen negativen Wert annehmen und des weiteren lohnt es sich für ein Unternehmen nicht zu produzieren, wenn der maximal mögliche Preis a des Produktes kleiner ist als die Kosten der Herstellung desselben.

Zunächst beschränken wir uns auf eine Zeitperiode, das Spiel findet also nur einmal statt. Diese Einschränkung wird im weiteren Verlauf des Vortrages immer weiter aufgeweicht.

3 Mögliche Marktsituationen

Im Prinzip gibt es drei mögliche Situationen auf dem Markt, welche im folgendem vorgestellt werden.

3.1 Ideales Ergebnis

Der Produktpreis entspricht den Stückkosten ($p = c$) und somit ist der Gewinn der Unternehmen $\pi_i = 0$. Aus der Formel $p = a - Q$ des Modells und $p = c$ ergibt sich die Gesamtoutputmenge im Idealergebnis durch $Q = a - c$, wobei die Outputmengen der Unternehmen beliebig sind, aber $0 \leq q_i \leq a - c$ und $\sum_i q_i = Q$. Bei diesem Ergebnis sind die Kunden besonders gut gestellt, es geht nicht besser. Hieraus resultiert dann definitionsgemäß der Wohlfahrtsverlust $V = 0$. Der Wohlfahrtsverlust beschreibt den Verlust des Kunden gegenüber dem für ihn idealen Fall.

3.2 Monopol

Ein Monopol ist gegeben, wenn nur ein Unternehmen auf dem Markt ist, oder wenn zwei Unternehmen sich wie ein solches benehmen, indem sie z.B. Kartellabsprachen halten. Die Gesamtproduktmenge in diesem Fall resultiert aus dem gewinnmaximierenden Verhalten der Unternehmen: $Q = \arg\max_Q (p-c)$ $Q = (a-c)/2$. Der Gewinn ergibt sich aus dem um die Kosten cQ erniedrigten Umsatz pQ. Als maximierendes Q ergibt sich die halbierte Outputmenge wie beim Fall I. Mit dieser Produktmenge ergibt sich als Preis $p = (a+c)/2$, die Produktmengen der Unternehmen sind jeweils genau die Hälfte der Gesamtmenge: $q_i = \frac{1}{2} Q$ und der Gewinn π_i der Unternehmen ergibt sich als $(a-c)^2/8$. Der Wohlfahrtsverlust, welcher sich bei Monopolverhältnissen einstellt ist bedeutend größer als im Fall I, er beträgt $(a-c)^2/8$.Es ist nun Sache der Monopolkommission festzustellen, ob der kompetitive Fall oder ob eine Monopolsituation vorliegt. Im zweiten Fall muß diese dann „verbessernd" einwirken.

3.3 Nash - Gleichgewicht

Davon ausgehend, daß wir es mit einem Duopol zu tun haben, bei dem die Spieler sich nicht untereinander absprechen und somit unabhängig voneinander agieren, ergeben sich die jeweiligen Outputmengen als beste Antwort auf die Nash-Outputmenge des Gegenspielers:

$$q_i = \arg\max_{q_i} (a - q_k - q_i - c)q_i \quad \mathrm{i,k} = 1{,}2; \mathrm{i} \neq \mathrm{k} \Rightarrow \mathrm{q_i} = \tfrac{a-c}{3}$$

Die Gesamtoutputmenge ist, auf Grund der Symmetrie der obigen Formel, das Doppelte der q_i, also $Q = 2(a-c)/3$. Als Preis für das Produkt ergibt sich somit $p = (a+2c)/3$. Der Gewinn der Unternehmen ist geringer als im Fall II, er beträgt $(a-c)^2/9$. Damit reduziert sich auch der Wohlfahrtsverlust auf $V = (a-c)^2/18$.

Man kann behaupten, daß in der gegebenen Marktsituation (2 Spieler, 1 Produkt, Cournot´sches Verhalten) und unter der Voraussetzung, daß es sich um ein „One-Shot-Spiel" (nur ein Spielzug) handelt, das Nash-Gleichgewicht das einzig mögliche realistische Ergebnis ist. Dies ist sozusagen die Voraussage der Spieltheorie.

3.4 Graphische Darstellung

Die drei bereits aufgeführten Marktergebnisse lassen sich auch grafisch verdeutlichen. In dem Koordinatensystem der Abbildung 1 ist auf der Abszisse die Gesamtoutputmenge aufgetragen und auf der Ordinate als Funktion des Outputs der sich ergebende Preis für das Produkt. Die geklammerten Buchstaben M, N und K stehen für die Ergebnisse bei Monopol, Nash-Gleichgewicht und Konkurrenz. Das Zusammenspiel von Outputmenge und Preis wird an dieser Grafik gut deutlich, insbesondere gibt es eine geometrische Darstellung des Wohlfahrtsverlustes. Dieser ist nämlich die Fläche unter dem jeweiligen Dreieck. Im Falle des Monopols ergibt er sich aus dem Dreieck vxz und beim Nash-Gleichgewicht ist es nur noch die Fläche wyz. Bei dem Ergebnis der Konkurrenz gibt es keinen Wohlfahrtsverlust, da der Preis P(K) genau der Kostenfunktion c entspricht und somit ein Dreieck der Fläche 0 gebildet wird.

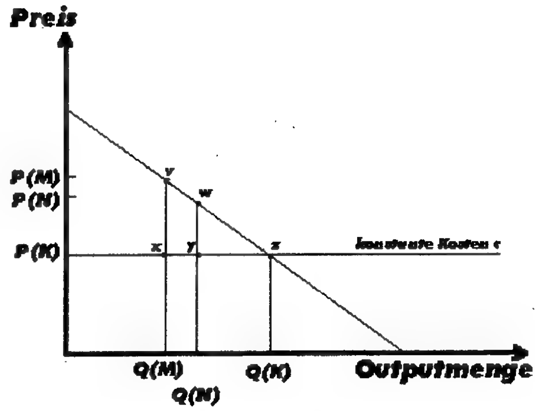


Abbildung 1: Preis/Output

Die Ergebnisse lassen sich auch anhand einer weiteren Darstellung verdeutlichen. Die Abbildung 2 stellt den Auszahlungsraum für die beiden beteiligten Unternehmen dar. Auf den Koordinatenachsen sind die Gewinne der Unternehmen aufgetragen. Entlang der ersten Winkelhalbierenden sind die Gewinne für beide gleich hoch, dies bedeutet, daß die zu erwartenden Marktergebnisse auch auf dieser Geraden zu verzeichnen sind. Die maximalen Gewinne, welche die Unternehmen erzielen können, betragen g1(M) bzw. g2(M). Diese würden erreicht, wenn die Unternehmen Monopolabsprachen träfen.

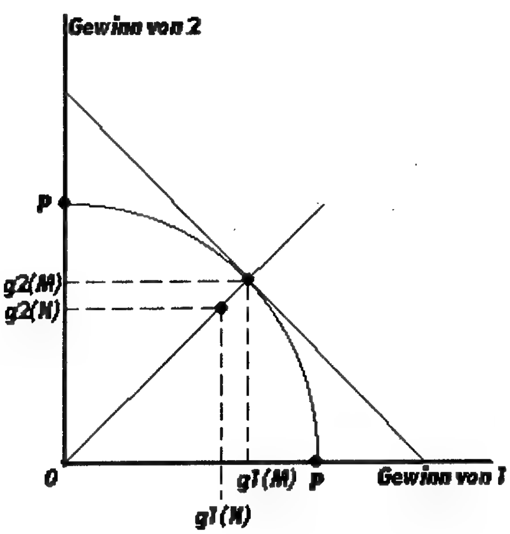


Abbildung 2: Auszahlungsraum

Tatsächlich sind die Unternehmen jedoch schlechter gestellt, denn sie erzielen nur die Nash-Gleichgewichtsgewinne g1(N) und g2(N). Der Gesamtgewinn ist somit auch kleiner als der Gesamtmonopolgewinn. Das Nash-Gleichgewicht ist für die Spieler ineffizienter.

4 Folgen für die Wettbewerbspolitik

Wir hatten zunächst vorausgesetzt, daß es nur eine Zeitperiode gibt, in der die Unternehmen agieren. Es handelt sich also um ein „One-Shot-Spiel“. Unter der Annahme, daß keine Ab-

sprachen zwischen den Unternehmen stattfinden, wird entsprechend der Voraussage der Spieltheorie das Nash-Gleichgewicht angenommen. Was kann man für die Wettbewerbspolitik hieraus schließen?

Das Nash-Gleichgewicht entspricht nichtkooperativem Verhalten in diesem Markt und es ist die beste Form von Konkurrenz, die man erwarten kann. Dies liegt daran, daß wir es nur mit zwei Unternehmen zu tun haben und nicht mit mehreren Tausend, die dann durch Konkurrenz das für den Verbraucher ideale Ergebnis annähern. Das Nash-Gleichgewicht ist die beste Lösung, wenn die Unternehmen unabhängig voneinander entscheiden und keine Absprachen halten. Man muß also akzeptieren, daß Wohlfahrtsverluste vorhanden sind. Der Markt kann nicht effizient sein.

Wenn wir dies nicht akzeptieren wollen, dann gibt es nur eine Alternative: eine Marktregulierung. Der Staat muß intervenieren, er muß eine aktivere Rolle spielen. Man mag das kompetitive Ergebnis nicht und gibt eine Schranke c für den Produktpreis vor, der diese dann nicht überschreiten darf. Der Staat setzt den Preis fest und verhindert somit den Wohlfahrtsverlust. Hier treten aber Probleme auf, denn wir haben angenommen, daß alles über diesen Markt bekannt ist. Die Wettbewerbsbehörde kennt also die Preisabsatzfunktionen, die Kostenfunktionen und so weiter. Unter dieser Voraussetzung ist es recht einfach, den Preis festzusetzen. Doch die Wirklichkeit ist viel komplizierter, denn diese Informationen fehlen und müssen somit geschätzt werden. Daraus ergeben sich dann allerdings wieder Wohlfahrtsverluste, die nun aber in der asymmetrischen Informationsverteilung begründet liegen.

Da das Monopol kein Nash-Gleichgewicht ist, kann es ausgeschlossen werden. Es wird in einem solchen Markt nie auftreten. Die Marktregulierung bringt jedoch auch Wohlfahrtsverluste mit sich, die denen beim Nash-Gleichgewicht in ihrer Höhe ähneln. Somit ergibt sich für die Wettbewerbspolitik, daß sie keine Rolle spielt. Man könnte die Monopolkommision auflösen und Geld sparen, weil die Wohlfahrtsverluste durch Regulierungsmaßnamen der Wettbewerbsbehörde denen ohne Eingreifen entsprechen. In einem solchen Markt mit nur einer Zeitperiode benötigen wir also keine Behörde.

5 Wiederholte Spiele

In der Realität sind Marktspiele wiederholte Spiele. Es stellt sich nun also die Frage, ob hierdurch etwas verändert wird, ob das Gleichgewicht immer noch $q_1(N)$, $q_2(N)$, d.h. die Nash-Lösung des „One-Shot-Spiels" ist, oder ob es vielleicht weitere Gleichgewichtslösungen gibt. Als Antwort hierauf läßt sich zeigen, daß ein Monopolergebnis durchaus ein nichtkooperatives Gleichgewicht darstellen kann. Dieser Fall ist natürlich schlechter für den Verbraucher, da hieraus ja wieder ein höherer Wohlfahrtsverlust resultiert. Wird das Spiel nur endlich wiederholt, dann kann man durch Induktion zeigen, daß das einzige Gleichgewicht auf dem Markt das Nash-Gleichgewicht des „One-Shot-Spieles" ist. Wird das Spiel aber unendlich oft wiederholt, dann stellt das Monopolergebnis ein nichtkooperatives teilspielperfektes Gleichgewicht dar.

Im Spiel mit nur einem Zeitintervall, hat es keinen Nutzen, die Monopoloutputmengen zu produzieren, da der Gegenspieler bei einer Mehrproduktion auch einen Mehrgewinn erhalten würde. Hier kommt es daher zur Nash-Lösung.

Im unendlich wiederholten Spiel kommt jedoch die Möglichkeit der Bestrafung hinzu. Angenommen, Spieler1 produziere die Monopolmenge. Wenn sein Gegenspieler mehr produziert,

dann wird er in der darauf folgenden Periode bestraft, indem Spieler1 noch mehr produziert. Ob die Bestrafung, die ja in der Zukunft liegt, eine hinreichend gute Drohung ist, hängt jedoch von dem Diskontsatz ab. Ist der Zinssatz sehr hoch, dann ist die Zukunft nicht so wichtig. Wenn man den Verlust, der in der nächsten Periode anfällt, abdiskontiert und der mögliche Gewinn durch Abweichung vom Monopolgleichgewicht in der laufenden Periode größer ist, dann lohnt sich die Abweichung; die Bestrafung führt nicht zum Erfolg. Ist der Zinssatz jedoch hinreichend klein, ist die Drohung wirkungsvoll. Eine derartige Spielstrategie, welche Drohungen unter Berücksichtigung des Diskontsatzes $\delta = \frac{1}{(1+r)}$ beinhaltet, wird „Triggerstrategie" genannt.

6 Die Triggerstrategie nach Friedman

Die hier behandelte Triggerstrategie wurde von James Friedman (1977) formuliert. Man kann mit ihr die Theorien sehr gut zusammenfassen. Sie zeigt sehr einfach, wie es möglich ist, durch solche Bedrohungen und Bestrafungen die Monopollösung zu unterstützen.

Die Triggerstrategie läßt sich wie folgt beschreiben:
Wir betrachten den Spieler $i = 1, 2$ zum Zeitpunkt t. Der Spieler i fragt sich, was hat der andere Spieler in der letzten Zeitperiode $t-1$ gemacht. War seine Outputmenge $q_j = q_j^m$? Wenn ja, produziert Spieler i q_i^m, d.h. er hält die impliziten Vereinbarungen ein. Es müssen hierfür aber keine Absprachen getroffen werden. Weicht Spieler j jedoch von der Outputmenge q_j^m ab, muß Spieler i ihn bestrafen. Er bestraft ihn in der Form, daß er ab dem Zeitpunkt t die Nash-Outputmenge q_i^N produziert, d.h. die Kooperation ist beendet und von nun an wird das One-Shot-Nash-Gleichgewicht gespielt. Dies ist die Drohung.

Man kann formal zeigen, daß diese Strategie teilspielperfekt und somit glaubwürdig ist. Weiter kann man zeigen, unter welchen Umständen, d.h. unter welchen Bedingungen bzgl. des Zinssatzes oder des Diskontfaktors diese Strategie die monopolistische Outputmenge unterstützen kann:

Nehmen wir an, daß Spieler j abweicht. D.h. zum Zeitpunkt $t-1$ produziert Spieler i q_i^m und Spieler j die beste Antwort darauf. Man kann zeigen, daß er nun mehr produziert und auch einen höheren Gewinn erzielt. Π_j^D ist der maximale Gewinn, den Spieler j in einer Zeitperiode erreichen kann, wenn er abweicht und Spieler i q_i^m produziert.

Unter welchen Umständen würde sich eine Abweichung nicht lohnen ?
Eine Abweichung lohnt sich nicht, wenn der Nettogewinn kleiner ist, als die Summe der darauffolgenden abdiskontierten Nettoverluste, d.h.

$$\underbrace{\Pi_j^D - \Pi_j^m}_{\textbf{Nettogewinn}} \leq \sum_{t=1}^{\infty} \underset{\text{Diskontfaktor}}{\delta^t} \underbrace{\left(\Pi_j^m - \Pi_j^N\right)}_{\textbf{Verlust}} = \frac{\Pi_j^m - \Pi_j^N}{r}$$

und damit

$$r \leq \frac{\Pi_i^m - \Pi_i^N}{\Pi_i^D - \Pi_i^M}.$$

r stellt eine Bedingung für den Zinssatz dar, d.h. wenn der Zinssatz in diesem Bereich liegt, wissen wir, daß es keine Abweichung geben wird. Liegt der Zinssatz nicht in diesem Bereich, wird es Abweichungen geben und es wird das One-Shot-Nash-Gleichgewicht gespielt.

Man könnte jetzt die Triggerstrategie von Friedman noch weiter präzisieren oder mit anderen Triggerstrategien, welche mächtiger sind und mehr Zinssätze zulassen, zu noch besseren Ergebnissen kommen, doch als Einstieg sollte dieses Beispiel genügen. Eine andere Triggerstrategie wäre beispielsweise die von Abreu formulierte Strategie „Zuckerbrot und Peitsche“ (Abreu 1986, siehe auch Fudenberg und Maskin 1986).

7 Zusammenfassung

Im Vortrag wird die Beziehung zwischen der Spieltheorie und der Wettbewerbspolitik aufgezeigt. Es werden mit Hilfe eines einfachen Duopols, bei dem sich zwei Unternehmen das gesamte Marktvolumen teilen, mögliche Marktsituationen dargestellt. Es gibt drei mögliche Situationen:

1. Das ideale Ergebnis: Ideal für den Kunden, da der Produktpreis den Stückkosten entspricht und das Unternehmen einen Gewinn von 0 macht.
2. Das schlechtestmögliche Ergebnis: Schlechtestmögliche für den Kunden, da es nur einen Anbieter gibt, der somit das Monopol besitzt oder mehrere Anbieter halten sich an sogenannte Kartellabsprachen. Der oder die Anbieter können somit die Höhe des Wohlfahrtsverlustes (Verlust des Kunden gegenüber dem für ihn idealen Fall) bestimmen. Hier muß nun die Monopolkommission feststellen, ob es ein kompetitives Ergebnis gibt und eventuell eingreifen.
3. Das Nash-Gleichgewicht: Wir gehen von einem Duopol aus, bei dem sich die Spieler nicht absprechen und somit unabhängig voneinander agieren. Daraus folgt, das jeder Spieler die Produktmenge als beste Antwort auf die Nash-Produktmenge des Gegenspielers spielt. Somit liegt sowohl der Preis, also auch der Gewinn der Spieler zwischen dem ersten und zweiten Fall

Des weiteren zeigt er auf, daß für einen Markt mit nur einer Zeitperiode, keine Behörde benötigt wird. Diese Situation ist allerdings unrealistisch. Bei den wiederholten Spielen unterscheidet er die Spiele mit endlicher Wiederholung, die bei einem Nash-Gleichgewicht des One-Shot-Spieles enden und solche mit unendlicher Wiederholung, für die das Monopolergebnis eine Lösung darstellt. Als letztes stellt R. Rees noch die Triggerstrategie von Friedman vor. Er verdeutlicht, daß es bei impliziten Vereinbarungen der Spieler einen Zinssatz gibt, bei dem es sich nicht lohnt, von der vereinbarten Strategie abzuweichen. Sollte der Zinssatz jedoch nicht in diesem Bereich liegen und ein Spieler abweichen, gibt es wieder ein One-Shot-Nash-Gleichgewicht.

8 Literatur

Abreu, D.: *Extremal Equilibria of Oligopolistic Supergames*. Journal of Economic Theory 39, 1986, S. 191.235

Friedman, J.: *Oligopoly and the Theory of Games*. North Holland, Amsterdam, 1977.

Fudenberg, D.; Maskin, E.: *The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information*. Econometrica 54, 1986, S. 533-556.

9 Diskussion und Fragen

Wie wirkt sich der Regierungswechsel in Großbritannien auf die Wettbewerbspolitik aus ?
Wir werden eine Politik beobachten können, die stärker und mehr reguliert. Man wird auch eine bessere Europapolitik sehen können. *(pers. Meinung der Referenten)*

Wird es Verstaatlichungen unter der neuen Regierung geben ?
Nein, die Zeit ist vorbei. Aber Großbritannien hat viele Unternehmen die privatisiert worden sind und die erzielen sehr hohe Gewinne und sie werden besteuert werden und das ist Politik. Diese Politik wird sehr streng sein und wir werden mehr Regulierung sehen als bisher. *(pers. Meinung der Referenten)*

Ein Kartellamt hat es auch mit heimlichen Absprechen zu tun, die zwar Verboten sind, aber trotzdem gemachte werden. Gibt es dafür Modelle ?
Das ist eine Frage der Forschung. In diesem Modell wird nicht zwischen expliziten und impliziten Vereinbarungen unterschieden. Aber wenn man daran denkt, wie viele Informationen die Unternehmen von einander wissen müßten, die Kosten, die Koordination und die Vergeltungsstrategien, ist es sehr unglaubwürdig, daß keine Absprachen stattfinden können, aber es ist nicht formal definiert. Dies wäre eine Richtung in die man forschen könnte.

Martin Seidel
Hans A. Wüthrich
Fakultät für Wirtschafts- und Organisationswissenschaften
Universität der Bundeswehr München

Management von Strategischen Allianzen aus spieltheoretischer Sicht

Protokoll von

Frank Eyermann

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 02. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Strategische Allianzen sind ein hochaktuelles Thema. Immer mehr Firmen, insbesondere in der Telekommunikationsbranche, beim Flugzeugbau und in der Rüstungsindustrie, arbeiten zusammen. Entsprechend war auch 1996 ein Rekordjahr, was Kooperationen und Firmenverbindungen betrifft.

Im ersten Kapitel soll nun dargestellt werden, was Strategische Allianzen eigentlich sind und worin ihr Nutzen besteht. Auf ein Kapitel über die Grundlagen der Spieltheorie kann hier verzichtet werden, da diese schon in der Einführungsvorlesung von Prof. Avenhaus präsentiert wurden. Anschließend sollen dann die Strategischen Allianzen mit der Spieltheorie durch eine Einordnung in Spielsituationen gekoppelt werden. Diese werden dann klassifiziert um zu sehen, welchen Beitrag die Spieltheorie für das Management von Strategischen Allianzen leisten kann.

2 Strategische Allianzen

Die Legitimation erhalten Strategische Allianzen durch die wachsende Umweltkomplexität und Umweltdynamik. Aufgrund der zunehmenden Umweltkomplexität wird eigentlich mehr Zeit benötigt, welche jedoch aufgrund der steigenden Umweltdynamik immer weniger zur Verfügung steht. Um konkurrenzfähig zu bleiben, sind Firmen deshalb gezwungen zusammenzuarbeiten.

Die Palette an möglichem Nutzen einer solchen Allianz ist vielfältig. Zum Beispiel könnten Zeit- und Know-how-Vorteile Marktzutritts- und Kostenvorteile, im Sinne von Mengen Degressions- und Basiskurven-Effekten, bringen. Auch könnten lediglich nur Kompetenzgewinne Basismotive für eine Zusammenarbeit sein.

Was ist aber nun eine Strategische Allianz? Dafür gibt es im wesentlichen zwei Auffassungen:
Zum einen wird in der Literatur die Strategische Allianz als Oberbegriff für verschiedene Kooperationsformen gesehen. Hierunter fallen:

- vertragliche Bindungen, z.B. Lizenzen und Franchising
- gemeinsames Eigenkapital, z.B. Joint ventures
- direktes Eigentum in Form von Minderheits- oder Mehrheitsbeteiligungen.

Der zweiter Allianzbegriff ist neueren Ursprungs. Dabei versteht man die Strategische Allianz als eigenständige Kooperationsform, um neue Produkte und Geschäftsfelder strategisch zu bearbeiten. Das Ganze wird dann mehr in Form von strategischen Netzwerken gesehen, die gekennzeichnet sind von einem sehr hohen Innovationsgrad, einer langfristigen Ausrichtung und wechselseitigen Beteiligungen.

Diese Zusammenarbeit kann horizontal, das heißt auf der gleichen Produktionsstufe, organisiert sein, oder auch vertikal, mit Lieferanten oder entsprechend mit nachgelagerten Stufen wie Handelshäusern oder anderen Elementen des Vertriebs oder Verkaufs.

2.1 Aufgaben des Managements bei Strategischen Allianzen

Beim Management Strategischer Allianzen können mehrere Phasen (Prozeßstufen) im Zeitablauf unterschieden werden, welche jeweils spezielle Anforderungen an die Unternehmensführung stellen:

(1) Treffen des strategischen Entscheids: Hierunter fällen das Überprüfen der eigenen Situation und die Identifikation von strategischem Kooperationspotential und strategischen Erfolgspositionen

(2) Festlegen der Konfiguration: Die Konfiguration der Allianz bestimmt ein Kooperationsfeld und die Verflechtungsintensität. Weiter werden die Multiplikationsmöglichkeiten bezüglich der strategischen Erfolgspotentiale betrachtet, da nicht jedes Erfolgspotential mehrfach nutzbar oder übertragbar ist.

(3) Selektion eines Partners: Bei der Partnerselektion wird ein geeigneter Kooperationspartner gesucht. Diese Phase wird dann durch einen Kooperationsvertrag abgeschlossen, welcher für die spätere spieltheoretische Betrachtung noch wichtig sein wird.

(4) Ausgestalten der Entwicklung: Damit sich die Allianz erfolgreich entwickeln kann, ist es notwendig, Koordinationsschnittstellen zu definieren, sowie Möglichkeiten zur Adaption und Überprüfung des Kooperationsvertrages zu untersuchen. Auch ein geeignetes Konfliktmanagement gehört zu dieser vierten Prozeßstufe.

2.2 Zusammenfassung der Grundlagen

In der Einleitung wurde die wachsende Bedeutung der Strategischen Allianz aufgezeigt, sowie die Legitimation aufgrund der Umweltentwicklung bzw. Umweltzustände. Anschließend folgte eine Beschreibung verschiedener Allianzbegriffe und der Managementaufgaben. Spieltheoretische Outputs können hier schon generiert werden. Als Zielvariablen sind die Erfüllungsgrade der Basismotive zu sehen; die Handlungsvariablen werden durch die Managementaufgaben beschrieben.

Wie oben schon erwähnt, wird hier auf ein Kapitel über die Grundlagen der Spieltheorie verzichtet, da diese als bekannt vorausgesetzt werden können. Lediglich die Klassifikationskriterien, nach denen die Spielsituationen nachher eingeordnet werden, sollen hier noch einmal kurz wiederholt werden:

- Zahl der beteiligten Personen oder Spieler
- Art der Verteilung der Auszahlungen an die Spieler
- Mit oder ohne Kooperation
- Mit oder ohne Beteiligung der Zufalls
- Informationsstatus
- Endliche oder unendliche Strategienmenge.

3 Strategische Allianzen aus spieltheoretischer Sicht

Die spieltheoretische Betrachtung von Strategischen Allianzen (Seidel, 1996) wird hier in zwei Entscheidungstatbestände zerlegt:
Im *Entscheidungstatbestand 1* geht es grundsätzlich um die Frage *„kooperieren oder nicht kooperieren?"*. Darunter werden die ersten drei Prozeßstufen des Allianzmanagements zusammengefaßt. Dabei legt der strategische Entscheid fest, ob kooperiert werden soll, oder

nicht, das heißt, ob das Spiel überhaupt gespielt wird. Die Partnerselektion, die Phase drei, wird so modelliert, daß das Spiel mit den verschiedenen, in Frage kommenden Partner gespielt wird. Auch die Prozeßstufe zwei, bei der es um die Konfiguration geht, wird durch mehrere Spiele, jetzt jeweils mit unterschiedlichen Umweltszenarien und verschiedenen Allianzarten mit unterschiedlichen Kooperationsfeldern und Verflechtungsintensitäten modelliert.

Im folgenden werden wir uns dann ein solches Spiel herausgreifen. Dabei muß beachtete werden, daß die Allianz über den gesamten Verlauf die gleiche sein muß, da es sich sonst um ein anderes Spiel handelt. Der Verlauf der Allianz wird dann durch ein weiteres Spiel beschrieben, dem die Frage *„defektieren oder nicht defektieren?"* zu Grunde liegt, hier mit *Entscheidungstatbestand 2* bezeichnet.

3.1 Entscheidungstatbestand 1: „Kooperieren oder nicht kooperieren?"

Der Entscheidungstatbestand 1 kann wie folgt abgegrenzt werden: Ein Unternehmen wird nur durch einen Spieler repräsentiert. Wir unterstellen also, daß sich ein Unternehmen durch eine gemeinsame Nutzenfunktion auszeichnet. Weiter schließen wir Koalitionen unter Teilmengen von Spielern aus. Ebenso verfolgen wir hier nur die rein betriebswirtschaftliche Sicht, d.h. mögliche Auswirkungen von Allianzen oder Kooperationen auf den Wettbewerb werden nicht berücksichtigt.

Somit haben wir hier ein strategisches, allgemeines, kooperatives Zweipersonen-Spiel mit vollständiger und vollkommener Information. Strategisch ist das Spiel, da wir hier zu einer Entscheidung (kooperieren oder nicht) kommen wollen. Das Prädikat „allgemein" bezieht sich auf die Auszahlungen; wir haben hier kein Konstant- oder Nullsummen-Spiel.

Ein kooperatives Spiel zeichnet sich dadurch aus, daß die Spieler durch einen Vertrag gebunden sind, der gegenüber externen Dritten, wie z.B. unserem Rechtssystem, durchsetzbar ist. Dies ist hier der Kooperationsvertrag der nach der Partnerselektion abgeschlossen wurde. Absichtlich wurden Situationen ausgeklammert, bei denen eine vertragliche Bindung nicht so einfach einklagbar und rechtlich verbindlich durchsetzbar ist (wie z.B. in einigen Entwicklungsländern). Wir betrachten also nur Fälle mit intaktem Rechtssystem, wo wir durch einen Kooperationsvertrag eine Bindung an die gemeinsame kooperative Strategie erreichen können.

Hier soll es nun nicht um die Suche nach einer Strategie gehen, die mir sagt, ob ich kooperieren soll oder nicht - denn ich werde nur kooperieren, wenn ich mir dadurch einen Nutzenzuwachs verspreche. Es wird um die Verhandlungen um diesen Nutzenzuwachs, der aus der Kooperation oder Allianz entsteht, gehen, weshalb kooperative Spiele auch oft Verhandlungsspiele genannt werden.

Zu Beginn weisen beide Allianzpartner ein gewisses Ausgangsnutzenniveau auf, welches hier mit c_1 und c_2 bezeichnet ist (siehe Abbildung 1). Die beiden Ausgangsnutzenpotentiale treffen sich im Konfliktpunkt c, der als Drohpunkt für das Scheitern der Verhandlungen gilt.

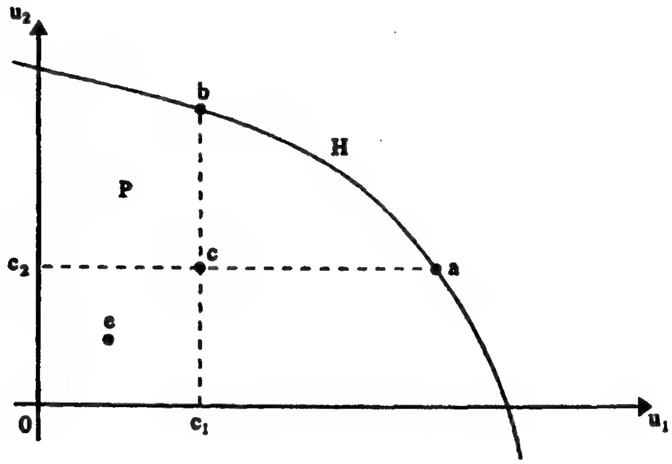


Abbildung 1: Ausgangsnutzenniveaus

Unter „Nutzen" sollen hier nicht nur monetäre Werte verstanden werden, sondern auch qualitative Werte, wie der Zielerreichungsgrad der Basismotive einer Allianz. Je mehr diese Ziele verwirklicht werden, desto höher ist der Nutzen dieser Kooperation.

Die Partner werden nun nur über Bereiche verhandeln, die sie besser stellen als vorher, d.h. Spieler 2 wird nur um Bereiche verhandeln, die oberhalb von c_2 liegen, entsprechend Spieler 1 nur um Bereiche, die oberhalb von c_1 liegen. Nimmt man nun noch das Kriterium der Pareto-Optimalität hinzu, so schränkt sich dieser Bereich weiter ein. Bei Pareto-optimalen Lösungen kann sich ein Spieler nur noch verbessern, wenn sich der andere verschlechtert, daß heißt es wird kein Nutzen „verschenkt". Somit wird auch nicht über Punkte unterhalb der Linie H verhandelt werden, sondern nur um Punkte auf dem Pareto-optimalen Rand der Auszahlungsfunktion zwischen a und b. Dieses Stück wird auch die Kontraktkurve genannt.

Nehmen wir für ein Beispiel an, eine Bank und ein Versicherungsunternehmen wollen zusammenarbeiten. Die Bank will sich bereiterklären, Versicherungen in ihren Filialen zu vertreiben und im Gegenzug sollen bei Fälligkeit freiwerdende Beträge bei der Bank angelegt werden, wodurch natürlich beide profitieren würden.

Die beiden potentiellen Verhandlungspartner werden nun natürlich nicht um Nutzenniveaus verhandelt, sondern vielmehr, um ein in die Allianz einzubringendes Input-Bündel. Um dies zu verdeutlichen, ist in Abbildung 2 dieser Sachverhalt in einer Edgeworth-Box (Edgeworth, 1881) dargestellt: Jeder der beiden Spieler hat zwei Güter anzubieten. Das Nutzenniveau hat man sich als ein zur Mitte hin ansteigendes Gebirge vorzustellen. Die diagonal durch die Grafik laufende Linie ist der Kamm dieses Gebirges. Von unten links betrachtet bringt der Spieler 1 von Gut x die Menge x_{1I} und von Gut y die Menge y_{1I} ein, entsprechend von oben rechts betrachtet der Spieler 2 die Mengen x_{2I} und y_{2I}.

Die beiden Linien u_{1I} und u_{2I} stellen die auf die Ebene projizierte Höhenlinie auf dem Nutzen der beiden Partner ohne Kooperation dar. Die Strecke von a nach b entspricht dem Kurvenabschnitt von a nach b aus Abbildung 1.

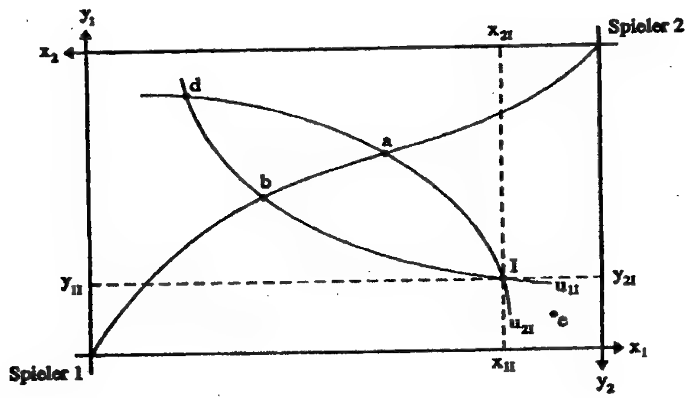


Abbildung 2: Edgeworth-Box

Die beiden Linien u_{1I} und u_{2I} stellen die auf die Ebene projizierte Höhenlinie auf dem Nutzen der beiden Partner ohne Kooperation dar. Die Strecke von a nach b entspricht dem Kurvenabschnitt von a nach b aus Abbildung 1.

In unserem Beispiel hat nun Spieler 1 viel von Gut x, hier Vertriebsmöglichkeiten, jedoch wenig von Gut y, hier Versicherungsdienstleistungen. Bei Spieler 2 ist dies genau umgekehrt. Die Spieler wollen nun durch Einbringen von Leistung in eine Allianz ihre Nutzenniveaus erhöhen. Hierbei ist natürlich nur der Bereich zwischen u_{1I} und u_{2I} interessant, da sich sonst einer der Spieler durch die Allianz verschlechtern würde. Deshalb nennt man diesen Bereich auch die Tauschlinse. Wie schon gesagt sind auch nur Pareto-optimale Lösungen von Interesse, so daß man sich bei Verhandlungen auf die Linie zwischen a und b beschränken kann.

Um nun einen gerechten Punkt auf dieser Kontraktkurve zu finden, gibt es verschiedene Lösungskonzepte. Diese unterteilt man im allgemeinen in axiomatische und behavioristische Verhandlungsmodelle. Hier sollen jetzt im wesentlichen nur axiomatische Ansätze besprochen werden und davon insbesondere die Nash-Lösung (Nash, 1953).

Die Nash-Lösung eines kooperativen Spieles muß fünf Axiome erfüllen:
(1) Unabhängigkeit gegenüber linearen Transformationen (um die Lösungen vergleichbar zu machen)
(2) Individuelle Rationalität (die Spieler müssen durch die Lösung besser gestellt sein, als am Anfang)
(3) Pareto-Optimalität
(4) Symmetrie (bei symmetrischer Ausgangslage, muß auch die Lösung symmetrisch sein)
(5) Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen (die Hinzunahme von irrelevanten Alternativen darf die Lösung nicht ändern)

Die grafische Lösung ist in Abbildung 3 zu sehen. Die Nutzenniveaus der beiden Spieler sind auf der u_1- und u_2- Achse aufgetragen. Nach rechts oben steigt der Nutzen der beiden Spieler an. Die Nash-Lösung ist dort, wo der Teilbereich des Auszahlungsraumes, der das Kriterium der individuellen Rationalität erfüllt (doppelt schraffiert), eine Indifferenzkurve tangiert.

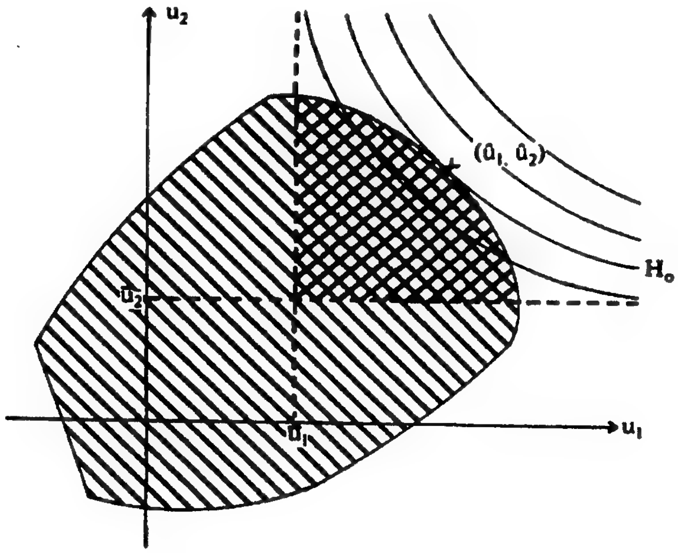


Abbildung 3: Nash-Lösung

Ein Kritikpunkt dabei ist der Gerechtigkeitsbegriff von Nash. Dort bekommt nämlich der mehr, der weniger mit der gleichen Menge anfangen kann. Dies wird oft durch folgendes Beispiel verdeutlicht: Ein Bettler und ein Krösus diskutieren über die Aufteilung von 100 DM. Nach Nash würde nun der Krösus davon 75 DM bekommen, der Bettler nur 25 DM, da beiden diese Beträge gleich viel nutzen.

Weiter ist anzumerken, daß die Nutzenniveaus für die Berechnung der Lösung bekannt sein müssen. Dies ist in der Realität nicht immer der Fall - und selbst wenn die einzelnen Parteien diese kennen, so besteht die Gefahr, daß diese nicht wahrheitsgemäß dargelegt werden. Um dieser Kritik entgegenzuwirken hat Nash dann die Drohstrategien eingeführt. Die Drohung besteht dabei darin, daß alles beim Alten bleibt und ein größerer Nutzen verwehrt bleibt (Nutzenniveaus bleiben bei Konfliktpunkt c).

Die Lösung von Kalai und Smorodinsky (1975) substituiert das fünfte Axiom („Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen") durch ein Axiom der individuellen Monotonie, welches bewirkt, daß bei asymmetrischer Ausgangssituation andere Lösungen auftauchen, um einen anderen Gerechtigkeitsbegriff zu verwirklichen.

Abschließend sei noch die proportionale Lösung erwähnt, die besagt, daß bei Vergrößerung des Auszahlungsraumes die Vergrößerung der Nutzenzuwächse in einer bestimmten Proportion zueinander stehen. Zusätzlich gibt es noch die Behavioristischen Verhandlungsmodelle. Sie stellen einen empirisch-induktiven Zugang zur Lösung von Spielsituationen dar, indem sie einen psychologischen Aspekt in die Modellierung von Verhandlungen bringen.

3.2 Entscheidungstatbestand 2: „Defektieren oder nicht defektieren?"

Soweit zum ersten Entscheidungstatbestand. Wir gehen jetzt davon aus, daß dieser Punkt auf der Kontraktkurve gefunden wurde und durch einen Kooperationsvertrag festgeschrieben ist. Nun ist die Frage, wie die Partner den Verlauf der Allianz gestalten. Hier stellt sich insbesondere die Frage, ob ein Spieler defektieren soll oder nicht. Hiermit ist nicht eine Verletzung des Kooperationsvertrages gemeint, sondern vielmehr, was geschehen soll, wenn ein Partner seine

Leistungen nicht in dem Maße erbringt, wie es eigentlich von ihm erwartet wird. Hier wird also davon ausgegangen, daß keine Vertragswerk so umfangreich sein kann, daß es alle Interaktionen einschließen kann. Ein solcher Vertrag würde bei der heutigen Umweltdynamik auch mehr behindern, wie nützen, da er eine Reaktion auf Veränderungen unterbinden würde. Der Formalisierungsgrad, insbesondere bei strategischen Netzwerken, ist dementsprechend rückläufig, was eine Betrachtung von solchen möglichen Unterwanderungen einer Allianz umso wichtiger macht.

Der Entscheidungstatbestand 2 ist nun ähnlich dem ersten, jedoch ist dieses Spiel nicht-kooperativ, d.h. wir haben es hier mit einem strategischen, allgemeinen, nicht-kooperativen Zweipersonen-Spiel mit vollständiger und vollkommener Information zu tun. Weiter handelt es sich hier um ein Superspiel, daß heißt, die Entscheidung zu defektieren oder nicht, wird immer wieder getroffen. Auch sollen hier mögliche Interdependenzen auf anderen Geschäftsfeldern ausgeklammert werden und es sollen keine anderen verbindlichen Abmachungen nach dem Kooperationsvertrag getroffen worden sein.

Bei diesem Spiel kommen wir mit ordinalen Werten aus, so daß die Ausgangsproblematik als Matrix dargestellt werden kann, siehe Abbildung 4.

Spieler 2 / Spieler1	nicht defektieren	defektieren
nicht defektieren	α	β
defektieren	δ	γ

Abbildung 4: Normalform der Ausgangssituation

Entsprechend dem Verhalten der Partner, ergeben sich die Auszahlungen α, β, γ und δ. Für die Größenordnungen dieser Auszahlungen lassen sich einige Bedingungen ableiten. So muß beiderseitiges Nicht-defektieren eine höhere Auszahlung bringen als beiderseitiges Defektieren, da es sich sonst gar nicht gelohnt hätte, die Allianz einzugehen.

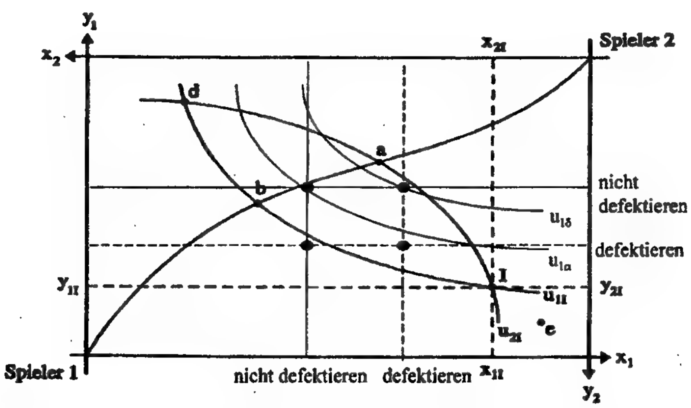


Abbildung 5: Situation Entscheidungstatbestand 2

Weitere Informationen für die ordinale Reihenfolge lassen sich ableiten, wenn wir noch einmal die Edgeworth-Box betrachten. In Abbildung 5 sind jetzt zwei weitere Nutzenniveaus von Spieler 1 eingetragen. Der Schnittpunkt der beiden Geraden für Nicht-defektieren ist der Punkt auf der Kontraktkurve, auf den man sich durch den Kooperationsvertrag geeinigt hat, entsprechend die Kurve $u_{1\alpha}$ der Nutzen von Spieler 1. Defektiert nun Spieler 1, jedoch Spieler

2 nicht, so hat Spieler 1 den Nutzen $u_{1\delta}$, der höher ist als $u_{1\alpha}$. Jedoch reduziert sich die Auszahlung für Spieler 2 in diesem Fall erheblich. Entsprechend ist dies im umgekehrt Fall, wenn Spieler 2 defektiert und Spieler 1 nicht. Defektieren beide, so pendelt sich der Nutzen der beiden Partner wieder irgendwo in der Mitte ein. Er ist immer noch höher, als ohne Allianz, jedoch niedriger, als würde niemand defektieren.

Somit ergeben sich für die Auszahlungen aus der Sicht von Spieler 1 die Bedingungen

$$\delta > \alpha > \gamma > \beta.$$

Belegt man die vier Variablen einmal mit Zahlen, so könnte eine Matrix gemäß Abbildung 6 entstehen, wobei der linke Wert für die Auszahlung an Spieler 1 und der rechte für die Auszahlung an Spieler 2 steht.

Spieler 2 / Spieler1	nicht defektieren	Defektieren
nicht defektieren	(7/7)	(3/9)
Defektieren	(9/3)	(5/5)

Abbildung 6: Beispielsituation

Betrachtet man diese Matrix einmal genauer, so stellt man fest, daß dies genau dem bekannten Gefangenendilemma entspricht. Hier ist eine dominante Strategie bekannt, die bei unserem Problem zu einem beiderseitigen defektieren führen würde.

Welche anderen Möglichkeiten bestehen aber nun in dieser Gefangenendilemma-Situation? Mit den klassischen Ansätzen der Spieltheorie würde, wie schon gesagt, jeder schon in der ersten Spielrunde defektieren, was der Stabilität der Allianz sicher nicht zuträglich wäre. Hier sollen im folgenden Strategien und Rahmenbedingungen erläutert werden, die eine Allianz stabilisieren.

Bei der Wahl von Strategien in einem Superspiel muß man die über die Zeit aufsummierten Auszahlungen maximieren. Solange man hier nur einen endlichen Zeithorizont betrachtet, liefert die Spieltheorie dafür keine andere Lösungen, als die oben vorgestellte. Läßt man allerdings das Ende der Allianz offen, so lösen auch andere Strategien dieses Problem.

In diesem Zusammenhang sei zuerst noch der Begriff des „*Schattens der Zukunft*" erwähnt. Dieser besagt, daß Auszahlung in der Zukunft weniger zu gewichten sind, als Auszahlung in der Gegenwart. Dies kommt zum einen von der Ungewißheit über die Zukunft, zum anderen daher, daß mit dem Geld, welches man schon hat, auch gearbeitet werden kann. Deshalb versieht man die Auszahlungen in der Zukunft mit einem Diskontfaktor d, wobei $0 < d < 1$ ist. Eine Randbedingung für eine sinnvolle Lösung ist nun, daß der „Schatten der Zukunft" hinreichend groß sein muß, d.h., die Zukunft muß eine hinreichend große Bedeutung haben. Trifft dies nicht zu, so ist der Gewinn bzw. der Verlust, der durch ein einseitiges Defektieren entsteht, so groß, daß er alle Aktionen in der Zukunft überwiegt.

Um nun verschiedene mögliche Strategien einander gegenüberzustellen, hat Axelrod (1984) ein Computerturnier veranstaltet, in dem verschiedene Computerprogramme, die unterschiedliche Verhaltensstrategien in einem Gefangenendilemma repräsentieren, gegeneinander und auch gegen sich selbst, angetreten sind. In einer ersten Runde haben dabei 14 Programme teilgenommen und am erfolgreichsten war dabei eine Strategie namens „TIT FOR TAT".

Dies war die einfachste Strategie und besagte nur, mit Nicht-defektieren anzufangen, und dann immer das zu machen, was der Gegner in der Runde vorher gemacht hat.

Zusammenfassend können einige Kriterien genannt werden, die laut Axelrod den Erfolg von TIT FOR TAT im speziellen und einer erfolgreichen Strategie im allgemeinen ausmachen:

(1) Freundlichkeit (defektiere nicht als erster)
(2) Gegenseitigkeit (Erwidere Ausbeutungsversuche des anderen)
(3) Durchschaubarkeit (sei für den Partner berechenbar)

Insbesondere wenn beide Partner diese Strategie anwenden, kann es z.B. nach einem Mißverständnis zu einer Kette von Defektionen kommen. Dies ist jedoch wie oben schon gezeigt nicht die Pareto-optimale Lösung.

Um diesem entgegenzuwirken haben Dixit und Nalebuff (1995) eine Strategie entwickelt, die von mehr Nachsichtigkeit geprägt ist. Dabei ist folgendes Verfahren zu wählen:

- Erster Eindruck: Opportunistisches Verhalten gleich beim ersten Zug ist nicht akzeptabel. Kehre zu TIT FOR TAT zurück
- Kurze Frist: Opportunistisches Verhalten in zwei von drei Runden ist nicht akzeptabel. Kehre zu TIT FOR TAT zurück.
- Mittlere Frist: Opportunistisches Verhalten in drei aus den letzten zwanzig Runden ist nicht akzeptabel. Kehre zu TIT FOR TAT zurück.
- Lange Frist: Opportunistisches Verhalten in fünf der letzten hundert Runden ist nicht akzeptabel. Kehre zu TIT FOR TAT zurück.

Hier wird also alleine schon die Anwendung von TIT FOR TAT als Strafe betrachtet. Wie oben schon erwähnt, sind Mißverständnisse eine große Gefahr für Allianzen. Deshalb lohnt es sich, Rahmenbedingungen zu betrachten, die evtl. helfen können, eine instabile Situation wieder zu stabilisieren.

In diesem Feld wurden eine ganze Reihe empirischer Untersuchungen durchgeführt, die durch Korrelationsanalysen die Bedeutung von einzelnem Managementaspekten in Bezug auf das Gelingen einer Allianz prüften. Im folgenden seien drei dieser Untersuchungen kurz vorgestellt:

- Parkhe (1993) hat unter der Annahme, daß eine Strategische Allianz eine Gefangenendilemma-Situation ist, 111 Allianzen untersucht. Dabei hat er die in Abb. 7 dargestellten Faktoren für eine Stabilisierung herausgefunden. Die vom Management beeinflußbaren Faktoren sind hier auf der linken Seite der Grafik kursiv abgedruckt.
- Heide und Miner (1992) untersuchten nur den „Schatten der Zukunft". Da hier im wesentlichen das gleiche herauskam wie bei Parkhe, kann diese Untersuchung als Bestätigung des obigen gesehen werden.
- Den Einfluß der Kommunikation auf die Stabilität einer Allianz haben Bohnet und Frey (1995) untersucht. Dabei wurde festgestellt, daß häufige Kommunikation drei sehr erwünschte Effekte auslöst:
- der Normaktivierungseffekt, d.h. durch die Kommunikation treten stärkere Identifikationseffekte mit gesellschaftlich definierten Gerechtigkeitsvorstellungen auf,
- der Bindungseffekt, d.h. das Gespräch führt durch zusätzliche Koordination der Verhaltenserwartungen zu höherer Kooperation, und
- der Einzelfallgerechtigkeitseffekt, d.h. die Gespräche bewirken eine gruppenspezifische Ausprägung der Kooperations- und Fairneßnormen.

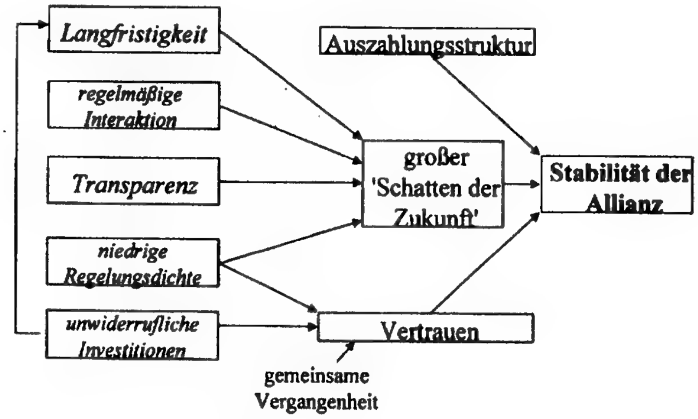


Abbildung 7: Stabilitätskriterien für eine Allianz

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß für die Stabilität einer Allianz folgende Punkte wichtig sind:

eine „freundliche" Strategie
eine langfristige Ausrichtung
regelmäßige Kommunikation
häufige Interaktionen
transparente Strukturen
eine niedrige Regelungsdichte
gemeinsame Investitionen.

4 Zusammenfassung

Eine Strategische Allianz kann in zwei Entscheidungstatbestände aufgeteilt werden. Im Tatbestand 1 geht es darum, ob eine Strategische Allianz unter gewissen Umständen eingegangen werden soll. Diese Win-win-Situation kann in der kooperativen Spieltheorie modelliert werden, worauf wir als Ergebnis eine „gerechte" Verhandlungslösung erhalten.

Tatbestand 2 untersucht den Verlauf einer Strategischen Allianz. Hier geht darum, wie intensiv sich die Kooperationspartner in die Allianz einbringen. Dabei erhalten wir eine Gefangenendilemma-Situation, wie sie aus der nicht-kooperativen Spieltheorie bekannt ist. Damit können Rahmenbedingungen für die Beständigkeit einer Allianz abgeleitet werden. Ebenso werden Strategien diskutiert, die bei einem solchen Superspiel eine bessere Lösung liefern, als die vom klassischen Gefangenendilemma.

5 Literatur

Axelrod, R.: *The Evolution of Cooperation*. New York 1984. Deutsche Übersetzung: Die Evolution der Kooperation. München 1988.

Bohnet, I; Frey, B. S.: *Ist Reden Silber und Schweigen Gold?* In: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (ZWS), 115, Nr. 2, 1995, S. 169-209.

Dixit, A. K.; Nalebuff, B. J.: *Spieltheorie für Einsteiger*. Stuttgart 1995.

Edgeworth, F.: *Mathematical Psychics*. London 1881.

Heide, J. B.; Miner, A. S.: *The Shadow of the Future: Effects of Anticipated Interaction and Frequency of Contact on Buyer-Seller Cooperation*. In: Academy of Management Journal Vol. 53, No. 2, 1992, S. 265-291.

Kalai, E.; Smorodinsky, M.: *Other Solutions to Nash's Bargaining Problem*. In: Econometrica 43, 1975, S. 513-518.

Nash, J. F.: *The Bargaining Problem*. In Econometrica 21, No. 1, 1953, S. 128-140.

Parkhe, A.: *Strategic Alliance Structuring: A Game Theoretic and Transaction Cost Examination of Interfirm Cooperation*. In: Academy of Management Journal Vol. 36, No. 4, 1993b, S. 749-829.

Seidel, M.: *Das Management Strategischer Allianzen aus spieltheoretischer Sicht*. Diplomarbeit Universität der Bundeswehr München, 1996.

Benny Moldovanu
Fakultät für Volkswirtschaftslehre
Universität Mannheim

Strategisches Verhalten bei Auktionen

Protokoll von

Thorsten Hauser
Manuel Pauly

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 9. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Immer wieder wird die Frage gestellt, warum sich heutzutage ernsthafte Wirtschaftswissenschaftler intensiv mit dem Thema Auktionen befassen. Man betrachte die klassische Auktion eines Gemäldes, zum Beispiel der „Mona Lisa". Dort ist das primäre Ziel jedes Auktionsteilnehmers nur, das Bild zu ersteigern. Dazu wird jeder Teilnehmer das Maximum seiner Zahlungsbereitschaft für dieses Bild bieten, und der Teilnehmer mit der höchsten Zahlungsbereitschaft erhält den Zuschlag. Dabei entstehen keine weiteren Vor- oder Nachteile für die Auktionsteilnehmer, außer daß der Gewinner das Bild erhält.

Im Gegensatz dazu betrachte man den Handel von Aktien an der Börse. Auch diese ist nichts anderes als eine große Auktion, bei der Verkäufer und Käufer Angebote und Gebote machen. Danach bilden sich die Preise für jede gehandelte Aktie, und anhand der jeweiligen Gebote werden dann die Allokationen ermittelt. Dabei ist es nicht mehr gleichgültig, wer den Zuschlag erhält. Zum Beispiel kann mit dem Erwerb von einer Aktie eine Firmenmehrheit gewonnen werden, was aber nicht unbedingt im Interesse der konkurrierenden Mitbieter ist. Anders als beim „Mona Lisa"-Beispiel entsteht hier für die Verlierer der Auktion eine Verschlechterung ihrer Situation.

In diesem und ähnlichen Fällen wäre es nicht schlecht, eine optimale Strategie zu kennen, mit der sich das Auktionsgeschehen am günstigsten beeinflussen läßt. Dafür sind wissenschaftliche Untersuchungen unabdingbar.

2 Unterschiede zwischen verschiedenen Auktionstypen

2.1 Asymmetrische Information

Liegen bei einer Auktion den Auktionsteilnehmern verschiedene Einschätzungen des auktionierten Gutes vor, zum Beispiel durch verschiedene Gutachten, so nennt man dies asymmetrische Information. Das heißt, jeder Teilnehmer kennt nur seine eigene Einschätzung und hat über die der anderen Teilnehmer keine oder nur vage Informationen.

Die klassische Annahme geht davon aus, daß alle Parameter jedem Teilnehmer bekannt sind, allerdings ist das in der Realität eher selten der Fall. Zum Beispiel hat jeder Teilnehmer bei der Versteigerung einer Ölquelle die Möglichkeit eine eigene Probebohrung durchzuführen. Aufgrund der Ergebnisse der Bohrungen hat jeder andere Informationen über den Wert der Quelle gewonnen. Das Bietverhalten ist nun direkt abhängig von den gewonnenen Informationen. Jeder ist nun bemüht, die Werteinschätzungen der Gegner zu bekommen, um damit eine optimale Bietstrategie bestimmen zu können. Dafür wären einige Bieter auch bereit, größere Summen zu zahlen, womit Informationen zu einem wichtigen abstrakten Gut werden.

2.2 Englische Auktion

Bei der englischen Auktion handelt es sich um die klassische bekannte Auktion, die sich schon seit vielen Jahrhunderten bewährt hat. Sie wird vielfach dazu benutzt, um Einzelstücke zu versteigern, meist in großen Auktionshäusern wie Southeby's in London.

Die Auktion geht so von statten, daß ein Stück zur Versteigerung ansteht, und alle Teilnehmer durch Handheben oder Zwischenrufe den aktuell gebotenen Preis erhöhen können. Ist keiner

der Teilnehmer mehr dazu bereit den Preis weiter zu erhöhen, so erhält der letzte Bieter mit dem höchsten Gebot den Zuschlag und muß seinen gebotenen Preis zahlen. Diese Form der Auktion ist schon sehr alt, sie ist bereits im alten Griechenland und im alten Rom bekannt gewesen.

2.3 Holländische Auktion

Im Gegensatz zur englischen Auktion werden bei der holländischen Auktion eher Massenwaren als Einzelstücke gehandelt, zum Beispiel Blumen oder Gemüse auf den holländischen Großmärkten.

Auch in der Durchführung unterscheidet sich die holländische Auktion von der englischen in wesentlichen Punkten. Während der Preis bei der englischen Auktion ständig wächst und der letzte Bieter den Zuschlag erhält, läuft bei der holländischen Auktion eine Preisuhr rückwärts, und der erste, der bereit ist, den aktuell angezeigten Preis zu zahlen, erhält den Zuschlag. Durch den festgelegten Zeittakt der Preisuhr ist die maximale Dauer der Auktion festgelegt, während sich eine englische Auktion endlos hinziehen kann, da immer wieder neue Gebote gemacht werden können.

2.4 Geschlossene Gebote

Bei den beiden letzten Auktionstypen liegt der Unterschied zu den beiden ersten im wesentlichen in der Abgabe der Gebote. Während bei der englischen und holländischen Auktion die Gebote per Handzeichen oder Zwischenruf erfolgen und – zumindest bei der englischen – mehrere Gebote möglich sind, werden bei der Erst- und Zweitpreis-Auktion die Gebote in geschlossenen Umschlägen abgegeben, so daß nur jeweils ein Gebot möglich ist und keiner der Bieter während der Auktion Informationen über die Zahlungsbereitschaft der anderen Teilnehmer erhält.

2.5 Erstpreis-Auktion

Den Zuschlag erhält bei einer Erstpreis-Auktion der Teilnehmer, der das höchste geschlossenen Gebot abgegeben hat. Gezahlt wird dieses höchste Gebot, der *Erstpreis*.

2.6 Zweitpreis-Auktion

Wie bei der Erstpreis-Auktion erhält auch hier der Teilnehmer den Zuschlag, der das höchste Gebot abgegeben hat, jedoch muß der Gewinner hier nur das zweithöchste Gebot, den *Zweitpreis*, bezahlen.

2.7 Weitere Auktionsformen

Es existieren noch weitere Auktionsformen, die sich von den obigen unterscheiden. Allerdings spielen sie nur eine untergeordnete Rolle und sind weniger verbreitet, da sie für die Auktionsteilnehmer weniger attraktiv sind. Zum Beispiel wäre denkbar, daß jeder Teilnehmer sein Gebot zahlen muß, ganz gleich ob er den Zuschlag erhält oder nicht. Das auktionierte

Gut geht aber trotzdem an den Bieter mit dem höchsten Gebot. Diese Auktionsform wirkt sich negativ auf die Anzahl und die Höhe der Gebote aus, denn alle Teilnehmer müssen damit rechnen, nicht das höchste Gebot zu machen und trotzdem zu bezahlen.

Bei einer weiteren Variante von Auktionen muß eine Eintrittsgebühr entrichtet werden, bevor die Teilnehmer Zugang zur Auktion bekommen. Das hat zur Folge, daß eventuell einige potentielle Bieter durch den (hohen) Eintrittspreis von der Auktion abgehalten werden.

3 Strategische Anreize der verschiedenen Auktionstypen

Ausgehend davon, daß jeder Teilnehmer die Auktion gewinnen, d.h. den Zuschlag erhalten will, gleichzeitig aber seinen Gewinn maximieren will, entsteht die Frage, welches die beste Biet-Strategie für die jeweilige Auktionsform ist, um beide Ziele optimal zu erfüllen. Diese Frage soll im folgenden untersucht werden.

3.1 Terminologie und Voraussetzungen

n	Anzahl der Teilnehmer / potentiellen Käufer einer Auktion
$i \rightarrow v_i$	Jeder Käufer i hat eine Bewertung v_i des auktionierten Gutes, seine maximale Zahlungsbereitschaft. Dabei seien v_i und v_j unabhängig für $i \neq j$.
$v_i \in [a,b]$	Die Bewertungen v_i liegen in einem bekannten Intervall $[a,b]$. Weiterhin kennt Spieler i nur die Verteilung der v_j, $i \neq j$, im Intervall $[a,b]$.

3.2 Erstpreis- und Holländische Auktion

Es kann gezeigt werden, daß bezüglich der Bietstrategie die Erstpreis- und die Holländische Auktion äquivalent sind. Seien die Bewertungen v_i aller Teilnehmer $i = 1,\dots,n$ gegeben und $b(v_i)$ die Bietfunktionen.

Wie soll die eigene Bietfunktion im optimalen Fall aussehen?

Ansatz 1: $b(v_i) = v_i$. Wenn $b(v_i)$ das höchste Gebot war, dann erhält Teilnehmer i den Zuschlag und muß $b(v_i) = v_i$ bezahlen. Sein Gewinn beträgt $v_i - b(v_i) = v_i - v_i = 0$. Diese Alternative ist offensichtlich nicht sinnvoll.

Ansatz 2: $b(v_i) < v_i$. Auch hier erhält der Teilnehmer i den Zuschlag, wenn das Gebot $b(v_i)$ das höchste war, muß aber nur $b(v_i)$ bezahlen. Der Gewinn beträgt also $v_i - b(v_i) > 0$ und wird größer, je kleiner $b(v_i)$ gewählt wird.

Beispiel : $v_j \sim [0{,}100]$; $v_i = 80$;

Das Gebot ist nur relevant, wenn $v_j < v_i$ ist, denn sonst spielte es keine Rolle, was geboten wurde, da man den Zuschlag ohnehin nicht bekommt, und nichts zahlen muß. Daraus folgt,

daß der relevante Bereich nun $v_j \sim [0{,}80]$ ist. Das Mindestgebot wird durch den Erwartungswert $E(v_j) = 40$ gegeben, denn wenn man darunter bietet, kann man nicht davon ausgehen, daß man den Zuschlag bekommt. Außerdem ist nun das Bietverhalten abhängig von der Anzahl der Teilnehmer. Mit steigender Teilnehmerzahl erhöht sich auch die Wahrscheinlichkeit, daß jemand mehr als den Erwartungswert bietet. Daraus ergibt sich das optimale Bietverhalten zu $b(v_i) = (n-1)/n \cdot v_i$. Wächst die Teilnehmerzahl ins unendliche, so konvergiert die Bietfunktion von Teilnehmer i gegen $b(v_i) = v_i$.

3.3 Zweitpreis- und Englische Auktion

Auch hier sind bezüglich der Bietstrategie Zweitpreis Auktion und englische Auktion äquivalent, unter der Voraussetzung, daß die Zahlungsbereitschaften v_i unabhängig sind. Bei der Zweitpreis-Auktion kann ein Bieter immer seine Zahlungsbereitschaft bieten $b(v_i) = v_i$. Das Bieten ist dabei unabhängig von den Geboten der anderen Teilnehmer.

Dies läßt sich so begründen: b' sei die Zahlungsbereitschaft des zweiten Bieters. Unter der Voraussetzung $b' < v_i$ folgt, daß immer nur b' zu zahlen ist. Wird weniger geboten, $v_i - \varepsilon > b'$, so muß auch das zweit höchste Gebot b' bezahlt werden. Ist nun $b' > v_i$, so spielt das eigene Gebot keine Rolle mehr, denn man muß nichts zahlen, da ein anderer Bieter den Zuschlag erhält. Somit kann immer die eigene Zahlungsbereitschaft geboten werden.

3.4 Vergleich der verschiedenen Auktionstypen aus Sicht des Auktionators

Ebenso wie die Bieter fragt sich auch der Auktionator, welche Auktionsform für ihn die optimale, das heißt gewinnmaximierende ist. Oberflächlich betrachtet würde man die Erstpreis-Auktion wählen, denn bei der Zweitpreis-Auktion bekommt der Auktionator nur das zweithöchste Gebot. Dem gegenüber steht aber das Bietverhalten der Teilnehmer. Bei der Zweitpreis-Auktion wird jeder rationale Bieter seine volle Zahlungsbereitschaft bieten, während er bei der Erstpreis-Auktion mit dieser Bietstrategie keinen Gewinn machen würde (s.o.). Wie man sieht ist also die Beantwortung der Frage nicht trivial.

Betrachten wir nochmals den Erlös aus der Sicht des Auktionators. Wenn die Teilnehmerzahl gegen unendlich strebt, so nähern sich bestes und zweites Gebot, bis sie, bei einer unendlichen Teilnehmerzahl, gleich sind. Daraus folgt, daß bei einer großen Teilnehmerzahl der Erlös bei Erst- und Zweitpreis-Auktion ungefähr gleich ist. Dies laßt sich auch für kleinere Teilnehmerzahlen zeigen, was uns zu dem Satz der Erlös-Äquivalenz führt, daß nämlich alle Auktionen aus der Sicht des Auktionators gleich sind.

4 Mechanismus Design

Alle Ausführungen, die bisher gemacht wurden stützen sich auf ein bestimmtes Modell mit einigen Annahmen:

- Alle v_i sind unabhängig: diese Annahme ist oftmals sehr unrealistisch, da die Teilnehmer selten isoliert und ohne Kommunikation ihre Gebote machen

- risiko-neutral (alle Bieter): es wird davon ausgegangen, daß alles in Geld gemessen wird, das heißt, daß Nachteile oder Vorteile der Auktionsfolgen auch in Geldeinheiten gemessen werden, was allerdings nicht immer möglich ist (Liebhaberfaktor, Ersteigerung einer Lizenz).
- Anzahl der Bieter bekannt: auch hier ist die Annahme unrealistisch, denn zum Beispiel bei einer ganz normalen Auktion in einem Auktionshaus sind Auktionsteilnehmer und Zuschauer nicht voneinander zu trennen.

Mechanismus Design beschäftigt sich nun mit neuen Methoden außerhalb der bekannten Auktionsformen, um den Gewinn für den Verkäufer zu maximieren. Dabei werden auch die bisherigen Annahmen des herkömmlichen Modells betrachtet und gezielt als Faktoren eingesetzt. Zum Beispiel könnte man versuchen, eine optimale Auktion für den Fall zu finden, daß die Anzahl der Bieter unbekannt ist, die v_i unabhängig sind und die Auktion für alle Bieter risiko-neutral ist.

Erfahrungen haben gezeigt, daß die bekannten Auktionen optimal für den Verkäufer sind, mit einer kleinen Einschränkung, nämlich dem Einführen eines Mindestgebots oder einer Eintrittsgebühr, was allerdings äquivalent ist. Wahrscheinlich hätten sich im Laufe der Zeit andere Auktionsformen durchgesetzt, wenn diese besser für den Verkäufer wären.

5 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist zu sagen, daß zwei Klassen von Auktionsformen existieren, die Erstpreis- und Zweitpreis-Auktion. Das optimale Bietverhalten bei der Erstpreis-Auktion ist $b(v_i) = (n-1)/n \cdot v_i$, während bei der Zweitpreis-Auktion das optimale Bietverhalten $b(v_i) = v_i$ ist. Aus der Sicht des Auktionators beeinflußt die Wahl der Aktionsform nicht den Erlös der klassischen Auktion. Ohne die klassischen Annahmen versucht man mittels des Mechanismus Designs, eine Variante der klassischen Auktionen zu finden, damit der Gewinn wieder maximiert wird.

6 Literatur

Moldovanu, B.: *William Vickerey und die Auktionstheorie*. Wirtschaftsdienst 1996, XII, S. 651-656.

William Kerby
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg

Machtverteilung in Wahlsystemen

Protokoll von

Holger Stein
Michael Weber

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 25. April 97

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In der Resolution 47/62 der Vollversammlung der Vereinten Nationen, wurden die Mitgliedsstaaten am 11. Dezember 1992 dazu aufgerufen, ihre Vorschläge für eine Änderung des Sicherheitsrates einzureichen. Auf Basis der Vorschläge sollte eine Diskussion über eine Reform der Vereinten Nationen entfacht werden. Das Ziel lautete einen Reformvorschlag mit breitem Konsens zu finden.

Warum aber überhaupt eine Reform? Die Vereinten Nationen wurden 1945 von den 51 Siegerstaaten des zweiten Weltkrieges gegründet. Der Sicherheitsrat bestand damals aus 11 Mitgliedern, aufgeteilt in 5 ständige Mitglieder (die Siegermächte: USA, Großbritannien, Frankreich, Sowjetunion, China) und 6 nicht-ständige Mitglieder. Das Verhältnis der Anzahl von Mitgliederstaaten im Sicherheitsrat zur Gesamtanzahl von Mitgliederstaaten bei den Vereinten Nationen lautete: $R = 11/51 \cong 22\%$ .Bis 1963 erhöhte sich die Anzahl der Mitgliederstaaten auf 113, während der Sicherheitsrat nach wie vor aus 11 Mitgliedern besteht. Daraus ergibt sich ein Verhältnis $R = 11/113 \cong 10\%$. Die Anzahl der Mitglieder im Sicherheitsrat wurde um vier weiter nicht-ständige Mitglieder auf 15 Mitglieder erhöht. Mittlerweile ist aber auch die Zahl der Mitglieder der Vereinten Nationen auf 184 gestiegen. Heute liegt somit das Verhältnis $R = 15/184 \cong 8\%$ deutlich unter dem Verhältniswert von 1945. Der Machteinfluß aller Mitglieder der Vereinten Nationen außer der ständigen Mitglieder hat also abgenommen. Wie die aktuelle Machtverteilung aussieht, kann eine objektive Analyse an einem Wahlsystem feststellen.

2 Wahlsysteme

Im folgenden werden einfache Wahlsysteme behandelt, bei denen es lediglich zwei Möglichkeiten bei der Wahl gibt: JA und NEIN. Anhand zweier Beispiele soll die Form der Darstellung von Wahlsystemen erläutert werden..

Der Sicherheitsrat der Vereinten Nationen:
Alle wichtigen Fragen, die die Vereinten Nationen beschäftigen, werden im Sicherheitsrat entschieden. Der Sicherheitsrat besteht zur Zeit aus 15 Ländern. Die Menge der wahlberechtigten Mitgliedsländer $N = V \cup T$ setzt sich wie folgt zusammen.

$V = \{US, R, Ch, F, GB\}$ die Menge der ständigen Mitglieder und

$T = \{t_1, \ldots, t_{10}\}$ die Menge der nicht-ständigen Mitglieder.

Angenommen, C bezeichne eine Koalition, die sich aus den Mitgliedern der Menge N bilden kann. Die Koalition C ist wahlbestimmend, wenn ihr die fünf ständigen Mitglieder und mindestens vier der nicht-ständigen Mitglieder angehören.

$$\text{Sei } C \subset N: \qquad v(C) = \begin{cases} 1 - \textit{angenommen} & \textit{falls} V \subset C \quad \textit{und} \quad |C| \geq 9 \\ 0 - \textit{abgelehnt} & \textit{sonst} \end{cases}.$$

Die Funktion v wird auch charakteristische Funktion genannt, die den Wert 1 liefert falls die Koalition C die Abstimmungswahl für sich entscheiden kann.

Der Ministerrat der Europäischen Union:
Der Ministerrat der Europäischen Union ist ein Beispiel für ein gewichtetes Wahlsystem. Der Ministerrat besteht aus 15 Mitgliedsländern, wobei jedes Mitgliedsland eine individuelle An-

zahl von Stimmen hat. Die Anzahl der Stimmen reichen von 2 Stimmen für das Land Luxemburg bis hin zu 10 Stimmen für die einflußreichsten Länder Deutschland, Frankreich, Großbritannien und Italien. Mathematisch formuliert sieht das wie folgt aus:

$N = 15$ europäische Länder

a_i Anzahl der Stimmen des i. Landes

$A = \sum_{i=1}^{15} a_i$ Anzahl der Stimmen aller Länder

Sei $C \subset N$:
$$v(C) = \begin{cases} 1 & \textit{falls} \quad \sum_{i \in C} a_i \geq \frac{1}{2} A \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$

Definition

Unter einem **kooperativen Spiel** (mit transferierbarem Nutzen) und Spielern $N = \{1, \ldots, n\}$ verstehen wir eine Funktion v der Form:

$$v: L(N) \longrightarrow \mathbb{R}; \quad C \longrightarrow v(C) \quad \text{wobei } L(N) = \{C \subset N | C \neq \emptyset\}$$

$L(N)$ ist die Menge aller möglichen Koalitionen. Man nennt v auch charakteristische Funktion. Wir setzen $v(\emptyset) = 0$.

Definition

v heißt **einfaches Spiel**, falls gilt: $v(L(N) \cup \{\emptyset\}) = \{0,1\}$.

Ein einfaches Spiel v heißt **Wahlsystem**, falls $v(C) \leq v(S)$ aus $C \subset S$ folgt.

$v(C) = 1$ bedeutet, daß die Koalition C die Wahl gewinnt.

$v(C) = 0$ bedeutet, daß die Koalition C die Wahl verliert.

Bei einem gewichteten Wahlsystem ist nicht jeder Spieler gleichermaßen stimmberechtigt, sondern die Stimmen sind je nach Spieler unterschiedlich stark gewichtet. Dies sieht formal wie folgt aus:

Bei einem **gewichteten Wahlsystem** sei gegeben: $[q: w_1, \ldots, w_n]$

wobei $0 \leq q, w_1, \ldots, w_n \leq 1$, $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

$$v(C) = \begin{cases} 1 & \textit{falls} \quad \sum_{i \in C} w_i \geq q \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$

3 Machtverteilung in Wahlsystemen

3.1 Der Shapley Index

Die Machtverteilung in Wahlsystemen läßt sich sehr gut durch den Shapley Wert berechnen. Alle Wahlsysteme bilden einen Vektorraum. Dieser $(2^n - 1)$-dimensionale reelle Vektorraum $\mathbb{R}^{L(N)}$ ist der Raum aller kooperativen Spiele über N.

Der Begriff des Trägers wird an dieser Stelle bereits eingeführt, da er später noch benötigt wird.

Definitionen

$T \subset N$ **Träger** von v, $v \in I\!R^{L(N)}$ $v(S \cap T) = v(S)$ für alle $S \subset N$.

Sei π eine **Permutation** von N und $\bar{\pi} \in GL(I\!R^{L(N)})$ die zugehörige, induzierte, lineare Abbildung, d.h. $v^{\bar{\pi}}(C) = v(\pi^{-1}(C))$ für jedes $C \subset N$.

Spieler i ist ein **Nullspieler (Dummy)** falls folgendes gilt:

$$T \subset N,\ i \notin T,\ S \subset N,\ i \notin S,\ \ (S \cup \{i\}) \cap T = S \cap T:$$
$$v(S \cup \{i\}) = v((S \cup \{i\}) \cap T) = v(S \cap T) = v(S)$$

Ein Nullspieler ist also ein Spieler, der keine Auswirkung auf das Wahlergebnis erzielt, und dessen Teilnahme oder Nichtteilnahme an einer Koalition S gleichbedeutend ist.

Satz (L. Shapley 1954)

Für jedes $N = \{1, \ldots, n\}$ gibt es genau eine Funktion

$$\varphi : I\!R^{L(N)} \longrightarrow I\!R^n; \quad v \rightarrow \varphi[v] = (\varphi_1[v], \ldots, \varphi_n[v])$$

mit den folgenden Eigenschaften:

S1: φ ist symmetrisch, d.h. $\varphi_{\pi(i)}[v^{\bar{\pi}}] = \varphi_i[v]$ für jede Permutation π von N.

S2: φ ist additiv, d.h. $\varphi[\mu + v] = \varphi[\mu] + \varphi[v]$ für alle $\mu, v \in I\!R^{L(N)}$.

S3: φ hat die Trägereigenschaft, d.h. $\sum_{i \in T} \varphi_i[v] = v(T)$ für jedes $v \in I\!R^{L(N)}$ und jeden Träger T von v.

φ wird gegeben durch

$$\varphi_i[v] = \sum_{C \subset N} \gamma_n(C) \cdot [v(C(\cup\{i\}) - v(C)] \text{ ,wobei } \gamma_n(C) = \frac{C!(n-C-1)!}{n!}, c = |C|$$

$\varphi_i[v]$ heißt der Shapley Wert vom i. Spieler im Spiel v.

$\varphi_i[v]$ heißt der Shapley Macht-Index vom i. Spieler, falls v einfach ist.

Für jeden Spieler i läßt sich ein solcher Machtindex berechnen. Ein solcher Vektor der Machtindizes nennt man dann auch die **Machtverteilung** $(\varphi_1[v], \ldots, \varphi_n[v])$ im Spiel v.

3.2 Eine gewichtete Dreipersonen Wahl

Ein kleines Beispiel soll die Bedeutung des Shapley Macht Index erklären. Angenommen wir haben ein gewichtetes Wahlsystem mit drei Spielern. Um eine Entscheidung durchzusetzen, müssen so viele Stimmen die Entscheidung befürworten, daß die Summe der Gewichte dieser Stimmen mindestens die Hälfte des Gesamtgewichts ausmacht. Formal:

$$[q : w_1, w_2, w_3] = [\tfrac{1}{2} : \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{6}]$$

Das Gewichtsverhältnis der Stimmen beträgt also 3:2:1. Nun können wir die Permutationen aufstellen, die der Reihenfolge der möglichen Stimmabgabe gleichkommen. Während der Stimmabgabe gibt es einen Spieler, der mit seiner Stimmabgabe das Ergebnis der Wahl eindeutig festlegt. Die nachfolgenden Spieler können dieses Ergebnis nicht mehr beeinflussen. Wie diese Spieler abstimmen ist bei dieser Betrachtung egal. Der Spieler, der bei einer Stimmabfolge den Ausgang der Wahl festlegt, erhält einen Punkt (kursiv dargestellt).

1	2	3
1	3	2
3	*2*	1
2	*1*	3
3	*1*	2
2	*3*	1

Spieler 1 entscheidet bei 4 Permutationen und erhält dafür 4 Punkte. Der Shapley Macht Index lautet: $\varphi_1 = \frac{4}{3!} = \frac{2}{3}$ $\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{1}{6}$. Die Machtverteilung ist $(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6})$ und damit ergibt sich auch das Machtverhältnis von 4:1:1, welches vom Gewichtsverhältnis abweicht. In diesem Beispiel gehen wir davon aus, daß alle Permutationen gleichwahrscheinlich sind. Diese Annahme ist jedoch nicht realistisch, da das tatsächliche Abstimmverhalten damit unberücksichtigt bleibt. Daraus folgt, daß das reale Machtverhältnis anders aussieht.
Dennoch wird deutlich, daß das Machtverhältnis vom Gewichtsverhältnis abweichen kann. Wie stark es abweicht, läßt sich wie folgt berechnen: $\frac{\varphi_1}{w_1} = \frac{4}{3}, \frac{\varphi_2}{w_2} = \frac{1}{2}, \frac{\varphi_3}{w_3} = 1,$.

3.3 Der Sicherheitsrat der UNO

Der Sicherheitsrat der UNO besteht aus 15 stimmberechtigten Spielern. Es sind die fünf ständigen Mitglieder und zehn weitere nicht ständige Mitglieder, also $N = V \cup T$. Wie in Kapitel 1 bereits erwähnt, sieht das Ergebnis eines Spiels bzw. einer Wahl wie folgt aus:

$$v(C) = \begin{cases} 1 - \textit{angenommen} & \textit{falls}\, V \subset C \quad \textit{und} \quad |C| \geq 9 \\ 0 - \textit{abgelehnt} & \textit{sonst} \end{cases}$$

Es ist zu vermuten, daß der Shapley Index für die ständigen und die nicht ständigen Mitglieder unterschiedlich ausfällt. Daher bezeichnet φ_t den Shapley Index eines nicht-ständigen Mitglieds und φ_v den Shapley Index eines ständigen Mitglieds. Der Macht Index berechnet sich wie dargestellt:

$$\varphi_t = \frac{5!\,9!}{15!}\binom{8}{5} \cong 0{,}001865$$

$$\varphi_v = \frac{1 - 10\varphi_t}{5} \cong 0{,}19627$$

Das Verhältnis zwischen diesen beiden Machtindizes lautet also: $\varphi_v : \varphi_t \approx 100$.

3.4 Der Ministerrat der EU

Im Ministerrat sind die 16 Mitgliedsländer der Europäischen Union (zum Zeitpunkt der Berechnung war Norwegen ein Beitrittskandidat und wurde daher berücksichtigt) vertreten, wobei jedes Land eine unterschiedliche Anzahl von Stimmen hat. Die vier einflußreichsten Länder Deutschland, Frankreich, Großbritannien und Italien besitzen jeweils zehn Stimmen. Luxemburg - als kleinster Vertreter in der EU - hat gerade mal zwei Stimmen. Bei einer Gesamt-

zahl von 90 Stimmen, drängt sich die Frage auf, ob nicht das Land Luxemburg ein Nullspieler ist.

Mitgliedsländer der EU	Anzahl der Stimmen	Shapley Index	Shapley-Index / Anzahl Stimmen
Österreich	4	0,0423	0,010569
Belgien	5	0,0542	0,010831
Dänemark	3	0,0318	0,010601
Finnland	3	0,0318	0,010601
Frankreich	10	0,1152	0,011520
Deutschland	10	0,1152	0,011520
Griechenland	5	0,0542	0,010831
Irland	3	0,0318	0,010601
Italien	10	0,1152	0,011520
Luxemburg	2	0,0209	0,010459
Niederlande	5	0,0542	0,010831
Norwegen	3	0,0318	0,010601
Portugal	5	0,0542	0,010831
Spanien	8	0,0899	0,011237
Schweden	4	0,0423	0,010569
Großbritannien	10	0,1152	0,011520

Der Shapley Index von Luxemburg beträgt 0,0209 und damit ist dieses Land kein „Dummy", d.h. es gibt Situationen, in denen Luxemburg den Ausgang der Wahl festlegt.

4 Durchsetzungsmacht und Blockierungsmacht

Zur Einführung der zwei neuen Indizes Durchsetzungsmacht (Passing Power) und Blockierungsmacht (Blocking Power) stellen wir uns einen Raum mit einem Eingang und zwei Ausgängen vor. Durch den Eingang schreiten die Wahlberechtigten sequentiell hindurch und geben im Raum ihre Stimme ab. Die Befürworter verlassen den Raum durch die linke Tür, und die Gegner gehen durch die rechte Tür hinaus.
Die Koalition C einigt sich auf eine einheitliche Stimmabgabe „Ja". Falls die Koalition groß genug ist, so gibt es einen Spieler $i \in C$, der der entscheidende Spieler ist. Dieser erhält einen Passing Punkt. Ist die Koalition nicht groß genug, so wird die Wahl mit mehrheitlich „Nein" enden. Derjenige Spieler $j \in N \setminus C$, der „Nein" als entscheidender Spieler gesagt hat, erhält einen Blocking Punkt. Insgesamt gibt es $2^n n!$ Koalitionen. Nun lassen sich durch Summation zwei Indizes berechnen.

$$\psi_i = \frac{Anzahl\ \ Ja\ \ Punkte}{2^n \cdot n!} \qquad \text{Passing Index}$$

$$\psi_i^* = \frac{Anzahl\ \ Nein\ \ Punkte}{2^n \cdot n!} \qquad \text{Blocking Index}$$

$$\psi_i[v] \;=\; \frac{1}{2^n n!}\sum_{C \subset N}(n-C)!\binom{n}{C}C!\varphi_i[v_C] \;=\; \frac{1}{2^n}\sum_{C \subset N}\varphi_i[v]$$

$\psi_i[v]$ ist also der Durchschnittswert aller Shapley-Indizes, der nun Koalitionsstützender Wert genannt wird. Dabei bedeutet $\sum_{C \subset N}$, daß die Summe über alle möglichen Koalitionen (Teilmengen) von C aus N gebildet wird. Ferner steht v_C für ein Subgame mit Shapleyverteilung, also:

$$v_C : L(C) \longrightarrow \mathbb{R},\ S \longrightarrow v(S)$$

Das gleiche läßt sich für den Blocking Index durchführen.
Weiterhin gilt: $\psi_i^*[v] = \psi_i[v^*]$ wobei $v^*(C) = v(N) - v(N - C)$ ein Dualspiel ist.
Die Aussage, daß die Summe aus Koalitionsstützendem Wert und Koalitionsverhinderndem Wert gleich dem Shapley Wert ist, ist beweisbar. Also:

$$\psi + \psi^* = \varphi$$

Satz
Der Shapley Wert ist selbst dual: $\varphi^* = \varphi$
Beweis:

$$\begin{aligned} \varphi^* &= (\psi + \psi^*)^* \\ &= \psi^* + \psi^{**} \\ &= \psi^* + \psi \\ &= \varphi \end{aligned}$$

Beispiel: Der Sicherheitsrat der Vereinten Nationen

Ständige Mitglieder:

$\psi_v \cong 0{,}0040434$ Durchsetzungsmacht

$\psi_v^* \cong 0{,}192227$ Blockierungsmacht

$$\frac{\psi_v^*}{\psi_v} \approx 50$$

Nichtständige Mitglieder:

$\psi_t \cong 0{,}00056619$

$\psi_t^* \cong 0{,}0012986$

$$\frac{\psi_t^*}{\psi_t} \approx 2{,}3$$

Grundsätzlich ist die Blockierungsmacht bei den Mitgliedern der UNO deutlich höher als die Durchsetzungsmacht. Dieses Verhältnis klafft insbesondere bei den Ständigen Mitgliedern auseinander, da diese noch ein Vetorecht innehalten.

5 Literatur

Kerby, W.; Göbeler, F.: *Representation Games*. International Year Book on Game Theory and Applications, Nova Science Publishers, New York, (1996).

Ordeshook, P.C.: *Game Theory and Political Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, MA, (1986).

Owen, G.: *Game Theory*. Academic Press, New York, (1982).

Shapley, L.S.: *A Value for N-Person Games*, in: Annals of Mathematics Study, Vol. 28, (1953), S. 307-317.

United Nations, General Assembly: *Questions of equitable representation on and increase in the membership of the Security Council.* Report of the Secretary General, A/ 48 / 264, 20.07.1993.

Vereinte Nationen; report 1/1994.

Wallensteen, P.: *Representing the World, A Security Council for the 21st Century.* Security Dialogue, Vol. 25, (1994), No. 1, S. 63-75.

6 Abschlußdiskussion

„Warum ist bei den Nichtständigen Mitgliedern der UNO die Blockierungsmacht größer als die Durchsetzungsmacht ?"
Herr Kerby hat hierzu keine genaue Rechnung vorliegen, die nötig wäre, um die Entstehung der zwei unterschiedlichen Indizes zu begreifen. Man müßte also den Ablauf des Spiels genau ansehen.
[diese Frage rief eine angeregte Diskussion im Auditorium hervor]
Prof. Avenhaus bemerkte, ob es sich denn um sinnvolle Indizes handele, wenn keine Erklärung für ihre Ungleichheit im obigen Beispiel vorliegt.

„Wie könnte der neue Mitgliederrat der UNO aussehen ?"
Es gibt viele Vorschläge, wie z.B. Vergrößerung des Rates, oder aber Abschwächung des Vetorechts. Auch die Bildung von Ideologieräumen kann bei der Neuausrichtung helfen.

„Wie sieht im deutschen Wahlrecht die Macht einer kleinen Partei wie die FDP aus ?"
Die FDP ist das Zünglein an der Waage. Als mittige Partei kann sie sowohl mit der linken, als auch mit der rechten Seite eine Koalition eingehen. Die FDP sammelt somit viele Punkte, ist also häufig ein entscheidender Spieler.

Benny Moldovanu
Fakultät für Volkswirtschaftslehre
Universität Mannheim

Wie man Nuklearwaffen (nicht) verkauft

Protokoll von

Thorsten Hauser
Manuel Pauly

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 9. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Es ist nicht unbedingt einfach, ein Thema wie den Verkauf oder Nichtverkauf von Nuklearwaffen sofort mit Auktionen in Verbindung zu bringen. Um einen etwas näherliegenden Einstieg zu finden, betrachte man folgendes Beispiel.

Vor einiger Zeit plante die Regierung der USA eine Vergabe von Frequenzlizenzen für den Mobilfunkbereich. Ziel war es nicht nur, eine effiziente Allokation der Lizenzen zu erreichen, sondern natürlich auch, den Gewinn des Verkaufs zu maximieren. Bei den Überlegungen, wie diese Ziele am besten zu erreichen wären, wurde letztendlich eine Expertengruppe beauftragt, eine Auktion zu organisieren, die diese Ziele realisiert. Zur Organisation gehörte dabei, die Entwicklung einer optimalen Auktionsform und ihre Durchführung.

Die schwierigsten Probleme, auf die die Expertengruppe während der Entwicklung stieß, waren starke Komplementaritäten und Abhängigkeiten bezüglich der räumlichen Allokation der Lizenzen. Auf der Seite der potentiellen Lizenzerwerber bestand die Schwierigkeit darin, daß sich der Ausgang der Auktion nicht – wie bei einer klassischen Auktion – allein auf den materiellen Wert des auktionierten Gutes beschränkte. In diesem Fall kam es zusätzlich noch für jeden Teilnehmer darauf an, zu wissen wer letztendlich den Zuschlag für eine bestimmte Lizenz erhielt. Betrachtet man zum Beispiel einen Hauptanbieter für eine bestimmte Region, so könnte er den Verlust der Lizenz an ein kleines Unternehmen verkraften, weil in diesem Fall der Rückkauf dieser Lizenz noch möglich ist oder eine Einigung erzielt werden kann. Würde hingegen sein schärfster Konkurrent den Zuschlag erhalten, so würde sich die Marktposition für das betrachtete Unternehmen erheblich verschlechtern. Der Ausgang der Auktion wirkt sich hier auch auf den gesamten Markt aus. Für die einzelnen Teilnehmer steht daher nicht mehr der Erwerb der Lizenz im Mittelpunkt, sondern hauptsächlich die Verbesserung der eigenen Marktposition.

Analog läßt sich dieses Beispiel auch auf ähnliche Situationen wie die Vergabe von Patenten und dem Verkauf von gefährlichen Gütern, zum Beispiel Waffen, anwenden.

2 Atomwaffenpolitik der Ukraine

Nach der Auflösung der UdSSR in die verschiedenen selbständigen Staaten, fielen der Ukraine die auf ihrem Gebiet stationierten Atomwaffen zu. Die Anzahl der strategischen Langstreckenwaffen belief sich auf mindestens 176 Trägersysteme und eine noch größere Zahl an taktischen Nuklearwaffen. Das Pentagon schätzte die jährlichen Kosten zur Unterhaltung der Systeme auf über 5 Milliarden Dollar. Da die Ukraine ein finanziell sehr schwaches Land ist, konnten diese Mittel unmöglich aufgebracht werden. Die Ukraine entschloß sich deshalb, diese Waffensysteme zu verkaufen. Es existierten genügend potentielle zahlungswillige Käufer, wie zum Beispiel Iran, Irak, Libyen und Nordkorea. Andere Länder wie USA, Rußland und andere europäische Staaten waren an einem Kauf nicht interessiert, denn aufgrund der Abrüstungspolitik herrschte dort sowieso ein Überschuß an Atomwaffen, der erst abgebaut werden mußte. Somit war der materielle Wert der Waffen für diese Länder null. Allerdings waren diese Länder sehr stark daran interessiert, daß dieses nukleare Potential nicht in falsche Hände geraten sollte.

Die Ukraine entschied sich deshalb, keine Erstpreis- oder Zweitpreis-Auktion zu veranstalten, sondern handelte einen Vertrag mit den oben genannten Ländern aus, der die Ukraine zur Vernichtung aller Atomwaffen verpflichtete. Im Gegenzug dafür wurden der Ukraine 1 Milli-

arden Dollar Schulden erlassen, und sie erhielten von den USA sofort 900 Millionen Dollar. Insgesamt hatte die Ukraine eine Zahlung von 3 Milliarden Dollar gefordert. Die Frage die sich nun stellt ist, war diese Vorgehensweise ökonomisch betrachtet die beste Alternative? Im folgenden wird sich herausstellen, daß die Verpflichtung zum Nichtverkauf und dem Zahlungsempfang von mehren Staaten gleichzeitig, tatsächlich die beste Möglichkeit war.

3 Modell für diese ökonomische Situation

Die Ausgangssituation gestaltet sich folgendermaßen. Es gibt einen Verkäufer, der ein unteilbares Gut besitzt, und N Käufer, die dieses Gut erwerben wollen. Wenn ein Käufer i das Gut kauft und dafür den Preis p bezahlt, sind die Nutzen wie folgt gegeben:

Der Verkäufer hat den Nutzen p. Der Käufer i hat den Nutzen $\pi_i - p, \pi_i \geq 0$, wobei π_i die Zahlungsbereitschaft des Käufers ist. Der Käufer $j, j \neq i$ hat den Nutzen $-\alpha_{ij}, \alpha_{ij} \geq 0$
Wenn kein Handel stattfindet, werden alle Nutzen zu Null normalisiert, das nennt man den *Status-Quo.*

Als Beispiel betrachten wir den Fall, daß weder asymmetrische noch unvollständige Information vorliegen. Gegeben seien die Nutzen $\pi_1 = \pi_2 = 5$ für zwei Käufer und deren Nachteile $\alpha_{12} = \alpha_{21} = 10$, wenn der jeweils andere Käufer das Gut erhält. Würde der Verkäufer sich dazu entschließen, das Gut zu verkaufen, so könnte er maximal den eigentlichen Nutzen des Gutes addiert mit der Bereitschaft den Verkauf an den Gegner zu verhindern, also $\pi_1 + \alpha_{12} = \pi_2 + \alpha_{21} = 15$, bekommen. Entscheidet er sich im Gegensatz dazu, das Gut nicht zu verkaufen, dann kann er von beiden potentiellen Käufern jeweils den Betrag α_{ij} fordern. Beide Käufer sind bereit bis zu α_{12} beziehungsweise α_{21} für den Nichtverkauf an den Gegner zu zahlen. Der maximale Gewinn beträgt somit $\alpha_{12} + \alpha_{21} = 20$. Dieser Gewinn ist größer als der maximale Erlös beim Verkauf des Gutes. An diesem Beispiel kann man sehen, daß es für den Verkäufer oftmals sinnvoller ist, sich zu verpflichten ein Gut nicht zu verkaufen, wenn der Nutzen niedriger ist als das Leiden der jeweiligen Käufer. Ein konkretes Beispiel wäre der Erwerb eines Patentes, das nie verwendet wird, nur um die Konkurrenten daran zu hindern, dieses Patent zum Einsatz zu bringen.

4 Mechanismus Design

Ein Mechanismus ist ein Spiel, in dem Agenten kostenlose Signale senden und in dem, basierend auf den Signalen, eine mögliche Allokation implementiert wird.

4.1 Stufen des Mechanismus Designs

1. Stufe: Der Verkäufer schlägt einen Mechanismus vor. Sein Vorschlag ist bindend, das heißt, eine Änderung der Regeln nach deren Ankündigung ist nicht mehr zulässig.
2. Stufe: Die Käufer entscheiden, ob sie im Rahmen dieser Regeln teilnehmen wollen oder nicht.
3. Stufe: Die Käufer, die sich für eine Teilnahme entschieden haben, spielen das vorgeschlagene Spiel.

4.2 Das Problem des Verkäufers

Der Verkäufer sucht einen Mechanismus, bei dem sein Ertrag maximiert wird. Dabei muß er Gleichgewichtsverhalten der Verkäufer annehmen, denn Voraussagen über irrationales Verhalten können nicht gemacht werden.

Zur Darstellung des Mechanismus sei angemerkt, daß jeder Mechanismus durch $N+1$ Funktionen $(W(B^*),\{Y_i(B^*\}_{i=1}^N)$ dargestellt werden kann. Dabei sind

- B^* eine Menge von Käufern, aus einer Menge B von potentiellen Käufern.
- $W(B^*)$ der Agent, der das Gut erhält, wenn B^* teilnimmt.
- $Y_i(B^*)$ Zahlung von Käufer i an den Verkäufer, wenn B^* teilnimmt, wobei $W(B^*)\in B^*\cup\{S\}$ gilt und S der Verkäufer selbst ist. Weiterhin ist $Y_i(B^*)=0, i\notin B^*$.

4.3 Beschreibung des Mechanismus' Γ

Sei $\alpha^i = \max\limits_{j\neq i}\alpha_{ij}$, der maximale Nachteil eines Käufers i. Weiter gelte

1. $B^*=B$, das heißt alle potentiellen Käufer nehmen teil, und unter der Voraussetzung $\max\limits_i(\pi_i - \sum\limits_{j\neq i}\alpha_{ij})\leq 0$ erhält man den Käufer $W(B^*)=S$, also den Verkäufer selbst. Damit wird das Gut nicht verkauft und der Verkäufer erhält von jedem Käufer i den Wert seiner maximalen Leidensbereitschaft, abzüglich eines Betrages ε, also $Y_i(B^*)=\alpha^i-\varepsilon$.
2. Wenn $\max\limits_i(\pi_i - \sum\limits_{j\neq i}\alpha_{ij})\geq 0$ ist, so folgt daraus, daß der Käufer $W(B^*)=k\in\arg\max\limits_i(\pi_i - \sum\limits_{j\neq i}\alpha_{ij})$ ist. Der Verkäufer erhält von Käufer k den Betrag $Y_k(B^*)=\pi_k+\alpha^k-\varepsilon$. Weiter bekommt er von den restlichen Teilnehmern $Y_i(B^*)=\alpha^i-\alpha_{ki}-\varepsilon$ mit $i\neq k$.

Zieht ein Käufer den Rücktritt der Teilnahme in Betracht, so muß er befürchten, daß der Verkäufer das Gut an seinen schlimmsten Konkurrenten verkauft, womit automatisch sein Nachteil maximiert wird. Aus dem gerade gezeigtem folgt, daß er bei einer Teilnahme selbst im schlimmsten Fall immer mindestens um ε besser gestellt ist. Daraus folgt, daß die Teilnahme immer eine dominante Strategie ist.

4.4 Ergebnisse

Die Ergebnisse der Analyse seien in den folgenden drei Sätzen zusammengefaßt.

1. Satz: Teilnahme ist eine striktdominante Strategie für alle Käufer in Γ. Der Ertrag des Verkäufers in Γ ist
$$R=\sum_i(\alpha^i-\varepsilon)+\max\{0,\max_i(\pi_i-\sum_{j\neq i}\alpha_{ij})\}.$$
2. Satz: Es gibt keinen Mechanismus und kein Gleichgewicht dieses Mechanismus', in dem der Ertrag des Verkäufers echt größer als R ist.

3. Satz: Das Gleichgewicht von Γ (in strikt dominanten Strategien) ist „koalitionsstabil", wenn die Käufer keine Seitenzahlungen organisieren können.

5 Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, das die Ukraine damals die richtige Entscheidung getroffen hat, nämlich ihre Atomwaffen nicht zu verkaufen, sondern zu vernichten. Weiterhin wurde gezeigt, daß es sich in manchen Fällen lohnt, Güter nicht zu verkaufen und statt dessen Zahlungen der Käufer entgegenzunehmen. Ein Mechanismus Γ, mit dessen Hilfe eine solche Entscheidung getroffen werden kann, wurde beschrieben und mathematisch erfaßt. Außerdem wurde festgestellt, das es eine strikt dominante Strategie für die Käufer ist, an solchen Auktionen teilzunehmen.

6 Literatur

Jehel, P.; Moldovanu, B.; Stacchetti, E.: *How (not) to sell Nuclear Weapons.* The American Economic Review Vol. 86, No. 4, 1996, S. 814-829.

Wulf Albers
Institut für Mathematik und Wirtschaftsforschung
Universität Bielefeld

Anwendung der Prominenztheorie auf Spielentscheidungen

Protokoll von

Andreas Schmidt
Carsten Bröker
Markus Eckl

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 16. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis:

1 Einleitung

In einem Versuch wurden Personen gefragt, was sie in einer ihnen vorgelegten Zeichnung erkennen. Die Zeichnung bestand aus Punkten, die in groben Zügen einem Tier ähnelte. Das Erstaunliche war, daß die Versuchspersonen meist genau eine Antwort gaben, obwohl die Zeichnung nicht eindeutig war. Das gleiche Phänomen zeigt sich, wenn die Versuchspersonen die Einwohnerzahl einer großen Stadt schätzen sollen. Hierbei ergaben sich meist feste Werte und keine groben Intervalle. Dieses Verhalten wird in der Prominenztheorie als „Graineness of Judgement" („Körnigkeit des Urteils") bezeichnet. Es stellt sich die Frage, ob eine sinnvolle Modellierung dieses Verhalten möglich ist.

2 Einführung in die prominenten Zahlen

In einer Untersuchung des Kurzzeitgedächtnisses wurde gezeigt, daß eine zweiziffrige Zahl auf einem Speicherplatz abgelegt wird. Ein durchschnittlicher Mensch ist in der Lage sich etwa fünf Zahlen zu merken, da die Speicherkapazität des Kurzzeitgedächtnisses begrenzt ist. Zahlen werden mental als Summen von prominenten Zahlen aufgebaut.

Definition der prominenten Zahlen:

$$\text{prominente Zahlen} := \{a * 10^{\nu} \mid a \in \{1,2,5\}, \nu \in Z\}$$

Dies sind die Zahlen, die uns am leichtesten mental zugänglich sind. Und die sehr viel mit der Zahlenwahrnehmung im Kopf zu tun haben. Mit Hilfe der prominenten Zahlen, können andere Zahlen dargestellt werden. Man muß sich darüber klar sein, daß mental verfügbare Information, wie in etwa die Einwohnerzahl von Kairo nicht in Form einer Gaussverteilung im menschlichen Gehirn vorliegt, sondern in Form von Argumenten. Man nennt dies diffuse Information und beschreibt es nicht weiter, denn was Leute wirklich angeben können sind Worst Case und Best Case. Damit wird auch oft bei wichtigen Entscheidungen operiert.

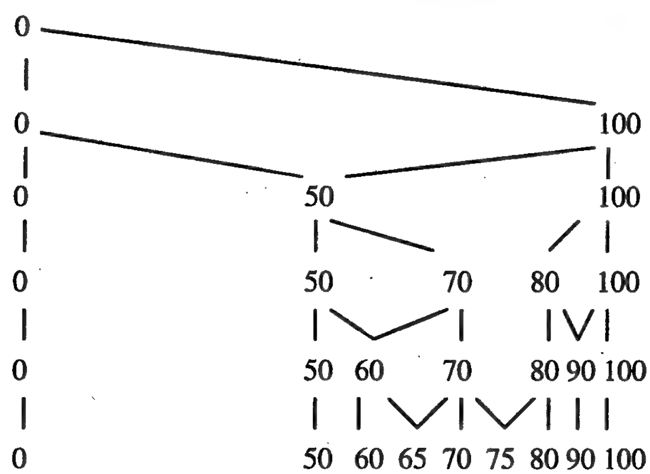


Abbildung 1: Konstruktion von Zahlen

In Abbildung 1 wird dargestellt, wie man eine Zahl zwischen 0 und 100 als response identifiziert. Ausgehend von prominenten Zahlen werden schrittweise Verfeinerungen vorgenom-

men, um die gesuchte Zahl zu erhalten. Es kann jede Zahl gemäß folgender Formel erzeugt werden :

$$x = \sum_{p \in P} a_p p$$

Hierbei ist a_p ε {-1,0,+1} und P die Menge der prominenten Zahlen, wobei höchstens zwei aufeinanderfolgende von null verschiedene Koeffizienten a_p das gleiche Vorzeichen haben. Die Darstellung ist nicht notwendigerweise eindeutig.

Beispiel: 17= 20 - 5 + 2 = 20 -2 -1

Definition der Genauigkeit einer Darstellung:
Die Genauigkeit einer Darstellung ist das kleinste p mit $a_p \neq 0$.

Definition der Genauigkeit einer Zahl:
Die Genauigkeit g(x) einer Zahl x ist die gröbste Genauigkeit unter allen Darstellungen von x.

Definition der relativen Genauigkeit der Zahl:
Die relative Genauigkeit von x ist:

$$r(x) = g(x) / x$$

Beispiele: folgende Tabelle zeigt für die Zahlen 1 bis 20 ihre Darstellung durch prominente Zahlen und die daraus entstehende relative Genauigkeit.

Zahl	20	10	5	2	1	relative Genauigkeit
1 =					1	100 %
2 =				2		100 %
3 =			5 -	2		66 %
4 =			5 -		1	25 %
5 =			5			100 %
6 =		10 -	5 +		1	17 %
7 =		10 -	5 +	2		29 %
8 =		10 -		2		25 %
9 =		10 -			1	11 %
10 =		10				100 %
11 =		10 +			1	9 %
12 =		10 +		2		17 %
13 =		10 +	5 -	2		15 %
14 =		10 +	5 -		1	7 %
15 =		10 +	5			33 %
16 =	20 -		5 +		1	6 %
17 =	20 -		5 +	2		12 %
18 =	20 -			2		25 %
19 =	20 -				1	11 %
20 =	20					100 %

Tabelle 1: Darstellung durch prominente Zahlen

Daher läßt sich folgende Einteilung vornehmen:

prominente Zahlen :	relative Genauigkeit 100%
spontane Zahlen :	relative Genauigkeit >25%
erste Verfeinerung:	relative Genauigkeit > 16%

Jede Zahlenantwort beinhaltet Information über den Wissensstand des Antwortenden. Lautet beispielsweise die korrekte Antwort 100, ist man geneigt eher 99 oder 101 zu sagen, da hierbei die Genauigkeit der Darstellung 1 betragen würde und man somit ausdrückt viel Ahnung von der Materie zu haben.

Definition von Skalen:

Als Skala $S(r,a)$ wird bezeichnet:

$$S(r,a) = \left\{ x \left| \begin{array}{ll} rel.Genauigkeit & \geq r \\ abs.Genauigkeit & \geq a \end{array} \right. \right\}$$

Der Abstand zwischen zwei benachbarten Werten in einer Skala wird als Stufe bezeichnet. Ganzstufenskalen sind solche mit $r = 1$.

3 Die menschliche Zahlenwahrnehmung

Wie Weber und Fechner festgestellt haben, basiert die menschliche Wahrnehmung, z.B. das Lautstärkeempfinden, auf logarithmischen Funktionen. Der gleiche Effekt tritt bei der Wahrnehmung von Zahlen auf. Werden die prominenten Zahlen in ein Koordinatensystem eingetragen, wobei man annimmt, daß der Abstand je zweier benachbarter prominenter Zahlen eine Stufe ist, entsteht eine logarithmusähnliche Funktion, die in Abbildung 2 dargestellt ist. Durch die Existenz einer kleinsten wahrgenommenen Zahl oder Größe ist man in Lage, die Null in die Skala einzubringen, in dem man durch einen Sprung von dieser kleinsten Einheit zur Null übergeht Die kleinste Einheit hängt jedoch immer vom betrachteten Problem ab. Dies bedeutet, daß keine allgemeine Nutzenfunktion existiert.

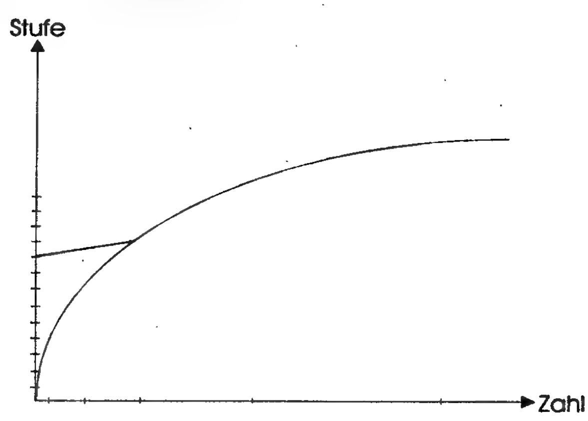


Abbildung 1: Wahrnehmungsfunktion bei prominenten Zahlen

Versuch bezüglich des Einigungsprozesses einer Gruppe:

Einer Gruppe wird folgende Frage vorgelegt:
„ Wie groß ist Wahrscheinlichkeit einer erneuten kriegerischen Intervention der USA im Irak im Laufe des nächsten Jahres? "

Die Antworten waren folgendermaßen verteilt.

Antwort [%]	0	1	2	3	5	7	(8)	10	15	20	(25)	30	50	(60)	70
Häufigk.	1	1	2	3	9	1	1	8	7	10	2	7	3	1	4

Tabelle 2: Relative Antworthäufigkeit

Im Anschluß daran wurde der gleiche Versuch mit Gruppen zu fünf Personen durchgeführt. Die Aufgabe bestand darin, sich auf einen Wert pro Gruppe zu einigen. Der Einigungsprozeß vollzog sich, ohne daß die Versuchspersonen dazu aufgefordert wurden, in Runden, wobei sich die Positionen der Individuen einander in Skalenstufen und nicht in Absolutwerten näherten. Hierbei konnte man beobachten, daß sich die Nachgebeschritte (gemessen in Stufen) egalisierten - Abbildung 3 zeigt dieses Verhalten - , d.h. gab jemand am linken Rand drei Stufen nach, so betrug die Summe der Stufen auf der rechten Seite ebenfalls drei Stufen. Dieser Versuch verdeutlicht, daß das Modell von Zahlenempfindung in Stufen das richtige Modell ist. Als beste Vorhersage erwies sich das geometrische Mittel und nicht wie zu erwarten wäre das arithmetische. (Daher hat das Phänomen auch den Namen „Risikoschub-Phänomen".)

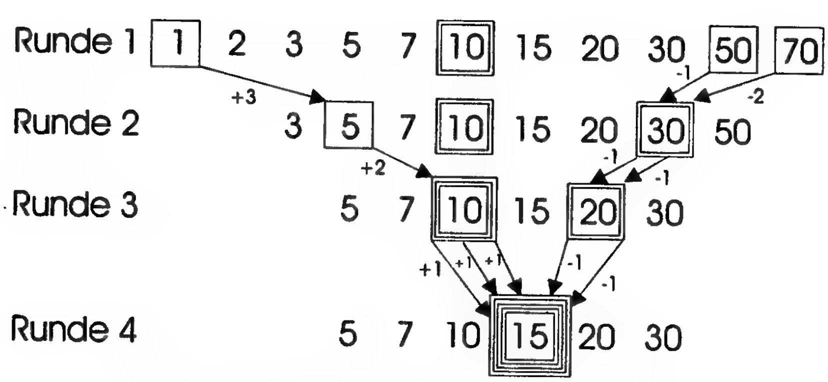


Abbildung 3: Einigungsprozeß in vier Runden

Beobachtungen:
- Verbale Argumente während der Verhandlungen erwiesen sich als völlig irrelevant.
- Die Meinungen vor den Verhandlungen hatten eine Genauigkeit von halben Schritten.
- Die Gruppen verhandelten von sich aus in Runden.
- In jeder Runde waren die gemachten Zugeständnisse in Stufen gemessen, ausgeglichen.
- Das geometrische Mittel erwies sich als beste Vorhersage.

4 Anwendungen der Prospekttheorie (Kahneman und Tversky 1992)

Ein Prospekt ist eine Lotterie [x (p) ; y (q)], bei der man x DM mit der Wahrscheinlichkeit p oder y DM mit der Wahrscheinlichkeit q erhält. Darüber hinaus benötigt man eine DM-

Bewertungsfunktion v und eine Wahrscheinlichkeitsbewertung π. Der prinzipielle Verlauf von v ist Abbildung 4 zu entnehmen, dabei ist zu beachten, daß Verluste doppelt gewertet werden. Die kleinste wahrgenommene Stufe der DM-Skala ist dabei gegeben durch die größte prominente Zahl, die mindestens zwei Stufen unter dem maximalen Absolutbetrag aller in der Aufgabenstellung involvierten Zahlen liegt.

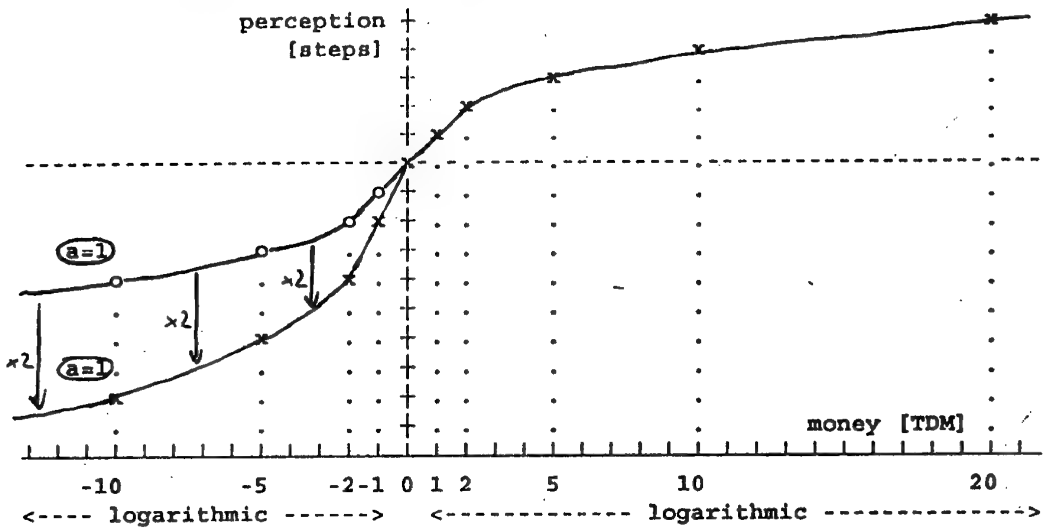


Abbildung 4: DM-Bewertungsfunktion v

Bewertung eines Prospekts ist die additive Verknüpfung der Produkte aus der DM-Bewertungsfunktion und der Wahrscheinlichkeitsbewertungsfunktion für jede Alternative der Lotterie. Das Ergebnis dieser Bewertung liegt im Empfindungsraum.

$$[x(p); y(q)] = v(x)\pi(p) + v(y)\pi(q)$$

Anwendung der Prospekttheorie bei einem Entscheidungsvorgang
In einem Versuch wurden zwei Prospekte A, B mehreren Versuchspersonen angeboten, die daraus einen auswählen sollten. Die Prospekte lauteten wie folgt:

A = [5000 (50%), -1000 (50%)] und B = [1000 (50%), 0 (50%)] .

Die getrennte Untersuchung mit Hilfe der Intervallhalbierungsmethode und der Voraussetzung einer Doppelbewertung negativer Stufen, ergeben sich Barwerte für A von 500 DM und für B von 300 DM. Trotz eines offensichtlich höheren Barwerts von A wurde von den Testpersonen meist Alternative B bevorzugt. Dies erscheint auf den ersten Blick paradox.

Eine Erklärung hierfür liegt in der unterschiedlichen Genauigkeit der Prospektbewertung. Bewertet man beide Alternativen mit derselben Genauigkeit der Stufen, in diesem Fall der kleineren von B, so ergibt sich für A ein Barwert von -50 DM. Dies ist eine Erklärung der Prominenztheorie für die spontane Entscheidung für Alternative B. Bei diesen Problemstellungen ist zu beachteten, daß die kleinste Einheit immer vom Problem und Betrachter abhängig ist.

5 Spieltheoretische Lösungskonzepte beim Nash-Bargaining-Problem

Ausgehend von einem Einigungsproblem zwischen zwei Personen, kann der in Abbildung 5 wiedergegebene Graph erstellt werden.

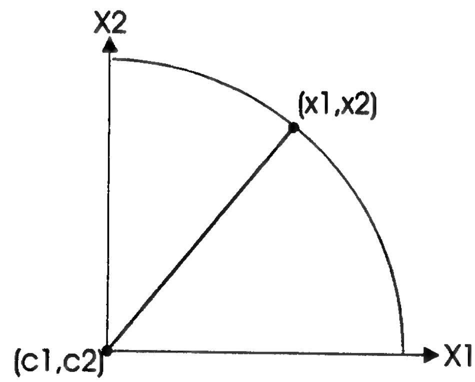


Abbildung 5: Die Nash-Lösung im Nash-Bargaining-Problem

Als Einigungspunkte kommen nur Punkte (x_1,x_2) auf dem Pareto - Rand in Frage. Im Falle einer Nichteinigung wird der Konfliktpunkt (c_1,c_2) verwendet.

Die Nash-Lösung (Nash 1950) sieht eine Maximierung des Nashproduktes $(x_1-c_1)(x_2-c_2)$ vor. Im Spezialfall von $c_1=c_2=0$ folgt:

$$x_1 * x_2 = \max \Leftrightarrow \log(x_1) + \log(x_2) = \max \Leftrightarrow \text{per}(x_1) + \text{per}(x_2) = \max$$

Sind c_1 und c_2 nicht identisch und von Null verschieden, dann wird mit Hilfe der DM-Bewertungsfunktion per(x) eine Maximierung von per(x1) + per(x_2) durchgeführt. Experimentelle Überprüfungen habe gezeigt, daß die Übertragung des Nash-Konzeptes auf den allgemeinen Fall $c_1,c_2 \neq 0$ nur über die per-Funktion, nicht aber über die Maximierung des Produktes $(x_1-c_1)(x_2-c_2)$ richtig prognostiziert wird.

Ein alternativer Ansatz von Kalai-Smorodinsky (1975) sieht folgenden Lösungsweg vor:

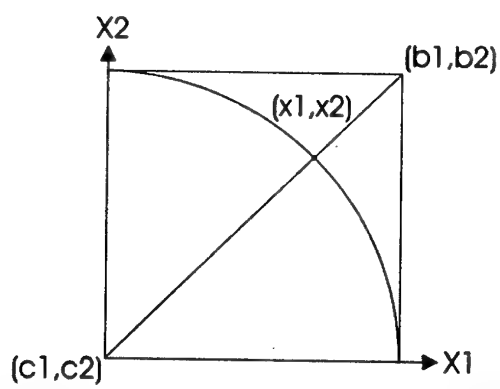


Abbildung 2: Lösung nach Kalai - Smorodinsky

Der Schnittpunkt des Pareto - Randes mit der x_1-Achse sei Punkt $(b_1,0)$, analog sei Punkt $(0,b_2)$ der Schnittpunkt mit der x_2-Achse. Legt man nun durch (c_1,c_2) und (b_1,b_2) eine Gerade, so ergibt sich (x_1,x_2) als Schnittpunkt dieser Gerade mit dem Pareto-Rand.

Daraus ergibt sich für die Lösung

$$\frac{b_1 - x_1}{x_1 - c_1} = \frac{b_2 - x_2}{x_2 - c_2}.$$

Wie bei der Nash-Lösung, kann man dieses Ergebnis analog zum Logarithmus in eine Wahrnehmungsfunktion umsetzten. Wobei sich folgende Gestalt ergibt

$$(\mathrm{per}(b_1) - \mathrm{per}(x_1)) - (\mathrm{per}(x_1) - \mathrm{per}(c_1)) = (\mathrm{per}(b_2) - \mathrm{per}(x_2)) - (\mathrm{per}(x_2) - \mathrm{per}(c_2)).$$

Auch hier ist es wieder so, daß nur der mittels Prominenztheorie modifizierte Ansatz in zugehörigen Spielen Prognosekraft hat.

6 Zusammenfassung

Der Vortrag sollte zeigen, daß die menschliche Wahrnehmung auf gewissen Regeln basiert. Es wurde dargelegt, daß die Zahlenempfindung ähnlich der Lautstärkeempfindung in logarithmische Stufen eingeteilt werden kann. Die hieraus erkannte Gesetzmäßigkeit wurde auf spieltheoretische Aufgabenstellungen erfolgreich angewandt und es wurden Erklärungen zu scheinbar paradoxen Phänomenen gefunden. Darüber hinaus bietet die Prominenztheorie die Möglichkeit menschliches Verhalten in Bezug auf Zahlen vorherzusagen, sowie aus gegebenen Zahlenantworten Rückschlüsse auf die Person zu ziehen.

7 Literatur

Tversky, A.; Kahnemann, D.: Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. Journal of Risk and Uncertainty, (1992), S. 297-323.

Kalai, E.; Smorodinsky, M.: Other Solutions to Nash's - Bargaining Problem. Econometrica 43, (1975), S. 513-518.

Nash, J. F.: The Bargaining Problem. Econometrica 18, (1950), S. 155-162.

Barry O'Neill
Yale School of Management
Departement of Political Science
Yale University

Anwendung der Spieltheorie in der Politik

Protokoll von

Jörg Helbach
Oliver Kaufmann
Christoph Reich
Volker Seibt

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 23. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Zu Beginn betrachten wir ein Zitat des Philosophen David Hume. Damit wird versucht die Spieltheorie einer bestimmten wissenschaftlichen Disziplin zuzuordnen.

> „When we run over libraries persuaded of these principles, what havoc must we make? If we take in our hand any volume, of divinity or school metaphysics for instance, let us ask, does it contain any abstract reasoning concerning quantity or number - no. Does it contain any experimental reasoning concerning matter of fact and existence - no. Commit it then to the flames for it can contain nothing but sophistry and illusion."

Spieltheorie ist also eine wissenschaftliche Mischdisziplin. Sie ist nicht vollständig mathematisch, da sie sich auch mit menschlichen Konflikten beschäftigt. Andererseits kann man die Spieltheorie nicht als reine empirische Wissenschaft bezeichnen. Daher stellt sich die Frage, ob sich die Spieltheorie nur auf Fakten stützen oder mehr konzeptioneller Natur sein sollte.

Zunächst wollen wir anhand einiger Beispiele eine kurze Einleitung in die Spieltheorie geben und dabei insbesondere den konzeptionellen Aspekt beleuchten. Anschließend soll durch eine größere Problemstellung die Anwendung spieltheoretischer Methoden in der Praxis dargestellt werden. Dazu verwenden wir den Shapley-Shubik-Wert, um die Machtverhältnisse im Sicherheitsrat der Vereinten Nationen zu untersuchen. Zum Abschluß werden wir noch kurz auf die Bemessung der Beiträge für die Vereinten Nationen eingehen, ein Thema, das nicht direkt mit spieltheoretischen Mitteln behandelt wird, aber durchaus mit dieser Theorie verwandt ist, da auch hier eine Lösung gefunden werden muß, die die teilweise gegensätzlichen Interessen verschiedener Parteien berücksichtigt.

2 Die Hirschjagd

Wir beginnen mit einem Beispiel, das auf Jean-Jaques Rousseau zurückgeht. Zwei Jäger A und B stellen einen Hirsch. Vertrauen sich beide und erlegen ihn gemeinsam, so erhalten beide eine Auszahlung von 10. Mißtrauen sie sich und erlegen statt dessen nur ein Kaninchen, so erhalten beide eine Auszahlung von 4. Schießt einer den Hirsch und der andere das Kaninchen so erhalten sie die Auszahlung 6 bzw. 1. Die Normalform dieses Spieles ist in Tabelle 1 dargestellt.

A B	Vertrauen	Mißtrauen
Vertrauen	* 10 10 ↑	→ 6 1
Mißtrauen	1 6	← 4 ↓ 4 *

Tabelle 1: Normalform der Hirschjagd (die Pfeile geben die Präferenzrichtung der Spieler an. Die Sterne stellen Gleichgewichtspunkte dar.)

Dieses Spiel, dessen Gleichgewichtspunkte ebenfalls in Tabelle 1 angegeben sind, ist ein Modell zur Untersuchung von Instabilität und des Sicherheitsdilemmas. Es kann folgendes verdeutlichen:

- Gegenseitiges Vertrauen und Mißtrauen kann aufgrund der zwei Gleichgewichtspunkte rational sein.
- Die rationalen Spieler haben ein gemeinsames Interesse (10/10). Es wird von ihnen aber nicht erreicht, wenn ein Spieler vermutet, daß sein Gegenspieler ihm mißtraut.

Seien nun die Spieler A, B militärische Parteien, die sich einem eventuellen Erstschlag des Gegners gegenübersehen. Zur Verdeutlichung des Sicherheitsdilemmas modifizieren wir das Spiel wie in Tabelle 2 angegeben.

A B	Vertrauen	Mißtrauen
Vertrauen	* 10 10	6 1
Mißtrauen	0 7	4 4 *

Tabelle 2: Normalform des Sicherheitsdilemmas (die Sterne stellen Gleichgewichtspunkte dar)

Dadurch, daß Spieler B seine Erstschlagskraft erhöht, wird Spieler A dazu veranlaßt, ihm zu mißtrauen. Die Erhöhung der Erstschlagskraft und somit die Erhöhung der Sicherheit von B verringert die Sicherheit von A. Der Spieler A wird nun wiederum seine Erstschlagskraft über die von B erhöhen wollen, um die ursprüngliche Sicherheitslage wiederherzustellen.

3 Das Dart-Duell

Zwei Spieler haben einen Wurfpfeil. Sie stehen sich an den Enden eines Intervalls der Länge 1 gegenüber. Gleichzeitig gehen sie aufeinander zu und entscheiden sich zu jedem Zeitpunkt, ob sie den Dart auf den Gegner werfen oder nicht. Das Spiel ist in Abbildung 1 dargestellt.

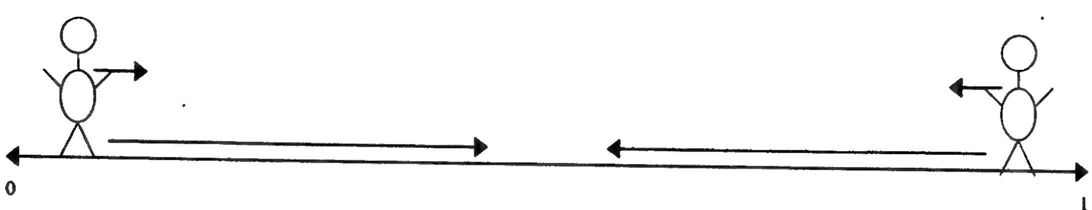


Abbildung 1: Das Dart-Duell

Die Trefferwahrscheinlichkeit sei 1-*Abstand zum Gegner*. Es gewinnt derjenige, der alleine nicht getroffen wird und erhält 1 als Auszahlung, der Gegner -1. Treffen beide oder keiner, ist die Auszahlung jeweils 0.

Wirft ein Spieler zu früh, wird er den Gegner verfehlen. Dieser kann dann abwarten, bis der Abstand zu dem Gegenspieler so gering ist, daß die Trefferwahrscheinlichkeit 1 ist. Wirft ein Spieler zu spät, kann er von seinem Gegner schon getroffen worden sein. So stellt sich also die Frage nach dem richtigen Zeitpunkt des Werfens.

Da der Gewinn des einen Spielers der Verlust des anderen ist, sprechen wir hier von einem Nullsummenspiel.

Wir bestimmen zunächst die Auszahlungsfunktion von Spieler A: Sei p die Trefferwahrscheinlichkeit von Spieler A, wenn er sich zu seinem Wurf entscheidet, und q die Trefferwahrscheinlichkeit von Spieler B bei seinem Wurf. Die Auszahlungsfunktion a ist dann gegeben durch

$$a(p,q)=\begin{cases}1\cdot p+(-1)\cdot(1-p) & ,p<q\\ 1\cdot p\cdot(1-p)+(-1)\cdot(1-p)\cdot p & ,p=q\\ (-1)\cdot q+1\cdot(1-q) & ,p>q\end{cases}$$

und damit

$$a(p,q)=\begin{cases}2p-1 & ,p<q\\ 0 & ,p=q\,.\\ 1-2q & ,p>q\end{cases}$$

Wegen

$$\begin{aligned}a\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) &= 0, &\\ a\left(\frac{1}{2},q\right) &= 0 & ,q>\frac{1}{2}\\ &> 0 & ,q<\frac{1}{2}\\ a\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) &< 0 & ,p<\frac{1}{2}\\ &= 0 & ,p>\frac{1}{2}\end{aligned}$$

folgt

$$a\left(p,\frac{1}{2}\right)\le a\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\le a\left(\frac{1}{2},q\right)$$

für beliebige p, q. Damit ist (1/2,1/2) Sattelpunkt von a und damit auch Gleichgewichtspunkt des als Spiel aufgefaßten Duells.

Erweiterungen des Dart Duells

- Beide Spieler haben eine unterschiedliche Treffergenauigkeit, die von der Entfernung der Spieler abhängig ist. Sie werfen, wenn der Durchschnitt der Trefferwahrscheinlichkeiten $q = ½$ ist.
- Ein Spieler hat zwei Wurfpfeile, der andere hat nur einen. Der Spieler mit zwei Pfeilen wirft den ersten bei einer Trefferwahrscheinlichkeit $q = \frac{1}{3}$. Verfehlt dieser Pfeil das Ziel, so spielen beide mit der ursprünglichen Strategie weiter.
- Ein oder beide Spieler werfen ohne das Wissen des Gegners. Beide Spieler werden Zufallsstrategien anwenden. Werden beide unbemerkt werfen, so wird $q = \frac{1}{3}$ gewählt.

Anwendungen

- Es wird der optimale Zeitpunkt gesucht, die eigenen Raketen zu starten, bevor sie vom Gegner schon am Boden zerstört wurden.
- Es wird die optimale Aufteilung der Einsatzgebiete, wie Angriff auf Bodentruppen oder Militärflughäfen, für Kampfflugzeuge gesucht.

4 Fearon's Modell zur Abschreckung

Das in Abbildung 3 angegebene Modell basiert auf folgenden Annahmen über den Ablauf eines Abschreckungsszenariums.
Angreifer Grün bedroht Verteidiger Blau. Blau hat nun die Möglichkeit abzuwarten oder zu mobilisieren. Die Initiative liegt anschließend wieder bei Grün. Entweder handelt Grün nicht (Situation A) oder er handelt. Im Falle des Handelns von Grün entscheidet Blau sich zu ergeben (Situation B) oder zu kämpfen (Situation C).

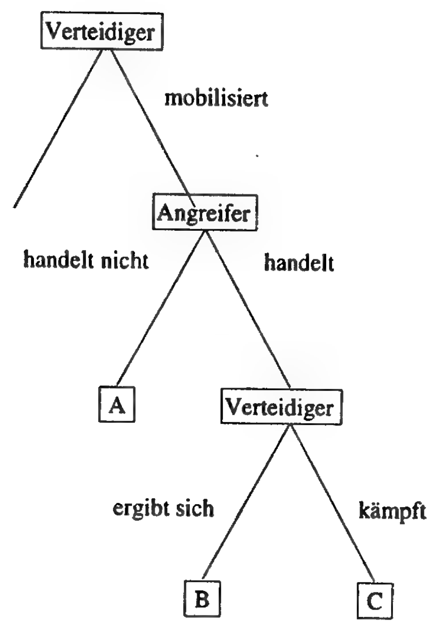


Abbildung 2: Modell der Abschreckung

Seit 1885 wurden 58 Fälle beobachtet, bei denen ein Verteidiger mobilisiert hat, um einen Angreifer abzuschrecken.

Situation A: 34 Fälle (z.B. Berlin Krise)
Situation B: 10 Fälle (z.B. Portugal, Indien und Goa)
Situation C: 14 Fälle (z.B. USA und Vietnam)

Bei der Analyse stellt sich die Frage, ob ein Angriff weniger wahrscheinlich gewesen wäre, wenn zum einen der Verteidiger weitaus stärkere Interessen gehabt und zum anderen die Kräfteverteilung den Verteidiger begünstigt hätte.

Die Idee der Abschreckung liegt darin, die eigene Stärke so auszubauen, daß man bei einem möglichen Erstschlag des Gegners reagieren kann. Der Zweitschlag muß glaubhaft und reali-

sierbar sein, um Abschreckung zu gewährleisten. Einen festen Standpunkt in dem Frühstadium einer Krise einzunehmen zeigt die Entschlossenheit und verstärkt somit die Abschreckung. Andererseits haben wir oben gezeigt, daß eine große Erhöhung der eigenen Schlagkraft einen Angriff wahrscheinlicher macht. Weiter kann man nicht davon ausgehen, daß Angreifer rational handeln.

Mit Betrachtung der obigen Abbildung kann man erkennen, daß Abschreckung grundsätzlich Sinn macht, aber leider nicht immer zu funktionieren scheint. Die beobachteten kriegerischen Auseinandersetzungen belegen, daß größere Kräfte auf Seiten des Verteidigers den Angreifer zum Rückzug veranlaßt haben.

Die Interpretation der Spiele unterscheiden sich von den obigen ein wenig. Können die Möglichkeiten der Parteien beobachtet werden bevor die Krise eintritt, so wird der Angreifer diese in seinen Überlegungen berücksichtigen. Ungewöhnlich ist es, wenn der Angreifer trotz dieses Wissens den Verteidiger attackiert. Dieser Fall kann eintreten, wenn der Angreifer besonders motiviert ist, starke Interessen hat oder annimmt, daß der Verteidiger unmotiviert ist und seine Möglichkeiten nicht ausschöpft.

Betrachtet man geschichtliche Ereignisse, so kann man sagen, daß die Theorie der Abschrekkung fast immer funktioniert hat, wenn geringes Potential großem Potential gegenüberstand. Ergebnisse der Spieltheorie zeigen, daß die Strategien eines Verteidigers mit höherer Wahrscheinlichkeit umgesetzt werden, wenn die Verteidiger ein großes militärisches Potential besitzen und klare Interessen zeigen.

Das Problem hierbei ist, daß ein Angreifer dies wissen kann und trotzdem attackiert. Der Lösungsweg, den die Spieltheorie anbietet, ist eine rückwirkende Erweiterung des Spieles. Dies bedeutet, daß dem Angreifer die Möglichkeit offen steht, seine Eskalationsschritte rückgängig zu machen und somit wieder vor der Entscheidung steht, zu handeln oder nicht zu handeln.

<u>Wahlmöglichkeit 1:</u> Die Strategie des Verteidigers ist erfolgreicher, wenn eine Offensive des Angreifers schnell abgeschwächt werden kann.

<u>Interpretation 1:</u> Ist eine starke Reaktion eines Verteidigers bei einem Angriff unwahrscheinlich, so erhöht dies die Angriffswahrscheinlichkeit. Eine glaubhafte Reaktion des Verteidigers gibt dem Angreifer weitere Informationen über die Verteidigungsbereitschaft und Hinweise auf dessen Motivation.

<u>Wahlmöglichkeit 2:</u> Überraschenderweise ist die Darlegung der eigenen Interessen und Stärken vor dem Eintreten der Krise mit dem Fehlschlagen der Strategie des Verteidigers verbunden.

<u>Interpretation 2:</u> Das überrascht nicht, da der Angreifer diese Tatsachen bereits vorher wußte und, nach der obigen Annahme, trotzdem attackiert.

5 Reform des Sicherheitsrates der Vereinten Nationen

Der Weltsicherheitsrat, d.h. der Sicherheitsrat der Vereinten Nationen ist eines der sechs Hauptorgane der Vereinten Nationen (VN). Der Sicherheitsrat besteht aus 15 Mitgliedern, von denen fünf einen ständigen Sitz innehaben: die Vereinigten Staaten, Rußland, Großbritannien, Frankreich und China. Die übrigen Mitglieder werden von der Generalversammlung

für die Dauer von zwei Jahren gewählt. Diese Sitze wechseln nach geographischen Gesichtspunkten; fünf Mitglieder werden aus Asien, Afrika und dem Nahen Osten gewählt, zwei aus westlichen Ländern, zwei aus Lateinamerika und eins aus Osteuropa. Den Vorsitz des Rates hat jedes Mitglied jeweils einen Kalendermonat inne, und zwar in der Reihenfolge der Länder nach dem englischen Alphabet.

Zur Annahme einer Resolution sind neun Ja-Stimmen erforderlich. Bei Entscheidungen in Verfahrensfragen spielt es keine Rolle, von welchen Ratsmitgliedern diese neun Stimmen stammen; bei Sachentscheidungen verhindert jedoch die Gegenstimme eines der fünf ständigen Mitglieder die Annahme jeder Resolution ohne Rücksicht darauf, ob neun Mitglieder dafür gestimmt haben oder nicht. Diese Gegenstimme ist das bekannte Vetorecht der Großmächte, das seit der Gründung der Vereinten Nationen einen Streitpunkt darstellt.

Seit dem Ende des „Kalten Krieges" haben die Aktivitäten des Sicherheitsrates enorm zugenommen. Die Anzahl der beschlossenen Resolutionen beträgt ein Vielfaches der früheren Entscheidungen. Ohne das Veto der USA und der UdSSR haben die Resolutionen an Aussagekraft gewonnen. Weiterhin werden Entscheidungen getroffen, ohne daß daraus Resolutionen werden.

Ein Mitglied des Sicherheitsrates zu sein bringt viele Vorteile mit sich, nämlich
- Zugang zu Informationen,
- Ansehen, und
- Machtzuwachs durch Stimmrecht.

Die neu gewonnene Bedeutung und der Erfolg haben Probleme verursacht, die Reformen nötig machen. Viele Länder wollen nun Mitglied im Sicherheitsrat werden oder zumindest eine stärkere Repräsentation ihrer Regionen erreichen. Außerdem müssen die häufigeren Maßnahmen des Sicherheitsrates (z. B. Peacekeeping) finanziert werden.

Trotzdem sind echte Änderungen unwahrscheinlich, da Reformen die Zustimmung sämtlicher Vetostaaten erfordern. Möglich wäre lediglich die Aufnahme von Nicht-Vetostaaten zusammen mit der Abschaffung des Verbots der Wiederwahl. So würden Deutschland und Japan vermutlich ständig wiedergewählt.

Im folgenden wird nun einer der Gründe für das Bestreben vieler Staaten, in den Sicherheitsrat aufgenommen zu werden, analysiert: Die Macht des Stimmrechts.

5.1 Der Shapley – Shubik – Wert

Dieses Verfahren ist schon lange bekannt und gehört zu den ersten Ideen der kooperativen Spieltheorie. Das Spiel wird durch eine charakteristische Funktion modelliert. Anstatt sich nun zu fragen, was die Spieler tun werden (wie in der nicht-kooperativen Theorie), sagt man, mit wem sie zusammen arbeiten werden. Jede Koalition erhält einen bestimmten Wert, den Shapley-Shubik-Wert.

Drei Musikanten

Als Beispiel betrachten wir einen Gitarristen g, einen Schlagzeuger d und einen Sänger s. Die Charakteristische Funktion v ergibt den nächtlichen Ertrag der Musiker bei Einzelauftritten, bei Auftritten als Duo oder als Trio. Es gelte

$$v(g) = v(d) = v(s) = \$0,$$
$$v(gd) = \$200,$$
$$v(gs) = \$400,$$
$$v(sd) = \$100,$$
$$v(gsd) = \$500.$$

Offensichtlich werden sie als Trio auftreten. Aber die Frage ist, wie sie ihre $500 aufteilen werden. Wer liefert den größten Beitrag? Man könnte vermuten der Sänger. Die Shapley Funktion α_v liefert

$$\alpha_v(g) = \$233,$$
$$\alpha_v(s) = \$183,$$
$$\alpha_v(d) = \$83.$$

Angenommen, es gäbe v' und v'' mit

$$v(K) = v'(K) + v''(K) \qquad \text{für alle Koalitionen } K,$$

dann gilt für den Shapley Wert

$$\alpha_v(i) = \alpha_{v'}(i) + \alpha_{v''}(i) \qquad \text{für alle Spieler } i \text{ (Additivität)}$$

Wenn wir weiter fordern

$$v(s) = v(d) \Rightarrow \alpha_v(s) = \alpha_v(d) \qquad \text{(Symmetrie)}$$

und daß ein Spieler, der kein Beitrag leistet auch keine Auszahlung erhält, ist der Shapley Wert eindeutig. Die wesentliche Leistung Shapleys war es, aus der nicht additiven Funktion v, eine additive Funktion α zu erzeugen.

Diese Idee wurde in vielen Anwendungen umgesetzt, z.B. in Kostenverteilungen oder bei Gefechtswertbewertungen für Waffensysteme. 1954 spezialisierten Shapley und Shubik das Verfahren der Shapley Bewertung, um es auf folgende Situation anwenden zu können:
Ein Komitee stimmt nach einer komplizierten Regel ab. Einige Mitglieder des Komitees haben eine Sonderstellung gegenüber den anderen. Sie besitzen ein Vetorecht oder die Mehrheit einer bestimmten Gruppe ist erforderlich, um die Abstimmung zu gewinnen.

Shapley und Shubik schlugen vor, diese Situation mit Hilfe ihrer Charakteristischen Funktionen zu untersuchen, wobei die gewinnende Koalition 1 erhält und die Verlierende 0. Sie berechnen den Shapley Wert und erhalten somit eine Definition der Macht innerhalb des Komitees.

5.2 Anwendung auf den Sicherheitsrat

Shapley und Shubik wendeten dieses Verfahren in verschiedenen Bereichen an, unter anderem untersuchten sie den Sicherheitsrat der VN. Zu dieser Zeit hatte der Sicherheitsrat 11 Mitglieder. Für eine Mehrheit waren 7 Stimmen notwendig. Dabei fanden sie heraus, daß *Nicht permanente Mitglieder keine Macht haben.* Ein Staat, der einen nicht permanenten Sitz im Sicherheitsrat anstrebt, tut dies nicht um mehr Macht durch Abstimmung zu erlangen, sondern um z.B. sein Ansehen zu erhöhen.

Der Shapley-Shubik Wert läßt sich als Maß für die Macht interpretieren. Dieser Machtindex einer Person oder Organisation wird definiert als die Wahrscheinlichkeit, daß seine Stimme den Ausschlag für die Entscheidung gibt. Jede Stimmabgabe ist unabhängig von den Entscheidungen Anderer, d.h. es gibt keine Koalitionen.

Mit Hilfe des Shapley-Shubik Verfahrens wurden folgende Fragestellungen untersucht bzw. Erkenntnisse gewonnen.

1. Für ein Mitglied ohne Vetorecht gibt es nahezu keine vorstellbare Situation, in der seine Stimme den Ausschlag gibt.
2. Wie verändern sich die Machtverhältnisse, wenn die Anzahl der nicht permanenten Mitglieder des Sicherheitsrates erhöht wird?
   Es zeigt sich, wenn die Anzahl der nicht permanenten Mitglieder bei konstantem Mehrheitsquotienten, d.h. Anzahl der Stimmen, die benötigt werden, um eine Resolution zu beschließen geteilt durch die Gesamtzahl der Stimmberechtigten, erhöht wird, verringert sich die Macht der nicht permanenten Mitglieder. Angenommen, die 5 ständigen Mitgliedern wollen entgegen den 10 nicht ständigen Mitgliedern eine Resolution durchbringen. Dann müssen sie 4 nicht ständige Mitglieder für sich gewinnen (bei einem Mehrheitsquotienten von 9/15). Wird die Anzahl, der nicht ständigen Mitgliedern auf 11, 12 oder 13 erhöht, wird es leichter diese 4 zu finden, solange man den Mehrheitsquotienten nicht verändert. D.h. die Position der nicht ständigen Mitglieder wird geschwächt (Siehe Tabelle 4).
   Dieses Problem ist jedoch nicht dadurch zu lösen, daß der Mehrheitsquotient beliebig erhöht wird, da der Sicherheitsrat dann nicht mehr beschlußfähig sein würde.

Machtindex Zusammensetzung	Je ständigem Mitglied	Je nicht ständigem Mitglied	Gesamt ständige Mitglieder	Gesamt nicht ständige Mitglieder
Original: 11 Mitglieder, davon • 5 Ständige • 6 nicht Ständige Mehrheit: 7	0,19700	0,00216	0,98700	0,01300
Heute: 15 Mitglieder, davon • 5 Ständige • 10 nicht Ständige Mehrheit: 9	0,19600	0,00186	0,98100	0,01860
Erhöhte Anzahl nicht ständiger Mitglieder 16 Mitglieder, davon • 5 Ständige • 11 nicht Ständige Mehrheit: 9	0,19700	0,00128	0,98500	0,01410
Erhöhte Anzahl nicht ständiger Mitgl. und erhöhter Mehrheitsquotient 16 Mitglieder, davon • 5 Ständige • 11 nicht Ständige Mehrheit: 10	0,19200	0,00420	0,95800	0,04200

Machtindex / Zusammensetzung	Je ständigem Mitglied	Je nicht ständigem Mitglied	Gesamt ständige Mitglieder	Gesamt nicht ständige Mitglieder
Erhöhte Anzahl ständiger Mitglieder 16 Mitglieder, davon • 6 Ständige • 10 nicht Ständige Mehrheit: 9	0,16600	0,00034	0,99600	0,00340

Tabelle 4: Machtverteilung im Sicherheitsrat für verschiedene Konstellationen, ohne Koalitionen.

3. Aussage über den Zusammenhang von Macht und Zufriedenheit.
   Das Ziel eines Staates ist die Befriedigung seiner Interessen. Diese kann er ohne Macht erreichen, falls ein Mitglied des Sicherheitsrates diese für ihn wahrnimmt (s. Tabelle 5). Wird die Anzahl der ständigen Mitglieder (Vetomitglied) erhöht, wird die Zufriedenheit eines Mitglieds des Sicherheitsrates verringert. Wird die Anzahl des Sicherheitsrates auf 23 erhöht und die der Vetomitglieder auf 10, dann wäre es zufriedenstellender nicht im Sicherheitsrat zu sein.

	Ich unterstütze die Resolution	Ich lehne die Resolution ab
Erfolg mit meiner Stimme & Erfolg ohne meine Stimme	Zufriedenheit	
Erfolg mit meiner Stimme & Mißerfolg ohne meine Stimme	Zufriedenheit und Macht	Zufriedenheit und Macht
Mißerfolg mit meiner Stimme & Mißerfolg ohne meine Stimme		Zufriedenheit

Tabelle 5: Sechs mögliche Ergebnisse bzgl. einer Resolution und ihr Zusammenhang mit Zufriedenheit und Macht

Berücksichtigung von politischen Ausrichtungen

Bis jetzt berücksichtigt das betrachtete Shapley-Shubik Verfahren nicht die politische Orientierung der Staaten. In Shapleys Konzept stimmen alle Mitglieder des Sicherheitsrates unabhängig voneinander ab. Kein Staat hat Präferenzen oder Vorurteile gegenüber anderen Staaten. Diese Annahme ist falsch! In der Realität gibt es Staaten, die partnerschaftlich zusammenarbeiten. Durch Beobachtung des Stimmverhaltens der Mitglieder im Sicherheitsrat über einen Zeitraum von 3 Jahren wurden die in Abbildung 4 wiedergegebene politische Konstellationen ermittelt.

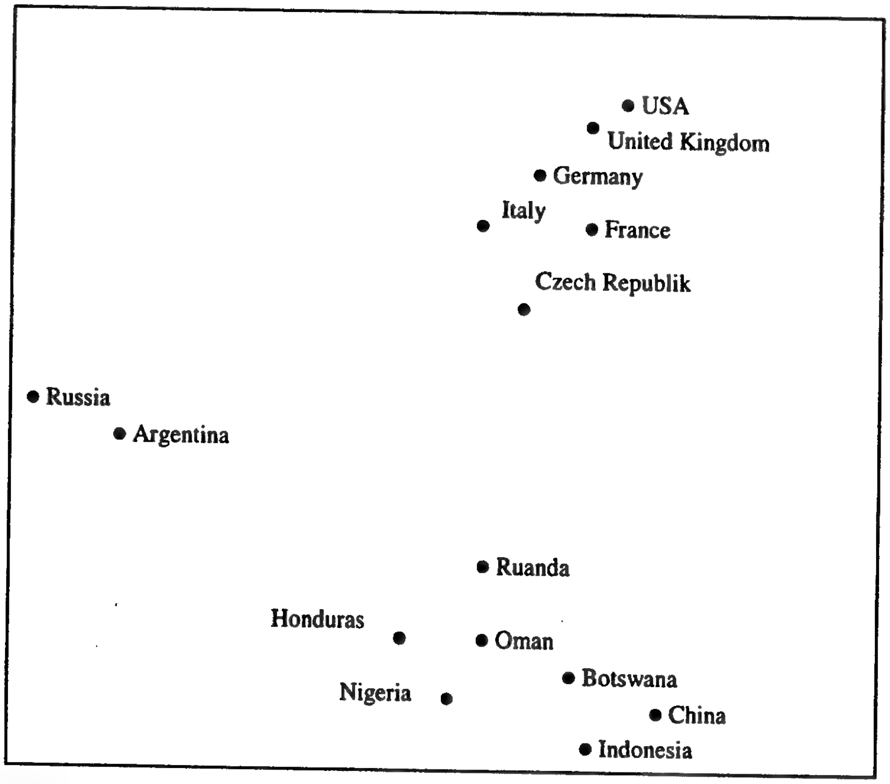


Abbildung 4: Politische Orientierung der Mitgliedsstaaten im Abstimmungsverhalten

Punkte (Staaten), die in dieser Grafik dicht beieinanderliegen, stimmen häufig ähnlich ab. Solche die weit entfernt sind, stehen in Opposition. Die Lage der Punkte innerhalb der Abbildung 4 spielen keine Rolle, lediglich die Entfernung der Punkte untereinander.

Das Resultat dieser Untersuchung ist, je größer die Isolation eines Vetomitglieds ist, desto größer ist seine Macht. In der Grafik ist z. B. China ein relativ isoliertes Land, da seine sympathisierenden Länder lediglich nicht ständige Mitglieder des Sicherheitsrates sind und Länder wie die USA oder Großbritannien weit entfernt sind. England und Frankreich hingegen verlieren durch ihre Nähe an Macht. Die nachfolgende Tabelle 6 soll verdeutlichen, wie sich der Shapley-Shubik Wert und die Zufriedenheit ändern, wenn natürliche Koalitionen berücksichtigt werden.

		Aktuelle Zusammensetzung			**Erweiterte Zusammensetzung**		
Natürliche Koalition	Land	Mitglied	Macht-index	Zufrie-denheit	Mitglied	Macht-index	Zufrieden-heit
Afrika	Botswana	X	0,0050	0,658	X	0,0005	0,658
	Nigeria	X	0,0050	0,656	X	0,0005	0,656
	Oman	X	0,0050	0,657	X	0,0006	0,657
	Ruanda	X	0,0054	0,663	X	0,0006	0,662
	Tansania		---	0,658	X	0,0006	0,659
	Tunesien		---	0,653	X	0,0005	0,654
Asien	China	X (Veto)	0,3340	0,660	X (Veto)	0,2534	0,666
	Indonesien	X	0,0050	0,650	X	0,0005	0,650
	Indien		---	0,658	X	0,0006	0,659

	Japan		---	0,663	X (Veto)	0,1170	0,662
	Malaysia		---	0,657	X	0,0006	0,658
Osteuropa	Tschechei	X	0,0009	0,662	X	0,0005	0,662
	Rußland	X (Veto)	0,1880	0,660	X (Veto)	0,1451	0,658
	Ukraine		---	0,654	X	0,0005	0,661
Latein-	Argentini-en	X	0,0010	0,662	X	0,0006	0,660
amerika	Honduras	X	0,0052	0,660	X	0,0005	0,660
	Costa Rica		---	0,654	X	0,0005	0,655
Westeuropa	Frankreich	X (Veto)	0,1487	0,663	X (Veto)	0,1169	0,662
und andere	Italien	X	0,0009	0,662	X	0,0005	0,661
Länder	BRD	X	0,0010	0,663	X (Veto)	0,1170	0,662
	GB	X (Veto)	0,1494	0,663	X (Veto)	0,1173	0,661
	USA	X (Veto)	0,1585	0,663	X (Veto)	0,1246	0,660
	Belgien		---	0,662	X	0,0005	0,661

Tabelle 6: Macht und Zufriedenheit im Sicherheitsrat von 1995 und in einem erweiterten Sicherheitsrat unter Berücksichtigung natürlicher Allianzen.

5.3 Resultate aus der Untersuchung des Sicherheitsrates

- Veto bedeutet viel Macht, kein Veto heißt Bedeutungslosigkeit. Es bringt also nichts, den Sicherheitsrat um Nicht-Vetomitglieder zu erweitern. Ihr Wunsch nach Ansehen und Informationszugriff sollte auf andere Weise befriedigt werden.
- Mehr Nicht-Veto-Sitze zu verteilen kann die Gesamtmacht der nicht-ständigen Mitglieder verringern.
- Macht hängt nicht nur von den Abstimmungsregeln ab, sondern ob ein Staat von anderen Staaten unterstützt wird oder nicht.
- Befindet sich ein Staat in einer Koalition mit anderen mächtigen Staaten, so verliert seine Stimme an Gewicht.
- Ein isolierter Staat mit Vetorecht hat sehr große Macht.
- Hinzufügen neuer Vetomitglieder lähmt den Sicherheitsrat, wenn die politische Distanz zwischen den bisherigen und den neuen Vetostaaten zu groß ist.
- Macht sollte in diesem Zusammenhang nicht das vornehmlichste Ziel eines Staates sein, sondern vielmehr Zufriedenheit.

6 Finanzierung der Maßnahmen der Vereinten Nationen

Die Aktivitäten der VN haben seit Ende des „Kalten Krieges" stark zugenommen. Dies gilt sowohl für reguläre Aktionen (z. B. Humanitäre Einsätze) als auch für Friedensmissionen (Peacekeeping). Diese Maßnahmen müssen finanziert werden. Dazu gibt es zwei Budgets, die durch Beiträge der VN-Mitglieder finanziert werden. Die Höhe dieser Beiträge und das Verfahren diese zu ermitteln, wird von der Generalversammlung festgelegt.

6.1 Beiträge für das „reguläre Budget"

Es wird im Jahr ca. 1 Milliarde Dollar für diesen Bereich benötigt.
Die Kosten werden mit Hilfe eines Punktesystems aufgeteilt. Dazu werden 10.000 Punkte proportional zu den nationalen Einkommen auf die Mitglieder verteilt. Länder mit einem jährlichen pro-Kopf Einkommen, das über dem Weltdurchschnitt liegt, erhalten einen Rabatt. Es können höchstens 2500 Punkte an einen Staat vergeben werden; dies ist bei den USA der Fall. Jeder Staat erhält jedoch mindestens ein Punkt.

6.2 Beiträge für Peacekeeping

Für diesen Bereich werden jährlich ca. 3,5 Milliarden Dollar benötigt.
Dazu werden 100.000 Punkte verteilt. Die Verteilung erfolgt in erster Linie proportional zu den regulären Beiträgen, jedoch werden hier die ärmeren Staaten durch die Reichen entlastet. Alle Mitgliedsstaaten werden in vier Gruppen eingeordnet, die verschiedene Beitragsraten haben (Siehe Tabelle 7) Die entstehende Differenz, die sich aus der geringeren Rate von Gruppe C und D ergibt, wird durch die Mitglieder der Gruppe A ausgeglichen.

Gruppe	Beitragsrate
A: Ständige Mitglieder des Sicherheitsrates	$1 * k$
B: Industriestaaten	$1 * k$
C: Schwellenländer	$0{,}2 * k$
D: Entwicklungsländer	$0{,}1 * k$

Tabelle 7: Beitragsraten für Friedensmissionen der Vereinten Nationen. k wird so gewählt, daß das erforderliche Budget erreicht wird.

6.3 Sind diese Verfahren fair?

Die Tendenz einiger Staaten, die Beiträge nicht vollständig zu bezahlen, hat in den letzten Jahren stark zugenommen. Ein Beispiel sind die USA. Der amerikanische Kongreß hat beschlossen, nicht mehr als 25 % der Peacekeeping-Kosten zu tragen. Tatsächlich müßten sie aber etwa 31%, d.h. etwa 1 Milliarde Dollar zahlen. Sie empfinden das aktuelle System der Beitragsbemessung als unfair. Um diese Frage zu klären, ist es nötig, sich zunächst mit dem Begriff der Fairneß zu befassen. Dies wollen wir im folgenden tun, in dem wir einige Kriterien für Fairneß vorstellen und kurz diskutieren.

Ein Kriterium für Fairneß ist der Vergleich der Beitragshöhe mit ihrem Anteil am Welteinkommen. Der Anteil der USA am Welteinkommen beträgt etwa 27%. Nach der aktuellen Methode bezahlen die USA das reguläre Budget zu 25% und das Budget für Peacekeeping-Unternehmungen zu 31%. Nach diesem Kriterium ist das aktuelle Verfahren unfair.

Die Idee, daß reiche Staaten mehr zahlen sollen kann ein weiteres Kriterium sein. Tabelle 8 zeigt, daß sich reiche Mitglieder der Vereinten Nationen in Gruppen befinden, in denen auch arme Mitglieder sind. Auch hier ist das aktuelle System unfair.

Gruppe	Land	Pro Kopfeinkommen
B	Irland	$8200
	Spanien	$8800
	New Zealand	$9800
C	Vereinigte Arabische Emirate	$15700
	Saudi Arabien	$14250
	Brunei	$11840
	Quatar	$11400
	Kuwait	$10860

Tabelle 8: Reiche VN-Mitglieder in armen Gruppen

Wenn sich die Anzahl der Mitglieder erhöht, sollten sich die Einzelbeträge verringern.
Der Rabatt, der den Staaten der Gruppen C und D zugesprochen wird, wird durch die Staaten der Gruppe A ausgeglichen. Wird nun ein neues Mitglied aufgenommen, das in die Gruppe C oder D fällt, so erhöht sich der Beitrag der ständigen Mitglieder im Sicherheitsrat. Das ist nicht fair.

Der relative Aufwand zur Erbringung der Beiträge sollte für alle Mitglieder gleich sein.
Nach dem aktuellen System zahlt jedes Mitglied seine Beiträge in US-Dollar. Jedoch ist es für einen Mexikaner wesentlich schwieriger eine entsprechende Menge an Pesos aufzubringen, um einen Dollar zu erhalten, als für einen Deutschen. Das ist unfair. Es sollte die relative Kaufkraft berücksichtigt werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß es schwer ist, einen gemeinsamen Begriff der Fairneß zu formulieren. Allerdings weisen diese Beispiele darauf hin, daß das derzeitige System der Beitragsbemessung Mängel aufweist.

7 Zusammenfassung

In den ersten drei Beispielen wird ein Eindruck über mögliche Anwendungen der Spieltheorie in der Politik vermittelt und wie für spezielle Situationen, Strategien entwickelt werden können. Das wichtigsten Resultate aus der Untersuchung des Sicherheitsrates sind:
- Veto bedeutet viel Macht, kein Veto heißt Bedeutungslosigkeit. Es bringt also nichts, den Sicherheitsrat um Nicht-Vetomitglieder zu erweitern.
- Mehr Nicht-Veto-Sitze zu verteilen kann die Gesamtmacht der nicht ständigen Mitglieder verringern.
- Befindet sich ein Staat in einer Koalition mit anderen mächtigen Staaten, so verliert seine Stimme an Gewicht.

Das abschließende Kapitel über die Fairneß des VN-Finanzierungsmodell zeigt, daß das aktuelle Modell einige Ungerechtigkeiten aufweist. Allerdings wird es schwer fallen, ein Modell zu finden, das allen gerecht wird, solange kein allgemeiner Begriff der Fairneß gefunden ist.

8 Literatur

Zur Vertiefung der diskutierten Themen empfiehlt sich vor allem folgende Literatur:

Owen, G: *Political games.* Naval Research Logistics Quarterly 18, 1971, S. 345-355.

Owen, G.; Shapley, L.: *Optimal location of candidates in ideological space.* International Journal Of Game Theory 18, 1989, S. 339-356.

Riker, W.: *The entry of game theory into politics.* Toward a history of game theory. 1992, S. 207-224.

Shapley, L.; Shubik, M.: *A method for evaluating the distribution of power in a comittee system.* American Political Science Review 58. 1954, S. 787-792.

White, N.: *The United Nations and the maintenance of international peace and security.* Manchester: Manchester University Press. 1990.

Hermann H. Rampacher
Gesellschaft für Informatik
Bonn

WIE EXAKT KÖNNEN WISSENSCHAFTEN VON DER GESELLSCHAFT SEIN?

Verhaltensnormen als Spielregeln der Gesellschaft
- Ein Forschungsprogramm -

Protokoll von

René Mertens
Gunnar Reimann
Torsten Wieckberg

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 13. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

„Der Rückständigkeit der moralischen Wissenschaften kann man nur dadurch abhelfen, daß man auf sie die gebührend erweiterten und verallgemeinerten Methoden der Naturwissenschaft anwendet."

John Stuart Mill

1 Spielregeln im Zusammenleben

In Gesellschaftsspielen wie im Spiel der Gesellschaft gibt es feste Spielregeln. Im zwischenmenschlichen Umgang heißen diese Regeln moralische oder rechtliche Normen. Wer immer Spielregeln übertritt und dies geschickt zu verbergen weiß, dem winken persönliche Erfolge. Diese gehen auf Kosten aller übrigen, im Spiel wie in der Gesellschaft. Sanktionen - wie Entzug des Vertrauens, Empörung, Ausschluß vom Mitspielen - suchen Regelverstöße zu verhindern. Insbesondere bezweckt Erziehung, moralische Normen in „Fleisch und Blut" übergehen zu lassen, um so die Zahl von Regelverstößen zu begrenzen. Die Rechtfertigung von Normen bleibt dagegen meist im dunklen.

Nur der Religionsunterricht bietet eine schlüssige Rechtfertigung moralischer Normen: Für Gläubige sind sie Gebote Gottes. Der Ethikunterricht tut sich dagegen angesichts des „Chaos von Schulmeinungen" [Patzig 80, S.99] in der philosophischen Ethik eher schwer: Ethik als Theorie der Moral, als „Suche nach dem Richtigen und Falschen" [Mackie], als analytische Theorie „moralischer Aussagen" [Frankena, S. 21] trägt so nur wenig zur Begründung moralischer Normen bei.

Die Art des Umgangs mit Natur und Technik bestimmt inzwischen die Zukunftschancen der Völker mindestens genau so wie die Art des Umgangs zwischen Menschen. Denn Kernwaffen oder biologische wie chemische Waffen, Umweltzerstörung, Raubbau an Ressourcen oder Übervölkerung können den Lebensraum Erde schlagartig oder schleichend zerstören.

Kann man „ethische Normen" umfassend als Spielregeln für den Umgang unter Menschen wie mit Natur und Technik erklären? Wenn ja: Sind sie richtig, weil sie aus einem obersten Prinzip folgen, oder wegen der tatsächlichen Folgen, welche Übertretungen der Normen mit sich bringen? Gibt es neben ethischen Normen, die vom Evolutionsstand einer Gesellschaft abhängig sind [Rampacher 86, 93], andere, die schon immer den vertrauensvollen Umgang unter Menschen hätten regeln können? Hängen z.B. Friedfertigkeit, Gerechtigkeit oder Solidarität eines Landes stets davon ab, wie *häufig* seine einzelnen Bürger ethische Normen befolgen? Sind Normen gleichwertig oder gibt es Normen besonders hoher Wertigkeit? Was sind die Gründe für offenkundige Konflikte zwischen normativen Appellen - wie zwischen Gewaltlosigkeit und Sicherheit, zwischen Wettbewerb und Solidarität, zwischen Ökologie und Ökonomie? Wie muß eine Ethik beschaffen sein, die Normen als feste Spielregeln der Gesellschaft zuverlässig begründen und bewerten, Grenzen ihrer Anwendbarkeit bestimmen und Normenkonflikte aller Art lösen kann [Rampacher 96]?

2 Moral, Recht und Ethik

Wenn die Übertretung bestimmter Handlungsnormen den inneren wie den sozialen Frieden stark gefährden, bestrafen Staaten jede nachgewiesene Übertretung. Solche Vorschriften heißen rechtliche Normen.

Andere Normen werden freiwillig eingehalten, schon weil sie aufgrund der Erziehung jungen Menschen in Fleisch und Blut übergegangen sind. Bei ihnen handelt es sich um die bereits

erwähnten moralischen Normen. Aristoteles, der Ethik als Theorie der Moral begründete, glaubte, nur Griechen ließen sich geistig und moralisch bilden. Nichtgriechen, „Barbaren" - so riet er Alexander -, sollten deshalb wie „Haustiere oder Nutzpflanzen" behandelt werden [Marc Aurel, S. IX]. Alexander setzte sich über den Rat seines Lehrers hinweg: Er schuf ein Weltreich, in dem Griechen und Nichtgriechen gleichberechtigt waren. Als „Hellene" galt nun, wer griechisch verstand, an griechischem Geist und an griechischer Moral teilhatte. Der griechisch gebildete römische Kaiser Marc Aurel befürwortet im Gegensatz zur Aristoteles eine „universalistische" Moral: „...alles, was für einen beliebigen Menschen förderlich ist, ist es auch für die anderen. Der Begriff ‚förderlich' soll aber in diesem Falle in allgemeinerem Sinn von den ‚mittleren' Dingen verstanden werden" [Marc Aurel, S. 80].

Das ethische Grundprinzip des Christentums gilt ebenfalls für alle: „Liebe deinen Nächsten wie dich selbst!" Die universalistische christliche Moral ist auch nach 2000 Jahren von größter Aktualität wie die jüngst erschiene Schrift „Für eine Zukunft in Solidarität und Gerechtigkeit" [Engelhardt] der beiden großen deutschen Kirchen wieder zeigt.

Die grundlegende Idee zu einer von religiösen Überzeugungen wie bloßen Emotionen unabhängigen Rechtfertigung einer gemeinsamen Moral für alle findet sich schon bei Platon [Platon S. 48]: Verboten ist, was, wenn alle es tun, den Untergang des eigenen Landes riskiert. Leider hat die Philosophie dieses Prinzip nicht durch den präzisen Nachweis solcher Risiken weiter entwickelt.

Im folgenden stehen deshalb Risiken, die vom menschlichen Verhalten abhängen und zugleich das Überleben jedes, nicht nur des eigenen Landes bedrohen, als „ethische Risiken" im Zentrum. Zu jedem ethischen Risiko gehört eine Handlungsregel, eine ethische Norm, die das Risiko minimiert, wenn alle sie befolgen.

Aristoteles sieht Ethik als Teil der Politikwissenschaft [Aristoteles, S. 56]. Es zeigt sich aber, daß Ethik das normative Fundament aller Wissenschaften der Gesellschaft und zugleich die methodische Grundlage zur Gestaltung der gesellschaftlichen Praxis bildet.

Da zwischen verschiedenen ethischen Risiken Zusammenhänge bestehen, können - bei Mißachtung ethischer Normen oder in Mangelsituationen - Normenkonflikte (Abschnitt 7) entstehen.

Schon der „Fall Sokrates" [Platon & 5, & 37] zeigt einen solchen Konflikt: Kann der Stadtstaat Athen nach einem Urteil, das zuerst Normen mißachtete, erwarten, daß Sokrates danach noch alle Normen einhält? Durften Deutsche im 20. Jahrhundert einem Staatschef, der zuerst Normen millionenfach gebrochen hat, Gefolgschaft leisten? War nicht Widerstand geboten, selbst wenn dieser seinerseits die Übertretung bestimmter Normen einschloß?

Ulrich Beck diskutiert in „Risikogesellschaft - Auf dem Weg in eine andere Moderne zusätzliche ethische Risiken und Konflikte, die durch Wissenschaft und Technik in die Welt gekommen sind: „In der fortgeschrittenen Moderne geht die gesellschaftliche Produktion von Reichtum systematisch einher mit der gesellschaftlichen Produktion von Risiken. Entsprechend werden die Verteilungspläne und -konflikte der Mangelgesellschaft überlagert durch die Probleme und Konflikte, die aus der Produktion, Definition und Verteilung wissenschaftlich-technischer Risiken entstehen" [Beck, S. 25].

Technischen Chancen stehen oft erhebliche ethische Risiken gegenüber, die gegeneinander abgewogen werden müssen. Auch diesen Risiken gegenüber zeigt sich die Philosophie ratlos.

Hans Georg Gadamer, der Nestor der deutschen Philosophie, befindet:.„Wir haben eine dreihundertjährige Schuld zu begleichen. Seit drei Jahrhunderten haben wir eine phantastische Entwicklung unseres Wissens und Herrschenkönnens über die Naturkräfte erlangt. Wir haben nichts auch nur entfernt Vergleichbares in der Bildung des Menschen für die richtige Anwendung dieser neuen Macht. Deswegen erleben wir heute, daß wir in einer Welt leben, in der unendlich zerstörerische Machtmittel in die Hand des Menschen gekommen sind. Niemand weiß, wie man die Menschheit vor der Selbstvernichtung bewahren soll. Hier haben wir ein unendliches Manko" [Zeitpunkte, S.20].

3 Ethik als Überlebensspiel

Schon im 19. Jahrhundert erklärte John Stuart Mill: „Der Rückständigkeit der moralischen Wissenschaften kann man nur dadurch abhelfen, daß man auf sie die gebührend erweiterten Methoden der Naturwissenschaft anwendet" [Mill 68, S. IX]. Moralische Wissenschaften heißen heute Gesellschaftswissenschaften.

Die breite Anwendbarkeit der exakten Naturwissenschaften ruht auf drei Pfeilern:
Kausalität, Kalkülisierung und Erfahrung. Die breite Anwendbarkeit der Ethik ruht ebenfalls auf drei Säulen: Risikominimierung, Kalkülisierung und Erfahrung.

Zunächst sei eine sich selbst zum Zwecke der Begrenzung ethischer Risiken in Raum und Zeit organisierende politisch souveräne Gesellschaft ein Land. Ethik ist dann eine empirisch gehaltvolle statistische Theorie, in der ethische Risiken durch Befolgung von festen Spielregeln minimiert werden können.

Ethische Risiken, die durch technische Anwendungen entstanden sind - etwa das Ozonloch oder die Umweltverschmutzung -, erstrecken sich heute räumlich wie zeitlich oft so weit, daß historisch gewachsene Länder sie nicht mehr alleine begrenzen können.

Wir definieren nun: Je besser ein Land ethische Risiken im Zeitablauf begrenzt, desto größer seine Vernunft.

Die Vernunft eines Landes wird im folgenden als wichtigste dynamische Größe der Ethik betrachtet. Die entscheidende innenpolitische Aufgabe eines Land besteht dann darin, individuelle Risikobegrenzung weitgehend mit kollektiver in Einklang zu bringen, um so zu erreichen, daß möglichst viele Bürger aus eigener Initiative zur Erhöhung der Vernunft ihres Landes beitragen.

Länder wie technische Konstruktionen sind Menschenwerk. Zur Zweckerreichung müssen im ersten Fall ethische Regeln, im zweiten Naturgesetze zwingend Konstruktionsvorschriften sein. Ethik hat für die Gesellschaft dieselbe Aufgabe wie Physik für die Technik.

Flugzeuge als deterministische Systeme fliegen z.B. nur, wenn Naturgesetze als zwingende Konstruktionsvorschriften dienen. Staaten als statistische Systeme erfüllen den Zweck wirksamer Begrenzung ethischer Risiken umso besser, je häufiger ihre Bürger ethisch begründeten festen Spielregeln folgen.

Nutzt man Technik, entziehen sich Einzelfälle im Zusammenleben bisweilen statistischer Beschreibbarkeit: Eine Einziger vermag, nutzt er eine geeignete Technik - etwa Gift in der zentralen Wasserversorgung -, Regionen zu entvölkern.

4 Ethische Risiken, ethische Regeln, Wertigkeiten

4.1 Ethische Risiken

Mit der genauen Definition und Messung ethischer Risiken steht und fällt die Objektivität fester ethischer Spielregeln der Gesellschaft.

Risiken sind als Produkte von Risikofaktoren und zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten erklärt und meßbar. Ethische Risikofaktoren wie zugehörige Eintrittswahrscheinlichkeiten bilden als statistische Meßgrößen die empirische Grundlage aller hier eingeführten ethischen Theorien; sie sind zugleich selbst Teil dieser Theorien und nur durch sie definiert.

4.2 Ethische Grundrisiken

Ethische Grundrisiken werden als Wechselwirkungen zwischen Paaren von Menschen definiert. Paarweise Interaktionen können materiell sein - wie Verwundungen, Wegname, Zerstörung oder Übergabe von Gegenständen - oder immateriell - wie mangelhafte Aufrichtigkeit im Sprachverhalten (Lüge).

Es gibt genau zwei disjunkte Klassen von ethischen Grundrisiken, die erste enthält Unterlassungen, die zweite Handlungen.

Wenn eine Interaktion - von allen möglichen Paaren eines Landes praktiziert - mit Sicherheit zu dessem Untergang führt, dann beschreibt sie genau dann ein ethisches Grundrisiko der ersten Klasse, wenn sie - von allen unterlassen - das Land mit Sicherheit vom betreffenden Risiko freihält.

Ein Beispiel: Wenn alle möglichen Paare eines Landes sich gegenseitig umbringen, geht es mit Sicherheit unter. Wenn dagegen alle möglichen Paare jede Tötung unterlassen, ist es frei von jeder Tötungshandlung durch Menschen.

Wenn eine paarweise Interaktion - von allen Paaren eines Landes nicht praktiziert - mit Sicherheit zu dessem Untergang führt, so beschreibt sie ein ethisches Grundrisiko der zweiten Klasse.

Wenn keine Mutter ihrem Säugling hilft, geht jedes Land zugrunde; doch auch wenn jede Mutter nach bestem Wissen ihrem Kinde beisteht, kann diese Hilfe - etwa wegen Ungeschicklichkeit oder Unkenntnis über Babynahrung - fehlschlagen.

Ethische Grundrisiken bedrohen jedes Land - ob Menschen dies nun erkennen oder nicht -, unabhängig von seiner Sozialstruktur, von der Größe seiner Bevölkerung, der Ausdehnung seines Territoriums oder dem Stand seiner Technik.

4.3 Starke ethische Grundregeln

Jedem Grundrisiko, das schon durch Unterlassung verschwindet, ist eine „starke ethische Grundregel" zugeordnet.

Wenn alle diese starke Grundregel als feste Spielregel befolgen, dann ist die zugeordnete Klasse des Grundrisikos leer. Wir sagen dafür: Die starke ethische Grundregel ist „erhalten".

Die Erhaltung einer starken ethischen Grundregel ist eine notwendige und zugleich hinreichende Bedingung zur Vermeidung des zugehörigen ethischen Grundrisikos.

Beispiele: Wenn keiner seinen Nachbarn verwundet, verschwindet das Verwundungsrisiko durch Menschen im entsprechenden Land. Wenn keine Mutter abtreibt - oder abtreiben läßt -, verschwindet das Abtreibungsrisiko.

4.4 Schwache ethische Grundregeln

Wenn ein ethisches Grundrisiko durch eine von allen durchgeführte paarweise Interaktion statistisch signifikant verkleinert wird, dann gehört zu diesem Grundrisiko eine „schwache ethische Grundregel“. Befolgen alle diese schwache Grundregel, dann wird das zugehörige ethische Risiko statistisch signifikant begrenzt.

Die Erhaltung der schwachen Grundregel paarweiser Hilfe reduziert das Untergangsrisiko jedes Landes wesentlich, doch reicht sie nicht notwendig zum Überleben des Landes.

4.5 Schwache ethische Regeln

Wir definieren: Eine Vorschrift, die bei universeller Befolgung ein zugeordnetes ethisches Risiko nur statistisch signifikant begrenzt, heißt schwache ethische Regel.

Alle schwachen ethischen Grundregeln und alle ethischen Regeln, die den Umgang mit der belebten und der unbelebten Natur sowie mit der Technik zuverlässig bestimmen, gehören zu den schwachen ethischen Regeln.

Schwache ethische Regeln, die keine Grundregeln sind, sind evolutionsabhängig. Die ihnen zugehörigen ethischen Risiken müssen durch Forschung regelmäßig neu ermittelt werden.

Wenn niemand raucht, geht das Risiko in einem Land, an einem Lungenkarzinom zu sterben, statistisch signifikant zurück, verschwindet aber nicht, da weitere Noxen zu Lungenkrebs führen können.

4.6 Ethische Regeln als feste Spielregeln

Die Brechung einer einzigen ethischen Regel genügt, um da eine lokale Störung der sozialen Ordnung hervorzurufen, wo jemand diese Spielregel übertritt. Wer z.B. einen Menschen mit dem Tode bedroht, ruft Gegenreaktionen des Opfers oder seiner Umgebung hervor, die ihrerseits Verwundung oder Tod mit sich bringen, beides Regelwidrigkeiten.

Ethische Regeln müssen deshalb feste Spielregeln der Gesellschaft sein, damit diese erfolgreich ethische Risiken begrenzen kann. Damit ist der aus der Moral bekannte Appell jeder Norm auf unbedingte Befolgung erklärt. Natürlich werden - wie bei einem Gesellschaftsspiel die Regeln dennoch oft übertreten, wenn große individuelle Vorteile winken und man damit rechnen kann, nicht ertappt zu werden.

Technische Systeme sind vertrauenswürdig, da sich Natur und Technik stets an ihre Spielregeln, die Naturgesetze halten, soziale umso weniger, je häufiger - wegen individueller Vorteile - ethische Regeln übertreten werden.

4.7 Ethiken und erweiterte Ethiken

Wir definieren: Alle Länder eines vorgegebenen wissenschaftlich-technischen Standes, für welche die selben ethischen Regeln als feste Spielregeln abgeleitet werden können, bilden zusammen eine Kultur.

Eine Menge ethischer Grundregeln bildet dann eine „Darstellung der Ethik“ eines Kindes oder einer Kultur, wenn aus der Erhaltung der Grundregeln dieser Menge folgt, daß die Menge aller anderen Grundregeln dieser Ethik ebenfalls erhalten ist.

Ist die Ethik eines Landes erhalten, dann schützen dort die ethischen Grundregeln auch jeden Menschen - unabhängig von Staatsangehörigkeit, sozialem Status, Alter, Gesundheitszustand, Geschlecht, Religion, Hautfarbe oder was sonst an Unterscheidungsmerkmalen gefunden werden kann. Dies erlaubt folgende Interpretation: Die Menschenwürde in diesem Lande ist gewahrt. Ethik beschäftigt sich nicht mit Individuen, sondern mit festen Spielregeln und deren jeweiligen Anwendungsbereichen.

Wer ethische Regeln - mitunter auch zu seinem persönlichen Nachteil - stets einhält, begrenzt ethische Risiken besser als ein anderer, den nur sozialen Sanktionen zur Einhaltung ethischer Regeln zwingen.

Eine durch weitere schwache Regeln, deren Kenntnis einen entsprechenden wissenschaftlich-technischen Stand voraussetzt, angereicherte Ethik heiße eine erweiterte Ethik. Eine Klasse starker und schwacher Regeln bildet dann eine Darstellung der erweiterten Ethik, wenn aus der Erhaltung der Regeln der Klasse folgt, daß alle übrigen ethischen Regeln der erweiterten Ethik ebenfalls erhalten sind.

4.8 Wertigkeit, Schaden und geordnete Ethiken

Je größer ein Risikofaktor, desto größer die Wertigkeit der zugehörigen ethischen Regel. Risikofaktoren messen den volkswirtschaftlichen Aufwand für die Behebung des Schadens, der durch Eintritt des ethischen Risikos entsteht.

Ein Beispiel: Der Risikofaktor eines GAUs ist sehr groß, weil der größte anzunehmende Unfall bei einem Kernkraftwerk, tritt er einmal ein, eine ganze Region oder ein ganzes Land unbewohnbar machen kann, von den unmittelbar getöteten Menschen einmal ganz abgesehen.

Ordnet man die Darstellung einer Ethik oder einer erweiterten Ethik der Größe der Wertigkeiten ihrer Regeln nach, erhält man geordnete Darstellungen einer Ethik oder einer erweiterten Ethik.

5 Friedfertige, gerechte und vernünftige Länder

5.1 Friedfertige Länder und starke Regeln

Ein Land und seine Ethik sei vorgegeben. Je kleiner die Wertigkeit der letzten starken Regel in dieser Ethik ist, die im Land noch signifikant häufig befolgt wird, desto „friedfertiger“ sei es.

In der Fiktion eines „friedfertigen Landes“, in dem keine einzige starke Regel mißachtet wird, gibt es z.B. auch nicht die kleinste Gewalttat, keine einzige Abtreibung, keinerlei Unterdrükkung der Meinungsfreiheit, keinen Sexismus oder Rassismus, keinerlei religiöse Intoleranz oder keinen einzigen Diebstahl. Im -fiktiven - friedfertigen Land sind alle starken ethischen Regeln erhalten.

Die Erhaltung der starken Regel „Gewaltfreiheit“ impliziert, daß sowohl Staat und Gesellschaft gegen Bürger, als auch Bürger untereinander oder gegen Staat oder Gesellschaft keine Gewalt ausüben.

Bereits volle Gefängnisse in einem Land widerlegen die Vermutung, es handle sich um ein friedfertiges Land.

Die Friedfertigkeit eines Landes läßt sich durch einen Vektor g beschreiben, wobei die gesellschaftlichen Risikofaktoren in fallender Größe angeordnet werden: $g = \{g(1),...,g(i),...g(m)\}$. $g(1)$ ist der größte vermeidbare Risikofaktor, jedes $g(i)$ kennzeichnet einen vermeidbaren Risikofaktor. Der Zustandsvektor besitzt um so mehr Komponenten $g(i, t)$, je präziser ein Land oder eines seiner sozialen Subsysteme durch vermeidbare Risikofaktoren beschrieben werden soll.

Im allgemeinen wird wegen der tatsächlichen Zusammenhänge zwischen verschiedenen Grundrisiken ein - aufgrund empirischer statistischer Forschungen - geeignet ausgewählter Vektor minimaler Dimensionen für ein zu beschreibendes Land zu einer vorgegebenen Zeit ausreichen, die diesen Grundrisiken zugeordnet sind. Jede zusätzliche Dimension würde die Beschreibung nur unwesentlich verfeinern. Jedem vermeidbaren Risikofaktor, der einem solchen Zustandsvektor minimaler Dimension, einem „Satz von Risikofaktoren“ angehört, ordnen wir eine „starke ethische Grundnorm“ entsprechender Wertigkeit zu.

$P[t, g(i)]$ z.B. möge die - im allgemeinen zeitabhängige – „Besetzungswahrscheinlichkeit“ des Teilzustandes „frei von Totschlag“ sein. Das fiktive „friedfertige Land“ befindet sich im „Grundzustand“; er hat - in linearer Näherung - die Gestalt

$$p°(t) = p°[t, g(1)] * p°[t, g(2)]*...*p°[t, g(m)], \text{ alle } p°[t, g(i)] = 1.$$

5.2 Das gerechte Land

Wenn in einem Land alle Menschen alle starken und schwachen ethischen Regeln einhalten, die Grundrisiken zugeordnet sind, heiße das - fiktive - Land gerecht. Wir sagen dafür auch: In einem gerechten Land sind alle starken und schwachen ethischen Regeln erhalten, die vermeidbaren oder unvermeidbaren ethischen Grundrisiken zugeordnet sind.

Wir suchen in der geordneten Ethik eines Landes die beiden starken und schwachen ethischen Regeln mit den kleinsten Wertigkeiten ihrer Klasse, die noch signifikant erhalten sind. Je kleiner die größere der beiden Wertigkeiten ist, desto gerechter das Land.

Bedenkt man, daß zwischen vermeidbaren und unvermeidbaren gesellschaftlichen Risikofaktoren im allgemeinen Korrelationen bestehen, dürfte in der Praxis schon die Erhaltung aller starken Grundregeln zur Beschreibung eines gerechten Landes ausreichen. Denn wäre ein Land ungerecht, würden sich nach aller Lebenserfahrung Randgruppen das mit Gewalt, Lüge oder Diebstahl zu holen suchen, was ihnen Staat und Gesellschaft insgesamt vorenthalten;

dies müßte insbesondere zu mehr Gewalt zwischen Bürgern und zugleich zu mehr Gewalt zwischen Randgruppen und Staat führen.

Mathematisch läßt sich ein gerechtes Land durch einen geordneten Vektor

$$s = \{g; g'(1), g'(2),..., g'(i'),..., g'(m')\}$$

beschreiben; g'(1) beschreibt den größten unvermeidbaren Risikofaktor. Das gerechte Land ist stets auch friedfertig, das friedfertiges mit hoher Wahrscheinlichkeit auch gerecht; die g(i) sind vermeidbaren, die g'(i') unvermeidbaren Grundrisiken zugeordnet. Vektoren minimaler Dimension, deren Komponenten unvermeidbare Grundrisiken sind, werden wieder Sätze von Risikofaktoren genannt; die jedem Risikofaktor solcher Sätze zugeordnete ethische Regel entsprechender Wertigkeit bezeichnen wir als „schwache ethische Grundnorm“.

Die Größe von Risikofaktoren oder von Wertigkeiten läßt sich nur empirisch ermitteln. Für jedes Land gibt es spezifische geordnete Sätze von Risikofaktoren, die Grundrisiken zugeordnet sind. Die Dimension der Sätze, die Größen der Faktoren und die Wertigkeiten der Grundnormen hängen vom wissenschaftlich-technischen Stand sowie der sozio-ökonomischen Struktur des entsprechenden Landes ab. Die den Risikofaktoren eines Satzes zugeordneten ethischen Grundnormen bilden eine Darstellung der geordneten normativen Ethik eines bestimmten Landes.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit des Grundzustandes eines gerechten Landes ist gleich Eins, genauer

$$p^\circ(t) = p^\circ[t, g(1)] * p^\circ[t, g(2)] * ... * p^\circ[t, g(m)] * p^\circ[t, g'(1)] * ... * p^\circ[t, g'(m')],$$

wobei alle

$$p^\circ[t, g(i)] = 1 \text{ und } p^\circ[t, g'(i)] = 1.$$

Solange keine geeigneten Forschungsprogramme zur Ermittlung der Sätze von Risikofaktoren für friedfertige oder gerechte Länder ermittelt sind, kann man sich dadurch helfen, daß man sich an der Kriminalitätsstatistik. in der Grund- durch entsprechende Rechtsnormen ersetzt werden, an den Belegungszahlen der Strafvollzugsanstalten oder an der Einhaltung der Menschenrechte orientiert.

Jedermann hätte in der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts die mangelnde Friedfertigkeit oder Gerechtigkeit des Hitler- und des Stalin-Regimes klar an der Gewalt gegen eigene Bürgerinnen und Bürger, insbesondere an der Gewalt gegen Juden, gläubige Christen und überzeugte Demokraten, erkennen können.

5.3 Das solidarische Land

Wenn alle überhaupt erkannten starken und schwachen ethischen Regeln ausnahmslos erhalten sind, sprechen wir von einem „solidarischen“ oder einem „sozial gerechten“ Land. Dieses vermeidet - im Rahmen seines wissenschaftlich-technischen Standes - durch die Art seiner Selbstorganisation, die allein durch sein Regelwerk, durch seine Ethik charakterisiert wird, am wirksamsten gesellschaftliche Risiken ganz oder begrenzt diese doch statistisch signifikant. Es räumt damit auf seinem Territorium allen Menschen die zu der entsprechenden Zeit bestmöglichen Lebenschancen ein.

Die soziale Gerechtigkeit eines Landes wird durch einen Zustandsvektor v[g, g', s] beschrieben, wobei g und g' mit den oben genannten Größen zusammenfallen, und der Vektor s =

[s(1),..., s(j),..., s(n)] der den Größen nach geordneten Satz jener unvermeidbaren und zeitabhängigen gesellschaftlichen Risikofaktoren beschreibt, welche nicht paarweisen Interaktionen zugeordnet sind und im allgemeinen nur mit Hilfe der zuständigen Fachwissenschaften gewonnen werden können. Für die Besetzungswahrscheinlichkeiten des Grundzustands des sozial gerechten Landes gilt in linearer Näherung Analoges wie oben.

Auch bei den unvermeidbaren Risikofaktoren, die keinen Grundrisiken zugeordnet sind, sind für jedes Land spezifische minimale „Sätze" zu ermitteln. Jedem Risikofaktor, der zu einem solchen Satz gehört, ordnen wir eine „schwache ethische Norm" als schwache Regel entsprechender Wertigkeit zu.

Jedes sozial gerechte Land ist per Definitionem gerecht und friedfertig. Friedfertige oder gerechte Länder sind mit hoher Wahrscheinlichkeit auch sozial gerecht.

Alle Grundnormen und schwachen Normen zusammen bilden eine Darstellung der erweiterten normativen Ethik des betreffenden Landes. Je verträglicher die Menge der moralischen Normen des Landes, also sein „Moral", mit einer geordneten normativen Darstellung von dessen Ethik oder erweiterten Ethik ist, desto besser begrenzt bereits die Befolgung aller moralischen Normen alle gesellschaftlichen Risiken im fraglichen Land.

Wählt man in der erweiterten und geordneten normativen Ethik eines Landes jeweils die starke Grundnorm, schwache Grundnorm und schwache Norm kleinster Wertigkeit aus, die jeweils gerade noch signifikant häufig erhalten sind, dann beschreibt die Größte dieser drei Wertigkeiten den Grad der sozialen Gerechtigkeit des entsprechenden Landes.

Die hier vorgeschlagene Definition ethischer Normen als feste Spielregeln zur Minimierung ethischer Risiken findet sich zumindest nicht in der philosophischen Literatur [Gethmann, Hoerster, Kambartel, Schrader].

So wie es keine friedfertigen oder gerechten Länder gibt, gibt es auch keine sozial gerechten; ethische Regeln, insbesondere starke und schwache ethische Normen sind nie streng erhalten; lediglich die Häufigkeiten bei deren Verletzung unterscheiden sich in den einzelnen ,indem.

5.4 Das vernünftige oder reformfähige Land

Wenn sich die Risikobilanz bzw. die soziale Gerechtigkeit eines Landes im Laufe der Zeit objektiv verbessert, dann ist es nach der ganz oben eingeführten Definition zusätzlich vernünftig oder reformfähig. Damit läßt sich die nur qualitative Definition der Reformfähigkeit einer Gesellschaft [Bentele] auch quantitativ beschreiben.

Zum Nachweis des Grades der Vernunft oder der Reformfähigkeit müssen die Häufigkeiten, mit denen vorgegebene starke und schwache ethische Normen bestimmter Wertigkeiten in Staat und Gesellschaft verletzt werden, im Verlauf der Zeit gemessen werden; gehen sie zurück, ist das Land vernünftig oder reformfähig, stagnieren oder steigen sie, ist dies nicht der Fall.

6 Ethik als Forschungsprogramm soziale Physik

6.1 Ethik und wissenschaftlicher Fortschritt

Die Evolution der technischen Praxis bildet ein Analogon für die Evolution der gesellschaftlichen Praxis.

Während Physik eine kausale empirische Wissenschaft in mathematischer Sprache ist, ist Ethik eine finale, eine normative empirische Wissenschaft in mathematischer Sprache. Ethik besitzt so eine andere methodische Struktur als Physik.

Um 1600 beschrieb Francis Bacon das „Grundgesetz der Technik": „Scientia et potentia humana in idem coincidunt, quia ignoratio causae destituit effectum" [Bacon 1620].

Forschungsprogramme der Physik als Grundlage der Natur- und Technikwissenschaften werden durch das - apriorische - Kausalprinzip konstituiert. Physik ist dann umfassend und zuverlässig in der technischen Praxis anwendbar, wenn das Kausalprinzip mathematisch präzise formuliert werden kann.

Das physikalische Forschungsprogramm besteht aus einer zeitlichen Folge empirisch gehaltvoller Theorien in mathematischer Sprache. Die jüngere - z.B. die Quantenmechanik - reproduziert mit ihrer präziseren mathematischen Formulierung des Kausalprinzips und ihrer Meßgrößen alle Naturgesetze ihrer Vorgängerin - z.B. der Newtonschen Mechanik - in ihren jeweiligen Anwendungsgrenzen; sie erzeugt zugleich zusätzliche Naturgesetze. Physikalische Erkenntnis wächst so kumulativ und verleiht dadurch der Technik wachsende Macht.

Naturgesetze gelten genau dann als begründet, „wahr", objektiv oder verläßlich, wenn sie erstens durch Beobachtungen wie in Anwendungen der technischen Praxis bestätigt werden, und sie zweitens aus einer bisher nicht falsifizierten physikalischen Theorie ableitbar sind.

Im Forschungsprogramm der Ethik als normative Theorie sich selbst in Raum und Zeit als Land organisierender Gesellschaften wird das Kausalprinzip durch das - apriorische - Finalprinzip der Minimierung ethischer Risiken ersetzt. Normen als feste soziale Spielregeln treten an die Stelle der Naturgesetze.

Aristoteles konstatiert bereits die mangelnde Präzision ethischer Argumente, hält sie jedoch für unausweichlich [Aristoteles 67, S. 56, 57]. Er hat erkannt, daß in der Ethik Situationen existieren, in denen man bestenfalls „das geringste der Übel" [Aristoteles, S. 97] wählen kann.

2000 Jahre später fand Kant, daß in jeder Wissenschaft „im Grunde alles auf den Calcul ankommt" [Vorländer, S. 170]. Seine Vermutung bestätigt sich heute glänzend.

Einen „Calcul" schlägt Bentham zur Begründung von Moral wie Recht vor: die Maximierung des Nutzens - u.a. des Glücks - für möglichst viele Menschen, mit Nutzen als statistischer Meßgröße [Bentham, S. 56-57, S. 79-82]. Mill hat - erstaunlich modern - das Prinzip auf alles Leben ausgedehnt [Mill, S. 21]. Bentham und Mill sehen in der Maximierung des Nutzens oder der Minimierung von Schaden die beiden Seiten einer Medaille. Popper korrigiert die Utilitaristen: Er hält die Minimierung von Schaden, unter dem Menschen leiden, für ungleich wichtiger, als die Vermehrung des Glücks ohnedies Glücklicher [Popper, S. 289-290, 362].

Lange vor Popper hat Marc Aurel die fundamentale ethische Bedeutung von Schaden erkannt und Schaden zugleich definiert: „Was dem Staat nicht schadet, das schadet auch den Bürgern nicht.... Wenn aber der Staat geschädigt wird, muß man dem nicht zürnen, der den Staat schädigt, sondern man muß ihm zeigen, worin sein Fehler liegt." [Marc Aurel, S. 60].

Ethik besteht somit aus einer zeitlichen Folge empirisch gehaltvoller statistischer und zugleich - wegen des Konstitutionsprinzips der Risikominimierung - finalnormativer Theorien. Die jüngere reproduziert mit ihrer präziseren statistischen Formulierung des Prinzips der Minimierung ethischer Risiken und der umfassenderen Erklärung, Messung oder Berechnung ethischer Risiken die ethischen Spielregeln und damit die ethischen Normen der älteren - hier der utilitaristischen - Theorie (genauer: der regelutilitaristischen Theorie). Sie erlaubt, neue Darstellungen erweiterter geordneter normativer Ethiken sowie Lösungen zur wirksamen Eindämmung von Normenkonflikten abzuleiten. Ethische Erkenntnis wächst kumulativ und liefert der gesellschaftlichen Praxis ethische Normen als Spielregeln zur zuverlässigen Begrenzung ethischer Risiken.

Ethische Normen gelten genau dann als begründet, richtig, objektiv oder verläßlich, wenn sie sich erstens in der gesamten gesellschaftlichen Praxis bei der Begrenzung von ethischen Risiken - laut Beobachtung - bewähren und zweitens als lineare Minimierungsbedingungen ethischer Risiken innerhalb des Anwendungsbereichs einer nicht falsifizierten empirisch gehaltvollen ethischen Theorie ableitbar sind.

Die Bezeichnung von Ethik als „sozialer Physik" [J.S. Mill] ist sinnvoll, weil Ethik die Grundlage aller Wissenschaften der Gesellschaft ist genau wie Physik Basis der Natur- und Ingenieurwissenschaften ist.

6.2 Ethik und Verantwortung

Wer stets moralischen Normen gehorcht, auch wenn er nicht mit einer sozialen Kontrolle rechnen muß, gilt in seiner Kultur als anständig, „tugendhaft" oder „gut" und genießt das unbeschränkte Vertrauen seiner Umgebung.

Auch gute Menschen können in „normative Dilemmata" geraten. Normenkonflikte spielen in der Ethik eine ähnliche Rolle wie Antinomien in der Logik.

Wegen normativer Dilemmata in der Politik suchte bereits M. Weber die „Gesinnungsethik" durch eine „Verantwortungsethik" [Weber 71] abzulösen, welche die Bewertung möglicher politischer Konsequenzen miteinbezieht.

Verantwortung [Lenk, S. 61] tragen Personen oder Gruppen, die einen Handlungsspielraum besitzen, für ethische Risiken

- denen Menschen oder andere Lebewesen unterworfen sind
- vor einer Instanz, etwa betroffenen Menschen oder Gerichten
- für die moralische oder rechtliche Bewertung ihres Verhaltens.

Seit Mill wissen wir, daß mindestens die moralische Verantwortung alle die ethischen Risiken miteinschließt, von denen der „Frieden mit der Natur" [Meyer-Abich] abhängt.

Im „Prinzip Verantwortung" schlägt H. Jonas eine umfassende „Ethik für die technologische Zivilisation" [Jonas 79] vor. Seine zahlreichen qualitativen Beispiele vermögen eine in die Praxis umsetzbare, eine einheitliche operationalisierbare Theorie von Moral oder Politik nicht zu ersetzen. Nur empirisch gehaltvolle Kalküle können - nach all unserer Erfahrung - die Richtigkeit und Anwendbarkeit ethischer Normen für die gesellschaftliche Praxis so zuverlässig begründen wie die Richtigkeit und Anwendbarkeit physikalischer Gesetze für die technische.

Ohne in der gesamten gesellschaftlichen Praxis objektiv geltende ethische Normen gibt es keine zuverlässige Bewertung gesellschaftlicher Verantwortung.

Umgekehrt besteht die einzige Möglichkeit, die Autonomie von Individuen empirisch mit hoher Wahrscheinlichkeit nachzuweisen, darin, daß diese bisher stets verantwortungsvoll gehandelt haben. Dieser statistische Nachweis versagt aber naturgemäß in Einzelfällen. Damit ist eine - moralische oder strafrechtliche - Schuldzumessung im Einzelfall unmöglich. Nur eine Zuweisung von Verantwortung, die ursächlich für Risiken ist, ist möglich (Abschnitt 8).

Eine „subjektive oder skeptische Ethik“ [Mackie, S. 14] oder eine „Diskursethik“ [Vossenkuhl] ist so sinnlos wie eine entsprechende Physik.

Tat wie Folgen gilt es gleichermaßen zu bewerten; Folgenabschätzungen allein reichen nicht aus [Nida-Rümelin 95].

Ohne Existenz ethischer Normen oder physikalischer Gesetze gäbe es keine vertrauenswürdige soziale wie technische Praxis.

6.3 Statistische Mikroethik

Ethik als empirisch gehaltvolle Theorie der risikobegrenzenden Selbstorganisation von Gesellschaften im Raum und Zeit besitzt zwei Komponenten: die präskriptive statistische Mikroethik und die deskriptive statistische Makroethik.

Die statistische Mikroethik ermittelt geordnete normative Darstellungen von Ethiken wie erweiterten Ethiken.

Zwischen Mikroethik und Mikroökonomik [Leininger] könnte es Parallelen geben: Die Mikroethik schreibt normatives Verhalten vor, das zur Minimierung ethischer Risiken in allen Gemeinwesen und damit für eine rationale Optimierung der allgemeinsten kollektiven Interessen notwendig ist. Die Mikroökonomik beschreibt das Entscheidungsverhalten von Produzenten und Konsumenten, das der rationalen Optimierung individueller Interessen dient. Vermutlich können in beiden Fällen ähnliche mathematische Verfahren genutzt werden.

Darstellungen von Ethiken lassen sich vergröbern oder - je nach der spezifischen Fragestellung - durch Berücksichtigung von Wertigkeiten ordnen und zusätzlich auch verfeinern; vergröberte Darstellungen umfassen weniger, verfeinerte mehr ethische Normen.

Familien zusammengehöriger bewerteter ethischer Normen kann man „sittlichen Werten“, z.B. Wahrhaftigkeit („Wisse was du sagst!“), soziale Gerechtigkeit („Hilf den Schwächeren!“) oder Friedfertigkeit („Meide Gewalt!“) zuordnen, die Menschen anstreben. Es läßt sich so eine „Hierarchie sittlicher Werte" mit den jeweils zugehörigen Normen finden; die Hierarchie hängt vom wissenschaftlich-technischen Stand eines Gemeinwesens ab. Werte haben gewöhnlich die Funktion individueller oder kollektiver Zielgrößen.

Alle Normen gehorchen einer spezifischen Logik, der „deontischen Logik“ [Wright 94].

Beispiele für schwache Grundnormen: sich nicht scheiden zu lassen, nicht als „Single“, nicht in bewußt kinderlosen und nicht in homosexuellen Partnerschaften zu leben.

Beispiele schwacher Normen:
Erstens: Wenn Bürger FCKW-freie Sprays benutzen, wird das Risiko des Ozonlochs kleiner, aber nicht völlig verschwinden.
Zweitens: Je häufiger Transportvorgänge „dematerialisiert“ werden - etwa durch Einsatz von Informatik-Systemen -, desto größer der Beitrag zur Vermeidung des Treibhauseffekts.

Drittens: Naturwissenschaftler, Ärzte oder Ingenieure müssen all ihre Kräfte aufwenden, ihr „Know-how" der wissenschaftlich-technischen Entwicklung anzupassen; nur so können sie ihren individuellen Beitrag zur Stabilisierung ihres Landes optimieren.

Dem Werk „Eine Theorie der Gerechtigkeit" von John Rawls [Rawls 79] schrieb die „Süddeutsche Zeitung" den Charakter einer „Weltmacht" [SZ 94] zu. Die Rawlssche Theorie hat gewisse Gemeinsamkeiten mit dem skizzierten Ethik-Forschungsprogramm, das „Eine Theorie der Lebenschancen" heißen könnte: Ohne jedes von Menschen verursachte Risiko zu leben hieße, relativ optimale Lebenschancen [Dahrendorf 79] zu besitzen. Rawls läßt mündige Bürger Normen durch einen rationalen Diskurs unter dem „Schleier der Ungewißheit" evaluieren. Der Evaluierungsprozeß steht unter dem obersten Prinzip „Gerechtigkeit als Fairneß": Genau die Normen gelten, die im Diskurs als fair angenommen werden. Das Prinzip Fairneß läßt keine metrische Interpretation zu, Normen werden bei Rawls durch - idealisierte - Diskurse, nicht aber durch Zuordnung zu exakt bestimmbaren Risiken ermittelt. Normenkonflikte spricht Rawls nicht explizit an.

6.4 Statistische Makroethik

Die statistische Makroethik ist - Wie die Makroökonomik [Homburg] eine deskriptive, keine präskriptive Theorie. Sie beschreibt durch - im allgemeinen relativ wenige - Zustände, Besetzungs- und Übergangswahrscheinlichkeiten, insbesondere die Friedfertigkeit, Gerechtigkeit und die Vernunft bzw. Reformfähigkeit von Ländern.

In keinem Land sind Normen streng erhalten, signifikant häufig allerdings in einigen seiner Untersysteme, sogenannten „vertrauenswürdigen Instanzen".

Wir beschreiben allgemein den makroethischen Zustand eines Landes durch einen Vektor, eine geordnete minimale Menge starker und schwacher Risikofaktoren, beginnend jeweils mit den größten Risikofaktoren. Diesen Vektor minimaler Dimension bezeichnen wir als einen Satz von Zustandsparametern. Aus Gründen, die unten verständlich werden, bezeichnen wir Zustandsparameter, deren zugeordnete ethische Normen im Land selbst - oder seinen Untersystemen - streng erhalten sind, als „freie Zustandsparameter", alle übrigen als „gebundene Zustandsparameter".

Ein beliebiger Zustand z hat also die Gestalt $z = [z(s), z'(s')]$, wobei s über alle „starken" und s' über alle „schwachen" freien wie gebundenen Zustandsparameter variiert.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit eines vom Grundzustand verschiedenen „Risikozustands" l verschieden von Null hat die Gestalt:

$$p(l, t) = p[l, t, z(l)] * p[l, t, z(2)] * \ldots * p[l, t, z'(n')].$$

Dabei liegen die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Einzelzustände $p[l, t, z(i)]$ und $p(l, t, z'(i')]$ im allgemeinen zwischen Null und Eins.

In statistischer Terminologie ist also jedes Land umso sozial gerechter, je mehr freie Zustandsparameter - die Zählung beginnt mit den Parametern höchster Wertigkeit - existieren.

Man kann den Grad der sozialen Gerechtigkeit, der Gerechtigkeit oder der Friedfertigkeit eines Landes oder eines seiner sozialen Untersysteme makroethisch durch eine einzige Meßgröße, die Wertigkeit des entsprechenden kleinsten noch freien Zustandsparameters, beschreiben.

Der Grad der sozialen Gerechtigkeit zweier Länder A und B gleichen wissenschaftlich-technischen Standes läßt sich noch anders vergleichen: Wenn Normen gleicher Wertigkeit in mehreren Verfeinerungen in vergleichbaren

sozialen Gruppen, die keine Leistungsträger sind - etwa Kindern, Jugendlichen, Kranken, Arbeitslosen, Pensionären, Asylanten - in A im Zeitverlauf häufiger erhalten sind als in B, ist A gerechter als B; in A ist dann auch die Menschenwürde besser gewahrt als in B.

Bürgergesellschaften [Dahrendorf 92] oder liberale Gesellschaften [Rawls 92] gehören nur dann zu den sozial gerechteren, wenn sowohl Gewalt unter Bürgern als auch zwischen Bürger und Staat - bei lindern vergleichbaren wissenschaftlich-technischen Standes - selbst bei verfeinerten Darstellungen starker Normen statistisch signifikant selten auftritt. Todesstrafen, lebenslängliche Haftstrafen oder überfüllte Gefängnisse deuten auf geringe soziale Gerechtigkeit hin.

Sind alle starken und schwachen ethischen Normen erhalten, dann befindet sich das Land in seinem Grundzustand p[0, t]; alle z(i) und z'(i') sind ausnahmslos freie Zustandsparameter und alle p[0, t, z(i)] und alle p(0, t, z'(i')] gleich Eins.

Wenn z.B. als einzige Störung der sozialen Ordnung Diebstähle vorkommen, dann wird die Besetzungswahrscheinlichkeit des Gesamtzustands in linearer Näherung durch ein Produkt von Einzelwahrscheinlichkeiten beschrieben, bei dem nur die Besetzungswahrscheinlichkeit des durch den gebundenen Zustandsparameter „Diebstahl" beschrieben Einzelzustandes zwischen Null und Eins liegt, alle übrigen Besetzungswahrscheinlichkeiten sind jeweils dem Grundzustand zugeordnet und sind Eins (starker Zustandsparameter) oder in einer Umgebung des Wertes Eins (schwacher Zustandsparameter).

Der sozial gerechte Grundzustand eine jeden Landes ist so wenig erreichbar wie der absolute Nullpunkt der Temperatur. In ihm verschwinden alle Übergangswahrscheinlichkeiten aus dem Grundzustand in alle vermeidbaren Risikozustände, in die unvermeidbaren Zustände sind sie nur wenig größer als Null. Im nur gerechten Grundzustand verschwinden fast alle Übergangswahrscheinlichkeiten aus dem Grundzustand in jeden Zustand, der einem Zustandsparameter zugeordnet ist, der zur Familie der Grundnormen gehört.

Genau genommen verschwinden auch in einem sozial gerechten Land selbst bei Erhaltung aller bekannten ethischen Normen nicht alle Übergangswahrscheinlichkeiten in Risikozustände, weil durch Unkenntnis oder Mangel an Ressourcen nicht alle möglichen ethischen Risikofaktoren signifikant begrenzt werden können.

Die Erhaltung einer starken ethischen Norm kann auch dadurch ausgedrückt werden, daß die Übergangswahrscheinlichkeit vom Grund- in einen zugeordneten Risikozustand verschwindet, die Erhaltung einer schwachen ethischen Norm dadurch, daß die Übergangswahrscheinlichkeit vom Grund- in einen zugeordneten Risikozustand nur wenig über Null liegt; dies gilt in linearer Näherung.

Ermittelt man die Übergangswahrscheinlichkeiten heute und mißt sie in drei Jahren wieder, dann ist ein Land genau dann vernünftig oder reformfähig, wenn in drei Jahren mehr Übergangswahrscheinlichkeiten vom Grundzustand in Risikozustände mit gebundenen hohen und höchsten Zustandsparametern unter einer vorgegebenen kleinen Schranke nahe Null liegen als heute.

Die hier skizzierten Zusammenhänge kann man durch spieltheoretische Modelle oder auch durch Computermodelle beschreiben, wenn bewertete Normen bzw. zugehörige Zustandsparameter sowie Besetzungs- und Übergangswahrscheinlichkeiten aufgrund geeigneter statistischer Erhebungen bekannt sind.

Im Unterschied zu bisher bekannten Computermodellen sind die Zustände existierender Länder sowie ihrer sozialen Untersysteme im Rahmen des hier vorgeschlagenen empirischen For-

schungsprogramms willkürfrei definiert. Denn entweder handelt es sich um Risikofaktoren, die durch paarweise Interaktionen, die in allen Lindern gleich sind, beschrieben werden, oder um solche, die durch fachwissenschaftliche Forschungsergebnisse zuverlässig gestützt sind.

7 Nichtlineare Ethik: Normenkonflikte

7.1 Freie und gebundene Risikoparameter

Wo auch nur eine einzige ethische starke Norm nicht eingehalten wird oder eingehalten werden kann, entstehen Normenkonflikte.

Normenkonflikte zwingen den unmittelbar Beteiligten wie der sozialen Umgebung Reaktionen auf, in denen sich nicht mehr alle involvierten Normen gleichzeitig befolgen lassen.

Sobald ein Normenkonflikt entstanden ist, gibt es zwei Klassen von Risikoparametern: freie und gebundene. Normen, die gebundenen Parametern zugeordnet sind, können von Eingreifenden zur Risikominimierung nicht mehr befolgt werden.

Nur im Grundzustand sind alle Risikoparameter frei. Er kennzeichnet das - fiktive - relativ sozial gerechte Land, dessen Bürgerinnen und Bürgern alle ethisch begründeten Spielregeln auch ohne soziale Kontrolle befolgen.

In Risikozuständen ersetzen gebundene Risikoparameter freie: Je mehr gebundene Risikoparameter in einem Land oder einem seiner Subsysteme, desto wahrscheinlicher chaotische Entartungen wie ökonomische, soziale, oder ökologische Krisen, Bürgerkriege oder Kriege.

7.2 Zur Lösung von Normenkonflikten

Jeder Normenkonflikt aktiviert Koppelungen zwischen ethischen Risiken. Zur Risikobegrenzung muß der Grad der Gerechtigkeit der sozialen Umgebung der Störung miteinbezogen werden.

Im totalitären Staat steht Aufrichtigkeit gegenüber der Polizei wirksamer Risikobegrenzung meist entgegen.

Wegen Rückkoppelungen zwischen Risiken und zwischen der Störung und ihrer sozialen Umgebung ist jede Lösungstheorie für Normenkonflikte notwendig „nichtlinear“.

Wie oben bereits kurz erwähnt, entstehen Normenkonflikte auch durch Ressourcenmangel, so durch Hunger, Armut, Krankheit, mangelnde Bildung, durch Energiemangel, Innovationsschwäche oder Mangel an Arbeitsplätzen.
Ein aktuelles Beispiel für eine Mangelsituation bietet die moderne Transplantationsmedizin: Es gibt mehr Empfänger als Spender von Organen. Auch solche Konflikte können gelöst werden, wenn die Wertigkeiten der involvierten schwachen Normen bekannt sind.

Das universelle Handlungsprinzip „Duldung und Einmischung“ blendet aus der Klasse aller möglichen stets die richtigen Handlungen aus:

Minimiere die Wertigkeit des größten noch gebundenen Risikoparameters in allen deinen Verantwortungsbereichen!

Je größer die Wertigkeiten von Normen, über deren Einhaltung Personen oder Gruppen entscheiden, desto größer ihre Verantwortung. Je höher die Verantwortung, desto höher insbesondere Zahl und Schwere der Normenkonflikte, die sie durch angemessene Einmischung zu lösen haben.

Einmischungen muß man sich als „chirurgische Eingriffe" vorstellen: Um das Leben eines Patienten (höchste Norm) zu retten, muß gesundes, aber nicht lebensnotwendiges Gewebe (niederwertigere Normen) geopfert werden.

Bei Interaktionen zwischen System A und B, bei denen B zuerst normenwidrig handelt, erfordert die Begrenzung ethischer Risiken, Wertigkeiten vergleichbarer Normen, die B schützen, gegenüber den Wertigkeiten entsprechender Normen, die A schützen, abzusenken.

Mit Hilfe dieser Bedingung lassen sich selbst normative Dilemmata lösen, in denen Leben gegen Leben steht, es also um ethische Normen unendlicher Wertigkeit geht.

Bei zwei Bürgerkriegsparteien muß diejenige durch „Einmischung" von außen in die Schranken gewiesen werden, die ethische Normen höchster Wertigkeit zuerst verletzt hat; somit ist klar entscheidbar, wann Interventionen - wie im ehemaligen Jugoslawien - verantwortet werden können.

Wieder anders liegt der Fall, wenn infolge einer Notsituation Leben gegen Leben steht, etwa das einer Mutter gegen das ihres noch ungeborenen Kindes. Hier kann nicht die Wertigkeit der Normen, die das Ungeborene schützen, automatisch gegen die Wertigkeit der Normen, die die Mutter vor Schaden bewahren sollen, herabgesetzt werden. Hier müssen vielmehr alle involvierten Normen für beide ermittelt und alsdann einzelnen bewertet Werden. Ähnlich liegt der Fall bei zwei Transplantationspatienten, von denen nur einer gerettet werden kann, und deren beider Leben zunächst gleiches Lebensrecht haben.

Der „kategorische Imperativ": „Handle nur nach derjenigen Maxime, durch die du zugleich wollen kannst, daß sie ein allgemeines Gesetz werde" [Kant, S. 140] kann nur bei Abwesenheit von Normenkonflikten ethische Risiken wirksam begrenzen. Die Ethik Kants mit ihrer universalistischen Moral versagt umso mehr, je tiefer Normenkonflikte einen Staat spalten.

8 Ausblick: Autonomie und Strafrecht

Die neue Ethik kann erst dann in Recht, Politik Wirtschaft oder Technik angewendet werden, wenn für jede Kultur bzw. jedes Land laufend geordnete Darstellungen erweiterter Ethiken sowie Wertigkeiten der in Normenkonflikte verwickelten Normen ermittelt werden. Ohne Ethik-Forschungsprogramme keine zuverlässige Begründung sozialer Normen und keine Lösung von Normenkonflikten.

Die wohl wichtigste Anwendung der neuen Ethiktheorien betrifft das Strafrecht. Die bestmögliche Wiedergutmachung ersetzt Strafe als Sühne. Kein Toter wird lebendig, wenn der Totschläger lebenslang einsitzt. Wenn der Täter dagegen in seiner beruflichen Arbeit angemessen dazu beiträgt, einen Fond zur Versorgung der Angehörigen gewaltsam Getöteter zu unterstützen, haben die noch lebenden Opfer der Untaten mehr davon als von jeder Haftstrafe. In allen anderen Fällen liegt Wiedergutmachung ohnedies näher als eine konventionelle Strafe.

Wer zur Wiedergutmachung unfähig ist, verliert seine bürgerlichen Rechte. Wenn die Gesellschaft anders nicht wirksam zu schützen ist, kommt er in Sicherheitsverwahrung.

Keine Schuld ohne Autonomie des Angeklagten zur Tatzeit. Dieser Nachweis ist nicht mit der notwendigen Sicherheit zu erbringen. Rechtliche Verantwortung im Sinne der Verursachung dagegen ist empirisch auch nachträglich nachweisbar. Ein Gerichtsurteil auf Schuld zu gründen, ist deshalb unzulässig: Das „Strafrecht" muß neu geschrieben werden.

9 Zusammenfassung

Die spieltheoretische Betrachtung der Ethik ermöglicht eine neue Ausrichtung und Sinngebung ethischer Normen, die durch das Schwinden von religiösen Normen notwendig wurde und durch neue aus Technik und Wissenschaft herrührende Handlungsmöglichkeiten immer wieder gefordert wird. Dabei wird der traditionelle Schwachpunkt der Sozialwissenschaften überwunden, eine „schwache", da nicht objektivierbare Wissenschaft zu sein.

Der mathematisch berechenbare Wert der „Vernunft" eines Landes gibt an in welchem Maß ein Land ethische Risiken minimiert. Er wird die Zielfunktion einer Ethik. Ein solidarisches Land kann definiert werden als ein Land, in dem alle überhaupt erkannten ethischen Risiken ausgeschlossen sind. Ein reformfähiges Land versucht, sich diesem abstrakten Ideal anzunähern. Durch ethische Forschung wird ein Land ein solch reformfähiges Land. Diese ethische Forschung wird sich dann letztendlich in einem Fortschritt der Rechtsnormen niederschlagen, die eine Trennlinie zwischen ethisch korrektem und verwerflichem Handeln ziehen sollen, dem Strafrecht.

10 Literatur

Aristoteles: *Die Nikomachische Ethik.* Zürich 1967.

Aristoteles: *Philosophische Schriften.* Band 1-6, Hamburg 1995.

Bacon, F.: *Novum Organum.* 1,3, London 1620.

Beck, U.: *Risikogesellschaft - Auf dem Weg in eine andere Moderne.* Frankfurt 1996.

Bentele K.; Reissert B.; Schettkat, R. (Hg.): *Die Reformfähigkeit von Industriegesellschaften.* Frankfurt 1995.

Bentham, J.: *Eine Einführung in die Prinzipien der Moral und der Gesetzgebung; Einführung in die utilitaristische Ethik.* O. Höffe {Hg.), Tübingen 1992.

Dahrendorf, R.: *Lebenschancen.* Frankfurt 1979.

Dahrendorf, R.: *Der moderne soziale Konflikt.* Stuttgart 1992.

Engelhardt, K; Lehmann, K.: *Für eine Zukunft in Solidarität und Gerechtigkeit.* Hannover 1997.

Frankena, W.K.: *Analytische Ethik.* München 1994.

Gethmann, C.F.: *Norm; Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie.* J. Mittelstraß (Hg.), Mannheim 1984.

Hoerster, N.: *Norm; Handlexikon zur Wissenschaftstheorie.* G. Radnitzky, H. Seiffert (Hg.), München 1989.

Homburg, S.: *Makroökonomik; Handbuch der Volkswirtschaftslehre I.* J. von Hagen, A. Börsch-Supan, P.J.J. Welffens(Hg.), Berlin 1996.

Kambartel, F.: *Norm; Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie.* loc. cit.

Kant, I.: *Kritik der Praktischen Vernunft, Analytik, § 7. Grundgesetz der reinen praktischen Vernunft; Werke.* Darmstadt 1983.

Leininger, W.: *Mikroökonomik; Handbuch der Volkswirtschaftslehre.* loc. cit.

Lenk, H.: *Zu einer praxisnahen Ethik der Verantwortung in den Wissenschaften.* Wissenschaft und Ethik, H. Lenk (Hg.), Stuttgart 1991.

Mackie, J. L.: *Ethik - Auf der Suche nach dem Richtigen und Falschen.* Stuttgart 1981.

Marc Aurel: *Selbstbetrachtungen.* Stuttgart 1973.

Meyer-Abich, K.-M.: *Wege zum Frieden mit der Natur.* München 1984.

Mill, J. S.: *Der Utilitarismus.* Stuttgart 1985.

Mill, J. S.: *Gesammelte Werke.* T. Gomperz (Hg.), Buch IV, Aalen 1968.

Patzig, G.: *Tatsachen, Normen, Sätze.* Stuttgart 1980.

Patzig, G.: *Ethik ohne Metaphysik.* Göttingen 1983.

Platon: *Sinnliche Werke.* Band 1, Heidelberg 1982.

Popper, K: *Die offene Gesellschaft und ihre Feinde.* Tübingen, 1992.

Rampacher, H.: *Ethik und Verantwortung in der Informatik.* IBM-Nachrichten Nr.282, April 1986.

Rampacher, H.: *Ethisch-gesellschaftliche Randbedingungen von Informatik-Innovationen.* In: H. Lenk, H. Poser (Hg.): Neue Realitäten - Herausforderungen der Philosophie, XVI. Deutscher Kongreß für Philosophie, Sektionsbeiträge I, S. 114, Berlin 1993.

Rampacher, H.: *Normen und Normenkonflikte.* In: C. Hubig, H. Poser (Hg.): Cognitio humana - Dynamik des Wissens und der Werte, XVII. Deutscher Kongreß für Philosophie, Workshop-Beiträge, Band 2, S.1627, Leipzig 1996.

Rawls, J.: *Eine Theorie der Gerechtigkeit.* Frankfurt 1979.

Rawls, J.: *Die Idee des politischen Liberalismus.* Frankfurt 1992.

Schrader, W. H.: *Norm II. Ethik.* In: J. Ritter, K. Gründer: Historisches Wörterbuch der Philosophie, Band 6, S.910, Basel 1984.

Süddeutsche Zeitung Nr.43 vom 22. Februar 1994.

Vorländer, K: *Immanuel Kant - Der Mann und das Werk.* S.170; Hamburg 1992.

Vossenkuhl, W: *Diskursethik.* In: O. Höffe (Hg.): Lexikon der Ethik. München 1992.

Weber, M.: *Politik als Beruf.* In J. Winkelmann (Hg.): M. Weber, Gesammelte Politische Schriften. Tübingen 1971.

Wright, G.H. von: *Normen, Werte und Handlungen.* Frankfurt 1994.

ZEITPunkte, Nr.1/1996.

Klaus Rinderle
Feilmeier, Junker und Co.
Institut für Wirtschafts- und Versicherungsmathematik
München

Varianten eines mehrstufigen Inspektionsspieles

Protokoll von

Carsten Bröker
Markus Eckl
Andreas Schmidt

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 16. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

Ein Inspektionsspiel ist ein mathematisches Modell für die folgende Konfliktsituation: Eine Person, eine Organisation oder ein Staat, im folgenden Inspizierter genannt, verpflichtet sich, im Rahmen eines Vertrages oder Abkommens bestimmte Regeln einzuhalten. Eine andere Person oder eine Behörde, im folgenden Inspektor genannt, ist damit beauftragt, mit Hilfe von im Vertrag oder Abkommen festgelegten Überwachungsmaßnahmen die Einhaltung dieser Regeln seitens des Inspizierten zu kontrollieren, und, falls die Regeln nicht eingehalten werden, diesen Verstoß so sicher und so schnell wie möglich zu entdecken.

Entsprechend dieser Vorstellung handelt es sich bei einem Inspektionsspiel um nichtkooperative Zwei-Personen-Spiele, i.a. um Nicht-Nullsummen-Spiele. Zwar sind die Interessen der beiden Spieler im Falle des illegalen Verhaltens des Inspizierten in dem Sinne entgegengesetzt, daß der Inspizierte diese illegale Aktion so durchführen will, daß sie nicht entdeckt wird, der Inspektor dagegen seine Überwachungsmaßnahmen so organisiert, daß er die illegale Aktion mit größtmöglicher Sicherheit entdeckt. Die Auszahlungen spiegeln dies jedoch nicht wider: Wenn man das legale Verhalten des Inspizierten als höchstes Ziel des Inspektors ansieht und in diesem Falle die Auszahlungen (in Nutzeneinheiten nach v. Neumann und Morgenstern (1963)) auf null setzt, dann sind die Auszahlungen an beide Spieler bei entdecktem illegalem Verhalten negativ, d.h. also nicht entgegengesetzt.

Es ist auch vorstellbar, daß ein Inspektor mehr als einen Inspizierten zu überwachen hat, wobei die verschiedenen Inspizierten unabhängig voneinander handeln. Solche Mehr-Personen-Inspektionsspiele sollen hier nicht weiter betrachtet werden.

Abhängig von der Art der Überwachungsmaßnahmen kann es zu ungerechtfertigten Anschuldigungen illegalen Verhaltens, d.h. zu sogenannten Fehlalarmen kommen. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn die Überwachung die Messung stetiger Variablen einschließt (*variable sampling*, im Gegensatz zum *attribute sampling*, bei dem dies nicht der Fall ist), und statistische Testverfahren für die Entscheidung des Inspektors herangezogen werden müssen. Da beide Seiten, Inspektor und Inspizierter, an der Vermeidung solcher Fehlalarme interessiert sein müssen, ist an dieser Stelle einmal mehr die Nullsummenannahme ausgeschlossen.

Inspektionsspiele lassen sich nicht auf eine bestimmte Klasse von nichtkooperativen Zwei-Personen-Spielen festlegen, zu unterschiedlich sind die Anwendungen, die anschließend diskutiert werden. Es gibt Spiele mit endlichen und solche mit überabzählbar vielen reinen Strategien eines der beiden oder beider Spieler, zeitunabhängige und zeitabhängige Spiele, bei letzteren rekursive und nicht-rekursive Spiele und vieles mehr. Im folgenden werden zeitabhängige, rekursive Spiele ohne und mit Fehlalarm-Möglichkeiten behandelt.

Ein spezieller Zug von Inspektionsspielen bedarf jedoch schon an dieser Stelle besonderer Erwähnung: Der Inspektor hat die Möglichkeit, seine von ihm zu wählende Strategie im sogenannten Führerschafts-Spiel dem Inspizierten glaubhaft anzukündigen, während dies umgekehrt nicht der Fall ist: Würde der Inspizierte sein legales Verhalten glaubhaft ankündigen können, so wäre vermutlich jede Kontrolle und das ganze Spiel überflüssig; vor allem kann er illegales Verhalten nicht ankündigen, da dies ja offener Vertragsbruch wäre. Es hat sich in früheren Analysen zeitunabhängiger Spiele schon gezeigt, daß diese Ankündigung die Auszahlung an den Inspektor nicht verschlechtert, i.a. sogar verbessert. Darüber hinaus ist in vielen Fällen, in denen beim Nicht-Führerschafts-Spiel (dem sogenannten simultanen Spiel) der Inspizierte sich mit positiver Wahrscheinlichkeit illegal verhalten wird, beim Führerschafts-Spiel das legale Verhalten des Inspizierten seine einzige Gleichgewichtsstrategie. Ein zentra-

ler Gegenstand der ist daher die Untersuchung, inwieweit diese Sachverhalte auch für zeitabhängige Spiele gelten.

Damit ist auch schon das spieltheoretische Lösungskonzept angesprochen: Hier wird das Gleichgewicht von Nash (1951) zugrundegelegt, das besagt, daß ein einseitiges Abweichen eines der beiden Spieler demselben keinen Vorteil bringt. Es wird sich zeigen, daß dieses Konzept trotz der Tatsache, daß es ein Gleichgewicht nicht eindeutig festlegt, für die im folgenden zu behandelnden Problemstellungen angemessen ist.

2 Allgemeines sequentielles Inspektionsspiel ohne Fehler 1. und 2. Art

In dem nachfolgenden Beispiel wird eine Variante eines Inspektionsspiels mit n Stufen und k Kontrollen betrachtet. Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Zeit ist diskret und in n Stufen aufgeteilt.
- Die überwachende Behörde (Inspektor I) führt stichprobenartig $k \leq n$ Kontrollen durch.
- Der zu Überwachende (Inspizierter O) hat höchstens eine vertragsverletzende (d.h. illegale) Aktion zur Verfügung und auch einen Anreiz für diese Strategie.

Auf jeder der n Stufen kann der Inspektor kontrollieren, sofern er noch mindestens eine seiner insgesamt k Kontrollen zur Verfügung hat. Der Inspizierte kann sich legal oder illegal verhalten, letzteres jedoch höchstens einmal auf allen n Stufen. In diesem sequentiellen Spiel weiß der Inspizierte zu jedem Zeitpunkt, wieviel Kontrollen der Inspektor noch nicht eingesetzt hat. Dabei gibt es zwei Abbruchfälle: Sind die Kontrollen des Inspektors frühzeitig aufgebraucht, verhält sich der Inspizierte zu irgendeinem Zeitpunkt, etwa sofort, ungestraft illegal. Stehen dem Inspektor im Laufe des Spieles jedoch noch so viele Kontrollen zur Verfügung, wie Stufen übrig sind, so verhält sich der Inspizierte auf den restlichen Stufen nur legal. Eine illegale Aktion wird genau dann entdeckt, wenn auf dieser Stufe eine Kontrolle stattfindet. Nach einer illegalen Aktion ist das Spiel auf jeden Fall, entweder mit den Auszahlungen -a bzw. -b für eine Entdeckung, oder mit den Auszahlungen -c bzw. +d für eine erfolgreiche Entwendung, beendet.

In Abbildung 1 sind extensive Formen für das Spiel mit $n = 2$ und $k = 1$ grafisch dargestellt:

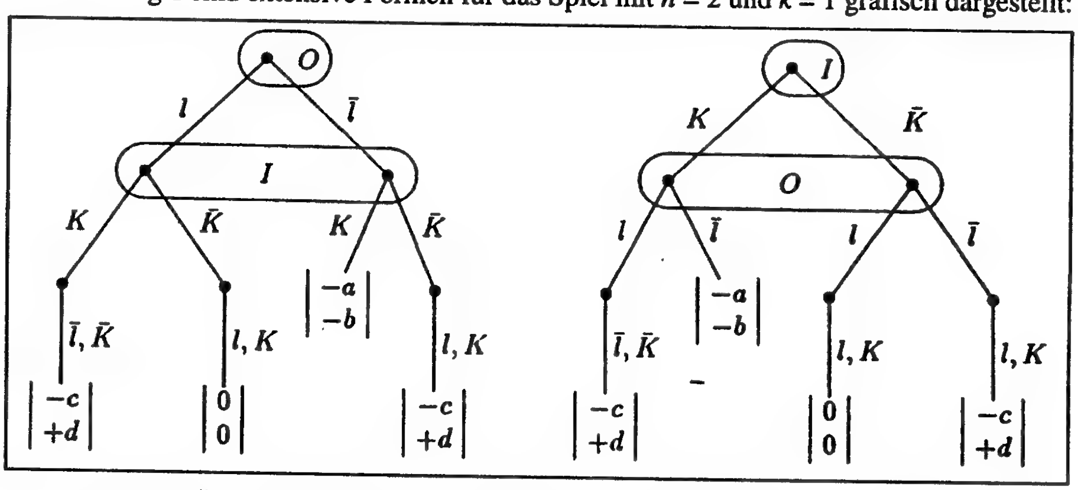


Abbildung 1: Äquivalente Formen des zweistufigen Inspektionsspiels mit einer Kontrolle.

Für die Auszahlungen gilt entsprechend dem bisher Gesagten $0 < a < c$, $0 < b$ und $0 < d$.

Beide in Abbildung 1 aufgeführten extensiven Formen liefern die gleiche, in Abbildung 2 dargestellte Normalform:

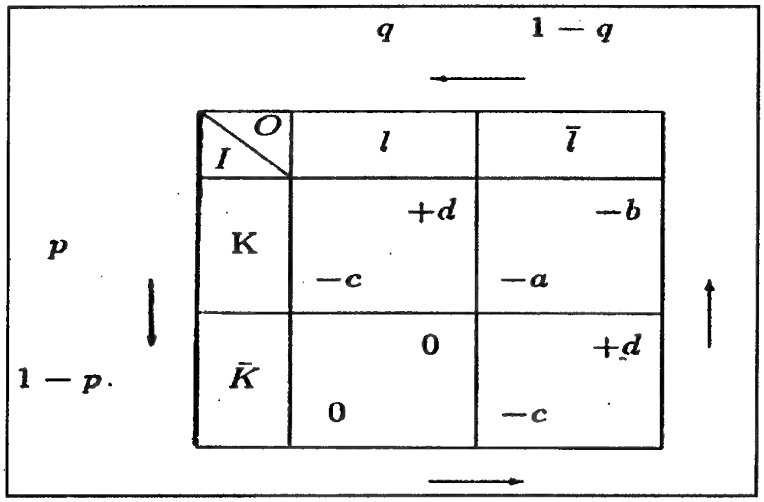


Abbildung 2: Normalform des extensiven Spieles aus Abbildung 1.

Varianten dieses Spiels sind

- das simultane Spiel; beide Spieler wählen ihre Strategie unabhängig und ohne Kenntnis der gegnerischen Strategie, und
- das Führerschafts-Spiel; der Inspektor kündigt seine Strategie in glaubhafter Weise an, d.h. er hält sich dann auch an diese Vorgabe.

Will man nun ein solches simultanes Spiel lösen, kann man das sogenannte Nash-Gleichgewicht verwenden, das besagt, daß jeder Spieler seine Auszahlungen durch einseitiges Abweichen von der Gleichgewichtsstrategie nicht verbessern kann.

Definition 1

Gegeben seien die Strategienmengen P und Q sowie die Auszahlungsfunktionen $I(p,q)$ und $O(p,q)$, mit $p \in P$, $q \in Q$, für den Inspektor und den Inspizierten eines simultanen Zwei-Personen-Spiels. Das Paar (p^*,q^*) ist ein Gleichgewichtspunkt des Spieles, wenn die Nash-Bedingungen

$$I(p^*,q^*) \geq I(p,q^*) \text{ für alle } p \in P$$
$$O(p^*,q^*) \geq O(p^*,q) \text{ für alle } q \in Q$$

erfüllt sind.

In dem dazugehörigen Führerschafts-Spiel wird der Inspizierte, da er die gegnerische Strategie kennt, natürlich durch Wahl seiner besten Antwort, welche insbesondere von der angekündigten Strategie des Inspektors abhängt, auf die Ankündigung reagieren. Dies motiviert die folgende Definition:

Definition 2

Gegeben seien die Strategiemengen P und $\{z: P \rightarrow Q\}$ für den Inspektor und den Inspizierten eines Führerschafts-Spieles. Die Gleichgewichtspunkte (p^{**}, z^{**}) des Führerschafts-Spieles erfüllen dann die abgewandelten Nash-Bedingungen

$$I(p^{**}, z^{**}) \geq I(p, z^{**}) \text{ für alle } p \in P$$
$$O(p^{**}, z^{**}) \geq O(p^{**}, z) \text{ für alle } z: P \rightarrow Q$$

wobei $O(p^{**}, z) = O(p^{**}, z(p^{**}))$ ist.

3 Lösung der zweistufigen Varianten

Wir betrachten wieder zuerst das simultane Spiel. Der folgende Satz liefert das Gleichgewicht für das durch Abbildung 2 gegebene Spiel:

Satz 1

Das Paar (p^*, q^*) von gemischten Strategien, das gegeben ist durch

$$p^* = \frac{d}{2d + b} \tag{1}$$

$$q^* = \frac{c - a}{2c - a}, \tag{2}$$

sowie die zugehörigen Auszahlungen

$$O^* = O(p^*, q^*) = \frac{d^2}{2d + b} \tag{3}$$

an den Inspizierten und

$$I^* = I(p^*, q^*) = \frac{-c^2}{2c - a} \tag{4}$$

an den Inspektor, bilden ein Gleichgewicht des durch Abbildung 2 gegebenen simultanen Spieles.

Beweis

Wegen der auch in Abbildung 2 angegebenen zyklischen Präferenzstruktur existiert nur ein Gleichgewicht in gemischten Strategien. Wie sich leicht einsehen läßt, sind in diesem Falle die durch Definition 1 gegebenen Gleichgewichtsbedingungen von Nash erfüllt, wenn beide Spieler sich so verhalten, daß der Gegner indifferent zwischen legalem und illegalem Verhalten ist. Es muß also gelten

$$p^* \cdot d = -p^* \cdot b + (1 - p^*) \cdot d = O^*$$
$$-q^* \cdot c - (1 - q^*) \cdot a = -(1 - q^*) \cdot c = I^*,$$

woraus sofort die Behauptung folgt.

Zur Vorbereitung der Lösung des Führerschaftsspieles zunächst der

Satz 2

Sei ein eindeutiger gemischter Gleichgewichtspunkt eines simultanen 2 x 2-Spieles gegeben. Dann ist im entsprechenden Führerschafts-Spiel die Gleichgewichtsstrategie p^* aus dem simultanen Spiel für den Inspektor auch hier Gleichgewichtsstrategie. Unter seinen besten

Antworten auf die angekündigte Strategie p^* spielt der Inspizierte diejenige als Gleichgewichtsstrategie, welche die Inspektorauszahlung maximiert.

Beweis

Siehe z.B. Rinderle (1996).

Mit diesem Satz erhalten wir folgende Lösung für das Führerschaftsspiel:

Satz 3

Das Paar (p^{**}, z^{**}) bildet ein Nash-Gleichgewicht für das dem simultanen Spiel entsprechende Führerschafts-Spiel, wobei p^{**} durch (1) gegeben ist, und z^{**} durch

$$z^{**} = \begin{cases} l & \\ & \text{falls} \\ \bar{l} & \end{cases} \begin{matrix} p \geq \dfrac{d}{2d+b} \\ \\ p < \dfrac{d}{2d+b} \end{matrix} .$$

Die Gleichgewichtsauszahlung an den Inspizierten ist

$$O(p^{**}, z^{**}) \doteq \frac{d^2}{2d+b},$$

wie in (3), und der Inspektor erhält

$$I(p^{**}, z^{**}) = \frac{-cd}{2d+b}. \tag{5}$$

Der Beweis dieses Satzes läßt sich aus Satz 2 herleiten.

Zur Beurteilung des Führerschaftsprinzips in diesem Beispiel sind die Auszahlungen in (3) und (4) miteinander zu vergleichen. Es gilt

$$acd > -c^2 b,$$

und damit

$$-2c^2 d + acd > -2c^2 d - c^2 b,$$

was mit

$$\frac{-cd}{2d+b} > \frac{-c^2}{2c-a}$$

äquivalent ist. Damit ist die Erwartungsauszahlung des Inspektors im Führerschafts-Spiel höher als im simultanen Spiel. Die Auszahlung an den Inspizierten ist jedoch in beiden Spielen die gleiche.

Des weiteren sollte noch erwähnt werden, daß die globale (d.h. auf zwei Stufen bezogene) Wahrscheinlichkeit einer illegalen Aktion des Inspizierten im Vergleich zum simultanen Spiel sinkt (dort war ja bereits auf der ersten Stufe mit positiver Wahrscheinlichkeit eine illegale Aktion möglich), jedoch kontrolliert der Inspektor in jedem Fall die erste Stufe mit einer positiven Wahrscheinlichkeit. Was wiederum bedeutet, daß der Inspizierte sich stets mit einer positiven Wahrscheinlichkeit ungestraft auf der zweiten Stufe illegal verhalten kann. Man kann also sagen, daß sich der Inspizierte hier legal verhält, solange der Inspektor noch Einfluß, d.h. Kontrollmöglichkeiten, hat.

Abbildung 3 stellt diese Problematik noch einmal grafisch dar.

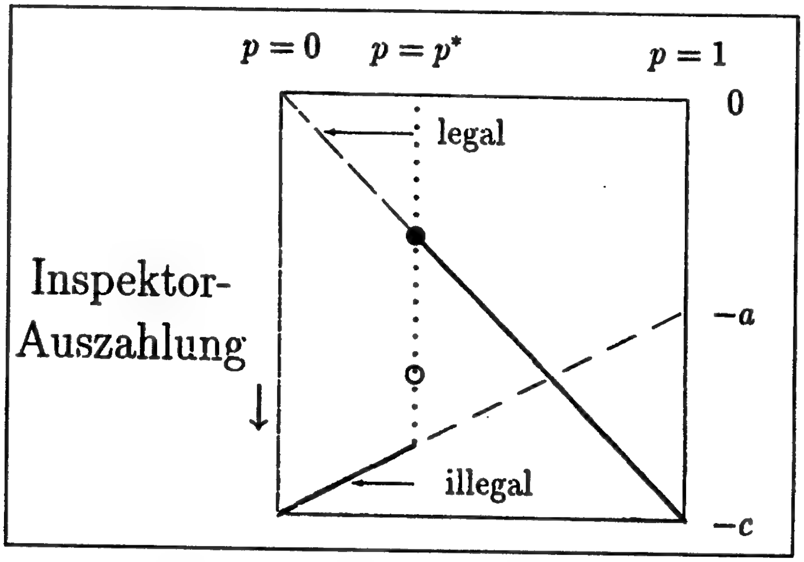


Abbildung 3: Inspektorauszahlung in Abhängigkeit seiner Strategie $p \in [0,1]$. Der Inspizierte ist indifferent an der Stelle p^*. Die Inspektorauszahlung im simultanen Spiel ist mit $\circ$, die im Führerschafts-Spiel mit $\bullet$ gekennzeichnet.

4 Lösung der n-stufigen Variante

Anhand des Beispieles mit $n = 3$ und $k = 1$ in Abbildung 4 wird gezeigt, daß das mehrstufige Spiel, das zunächst nicht den gewünschten rekursiven Charakter aufweist, doch rekursiv formuliert werden kann.

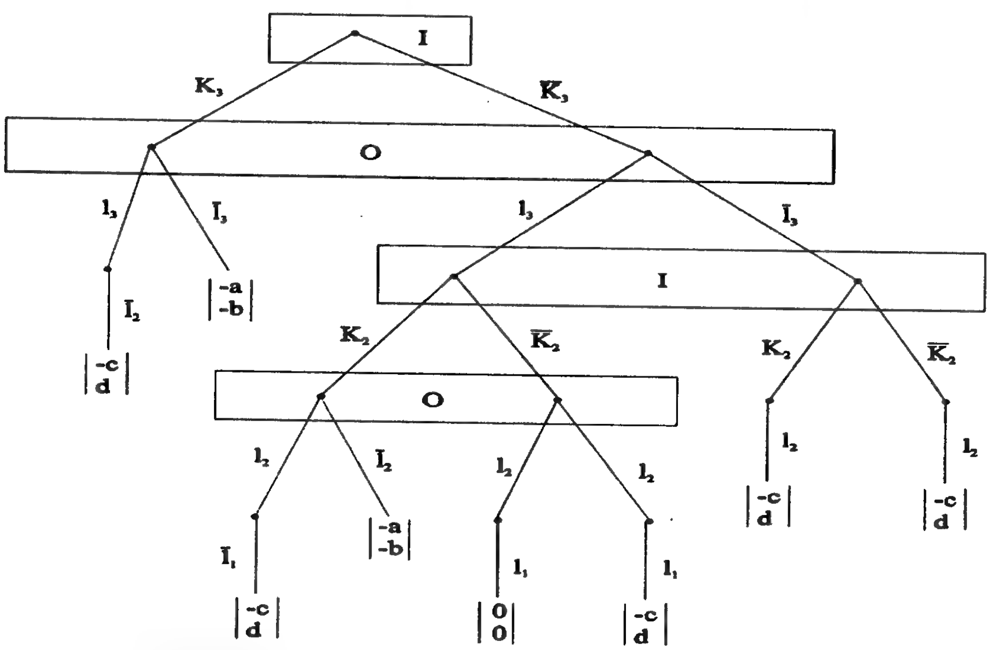


Abbildung 4: Extensive Form für n = 3 und k = 1

I \ O	l_3l_2	$l_3\bar{l}_2$	$\bar{l}_3$
K_3	$-c$ $+d$	$-c$ $+d$	$-a$ $-b$
$\bar{K}_3K_2$	$-c$ $+d$	$-a$ $-b$	$-c$ $+d$
$\bar{K}_3\bar{K}_2$	0 0	$-c$ $+d$	$-c$ $+d$

Abbildung 5: Normalform für $n = 3$ und $k = 1$

Zur Vorbereitung der rekursiven Behandlung zuerst eine Definition und der zugehörige Satz von Kuhn.

Definition 3

Hat ein Spieler n Informationsbezirke in einem gegebenen extensiven Spiel, so ist seine Verhaltensstrategie eine Menge von n Wahrscheinlichkeitsverteilungen, von denen jede über den Handlungsmöglichkeiten eines Informationsbezirks definiert ist.

Satz 4 (Satz von Kuhn)

In einem extensiven Spiel mit perfekter Erinnerung gibt es für jeden Spieler zu jeder gemischten Strategie eine auszahlungsäquivalente Verhaltensstrategie.

Hat der Inspektor im Informationsbezirk I_1 nicht kontrolliert und hat sich daraufhin der Inspizierte legal verhalten, so folgt im Prinzip das zweistufige Spiel mit einer Kontrolle. Eine rekursive Form liegt aber nicht vor, da der Inspektor nicht weiß, an welchem Knoten im Informationsbezirk I_2 er sich befindet.

Zunächst kann sich der Inspektor, wegen Satz 4 (Satz von Kuhn), auf seine Verhaltensstrategien beschränken. Im Hinblick auf eine rekursive Beschreibung genügt es, wenn wir uns auf den Informationsbezirk I_2 konzentrieren. Wir durchtrennen nun den Informationsbezirk I_2. Dies ist eine Änderung des Spieles mit einer neuen Interpretation: Hier wird nämlich der Inspektor über die Aktion des Inspizierten vor Beginn der nächsten Rekursionsstufe informiert. Das so gewonnene Hilfsspiel ist nun ein Spiel in rekursiver Form. Wir verwenden dann die Lösung des Hilfsspiels für das ursprüngliche Spiel.

Daß der Informationsbezirk durchtrennt werden darf, läßt sich dadurch begründen, daß am rechten Knoten dieses Informationsbezirkes kein echtes Spiel mehr folgt. Die Auszahlungen liegen fest und hängen in diesem Teil des Spielbaumes nicht mehr von der Strategie des Inspektors ab, denn die illegale Aktion wurde bereits erfolgreich auf der obersten Stufe durchgeführt. Damit kann der Inspektor die beste Wahl im linken Knoten des Informationsbezirkes I_2 auch auf den rechten Knoten übertragen.

Wie wir am obigen Beispiel gesehen haben, resultiert die allgemeine rekursive Form, welche in Abbildung 6 abgebildet ist. Dabei wurde ohne Einschränkung die Normierung $c = 1$ und $d = 1$ vorgenommen. Für die Rekursion wird dabei aus rein formalen Gründen der Index n für die oberste Stufe verwendet.

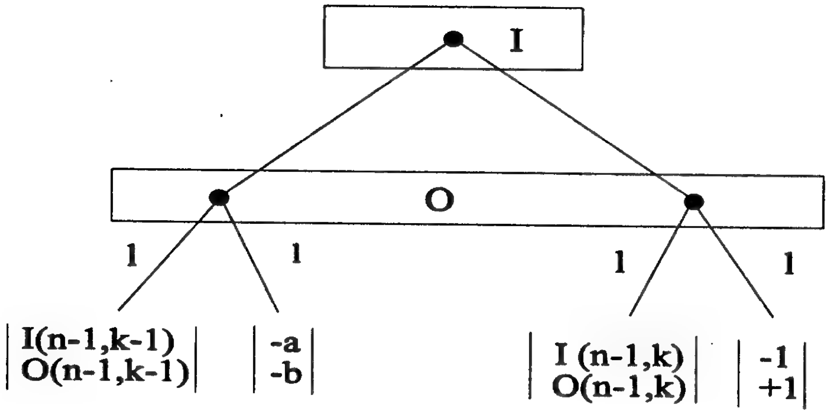


Abbildung 6: Rekursives Inspektions-Spiel

Auch hier sollen die beiden Varianten, nämlich das simultane Spiel und die Ankündigung seitens des Inspektors, verglichen werden.

Die Randbedingungen sind dabei wie folgt definiert:

$k \geq n$: $p(n,k)=1$, $I(n,k)=0$
Für den Inspizierten gilt dann:
$q(n,k)=1$, $O(n,k)=0$

$k=0$: $p(n,k)=0$, $I(n,k)=-1(=-c)$
Für den Inspizierten gilt dann:
$q(n,k)=0$, $O(n,k)=1(=+d)$

In Abbildung 7 ist die Normalform des simultanen Spieles dargestellt, wie sie sich aus der in Abbildung 6 gegebenen extensive rekursiven Form ableitet.

		$q(n,k)$	$1-q(n,k)$
	$I \setminus O$	I	$\bar{I}$
$p(n,k)$	K_n	$O(n-1,k-1)$ $I(n-1,k-1)$	$-b$ $-a$
$1-p(n,k)$	$\bar{K}_n$	$O(n-1,k)$ $I(n-1,k)$	$+1$ -1

Abbildung 7: Normalform des Spieles

Eine Lösung des simultanen Spieles ist durch den folgenden Satz gegeben:

Satz 5

Gegeben sei das simultane Inspektionsspiel, dessen Normalform in Abbildung 7 dargestellt ist. Mit den Abkürzungen

$$t(n,k) := \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot b^{k-i}$$

und

$$s(n,k) := \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot (-a)^{k-i}$$

sind die Verhaltensstrategien beider Spieler im Gleichgewicht gegeben durch

$$p(n,k) = \frac{t(n-1,k-1)}{t(n,k)},$$

$$q(n,k) = \frac{a-1}{\frac{-\binom{n-2}{k-1}}{s(n-1,k-1)} + \frac{\binom{n-2}{k}}{s(n-1,k)} + a - 1},$$

und die zugehörigen Auszahlungen lauten

$$O(n,k) = \frac{\binom{n-1}{k}}{t(n,k)}$$

und

$$I(n,k) = -\frac{\binom{n-1}{k}}{s(n,k)}.$$

Beweis

Die Indifferenzbedingungen für beide Spieler lauten gemäß Abbildung 7

$$\begin{aligned} &p(n,k)\cdot O(n-1,k-1) + (1-p(n,k))\cdot O(n-1,k) = \\ &= p(n,k)(-b) + (1-p(n,k))\cdot 1 = O(n,k) \\ &q(n,k)\cdot I(n-1,k-1) + (1-q(n,k))\cdot(-a) = \\ &q(n,k)\cdot I(n-1,k) + (1-q(n,k))\cdot(-1) = I(n,k). \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$p(n,k) = \frac{1 - O(n-1,k)}{b + 1 + O(n-1,k-1) - O(n-1,k)}$$

$$q(n,k) = \frac{a-1}{a - 1 + I(n-1,k-1) - I(n-1,k)}$$

und weiter, wenn wir p(n,k) und q(n,k) aus den entsprechenden Gleichungen eliminieren,

$$O(n,k) = \frac{b \cdot O(n-1,k) + O(n-1,k-1)}{b + 1 + O(n-1,k-1) - O(n-1,k)},$$

$$I(n,k)=\frac{-a\cdot I(n-1,k)+I(n-1,k-1)}{-a+1-I(n-1,k-1)+I(n-1,k)}.$$

Mit einigem Rechenaufwand läßt sich dann zeigen, daß die angegebenen Lösungen diese Rekursionsformeln mit den zugehörigen Anfangsbedingungen erfüllen.

Zur Lösung des entsprechenden Führerschafts-Spieles läßt sich Satz 3 auf rekursive Spiele verallgemeinern:

Satz 6

Gegeben sei eine eindeutige gemischte Lösung eines rekursiven simultanen 2x2-Spieles. Für die Lösung des entsprechenden Führerschafts-Spieles gilt dann:

a) Der Inspektor kündigt seine Strategie aus dem simultanen Spiel an.
b) Der Inspizierte spielt auf jeder Rekursionsstufe diejenige beste Antwort auf die angekündigte Kontrollstrategie, die die Inspektorauszahlung auf dieser Stufe maximiert (d.h. das legale Verhalten).
c) Die Auszahlung des Inspektors verschlechtert sich nicht gegenüber dem simultanen Spiel.

Die Inspektorauszahlung im Führerschafts-Spiel ergibt sich dann aus der Rekursionsformel

$$I(n,k)=p(n,k)\cdot I(n-1,k-1)+(1-p(n,k))\cdot I(n-1,k),$$

welche die Lösung

$$I(n,k)=\frac{-\binom{n-1}{k}}{t(n,k)}$$

hat.

Vergleicht man nun die beiden Varianten, läßt sich zeigen, daß die Inspektorauszahlung im Führerschafts-Spiel höher ist, als die im simultanen Spiel.

Solange der Inspektor noch Kontrollen zur Verfügung hat, kann er durch die Ankündigung den Inspizierten zu legalem Verhalten bewegen. Mit positiver Wahrscheinlichkeit hat der Inspektor jedoch seine Kontrollen verbraucht, obwohl das Spiel noch nicht zu Ende ist; in diesem Fall kann sich dann der Inspizierte ungestraft illegal verhalten. Im simultanen Spiel dagegen verhält sich der Inspizierte auch auf den Stufen, die noch kontrolliert werden können, mit einer positiven Wahrscheinlichkeit illegal. Die Wahrscheinlichkeit für legales Verhalten ist also im Führerschafts-Spiel höher als im simultanen Spiel, was sich dann auch in der höheren Inspektorauszahlung im Führerschafts-Spiel niederschlägt.

5 Literatur

Rinderle, Klaus: *Mehrstufige sequentielle Inspektionsspiele mit statistischen Fehlern erster und zweiter Art.* Dissertation an der Universität der Bundeswehr München, Verlag Dr. Kovac, Hamburg, 1996.

Guido Piehlmeier
Informationstechnik und Services GmbH
München

Spieltheoretische Untersuchung von Problemen der Datenverifikation

Protokoll von

Volker Pötzsch

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 30. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

„Vertrauen ist gut, Kontrolle ist besser." Treffender als mit diesem Lenin-Zitat könnte man die Notwendigkeit der Datenverifikation kaum formulieren. Überall dort, wo mit Hilfe von Gesetzen, Verträgen oder Vereinbarungen gewisse Verhaltensregeln festgelegt und im Prinzip akzeptiert worden sind, muß - so zeigt die Erfahrung - damit gerechnet werden, daß diese Regeln nicht eingehalten werden. Um dies zu verhindern, ist ein funktionierender Kontrollmechanismus als notwendiges Übel unumgänglich.

Als geeignetes Mittel hat sich dabei für viele Anwendungen die Datenverifikation erwiesen, die sich ganz allgemein wie folgt beschreiben läßt: Im Rahmen von vertraglich geregelten Vereinbarungen berichtet eine Seite (der Inspizierte) der anderen Seite (dem Inspektor) bestimmte Daten, die sein vertragskonformes, d.h. legales Verhalten bestätigen sollen. Der Inspektor - im allgemeinen eine Überwachungsbehörde - verifiziert diese Daten mit Hilfe eigener, unabhängiger Beobachtungen oder Messungen, da er davon ausgehen muß, daß der Inspizierte diese Daten zur Verdeckung illegalen Verhaltens gefälscht hat, und hat daraufhin zu entscheiden, ob er die berichteten Daten als korrekt anerkennt oder nicht.

2 Anwendungsmöglichkeiten der Datenverifikation

Die meisten Modelle im Bereich der Datenverifikation haben ihre Ursprung in praktischen Überwachungsproblemen. Die größte Gruppe der Veröffentlichungen beschäftigt sich dabei im allgemeinen mit Inspektionsspielen bezogen auf konkrete Probleme der Kernmaterialüberwachung, der Rüstungskontrolle oder der Abrüstung.

Aufgrund seiner Bedeutung für die Datenverifikation wird der Bereich der Kernmaterialüberwachung im folgenden etwas ausführlicher beschrieben.

Der Vertrag über die Nichtverbreitung von Kernwaffen wurde bereits 1968 formuliert, trat 1970 in Kraft und konnte schließlich im Frühjahr 1995 nach langwierigen Verhandlungen der inzwischen fast 180 Unterzeichnerstaaten auf unbefristete Zeit verlängert werden. Er garantiert allen Vertragsparteien einerseits das Recht auf Entwicklung und Verwendung der Kernenergie für friedliche Zwecke, verpflichtet aber andererseits die Nichtkernwaffen-Staaten zum Verzicht auf Kernwaffen. Den Staaten, die über diese Waffen verfügen, verbietet er ihre Weitergabe. Aufgrund dieses Vertrages hat die Internationale Atomenergie-Organisation IAEO das Recht, mit Hilfe von Sicherungsmaßnahmen (sogenannten Safeguards) deklarierte kerntechnische Anlagen zu kontrollieren, um sicherzustellen, daß kein spaltbares Material bestimmungswidrig für einen militärischen Zweck benutzt werden kann. Die Inspektionen zur Unterstützung der Materialbilanzierung dienen dazu, eine etwaige Entwendung spaltbaren Materials frühzeitig zu entdecken bzw. von derartigem illegalen Verhalten abzuschrecken.

Untersuchungen im Bereich der Kernmaterialüberwachung gibt es seit etwa 1968. Die Ergebnisse der in regelmäßigen Abständen stattfindenden Konferenzen der IAEO, der European Safeguards and Development Association (ESARDA) und des Institute for Nuclear Material Management (INMM) werden dabei in Proceedings veröffentlicht. Neben technischen Fragestellungen (Überwachungs- und Meßmethoden), die vor allem für die praktische Durchführung von Inspektionen wichtig sind, werden auch entscheidungs- und spieltheoretische Ansätze und Methoden vorgestellt und diskutiert. Eine Zusammenfassung über diese Ansätze und Modelle findet sich in den Monographien von Jaech (1973), Avenhaus (1986), Bowen und Bennett (1988) und Avenhaus und Canty (1996).

Im Bereich der Rüstungskontrolle und Abrüstung, dem zweiten großen Anwendungsgebiet von Inspektionsspielen, soll ein Netz sich überschneidender Verifikationsmaßnahmen das Vertrauen zwischen den Vertragsparteien festigen. Die wechselseitige Überwachung der Einhaltung von Rüstungskontrollmaßnahmen soll den Mißbrauch militärischer Macht ausschließen und ist dadurch zu einer zunehmend wichtigen Aufgabe der Sicherheitspolitik geworden. Verifikationsmaßnahmen im Bereich der Rüstungskontrolle sind gegeben durch Vor-Ort-Inspektionen, die etwa der Feststellung von Truppenstärken dienen sollen, durch technische Überwachungssysteme (z.B. Satelliten) und durch Beobachtungen von Manövern und Bewegungen. Diese Maßnahmen sind in zahlreichen Rüstungskontrollabkommen geregelt, etwa dem Vertrag über Mittelstrecken (Intermediate Nuclear Forces, INF), 1987, oder dem Vertrag über Konventionelle Streitkräfte in Europa (KSE), 1990. Im spieltheoretischen Rahmen werden diese Vereinbarungen von Brams und Davis (1987), Brams und Kilgour (1988) und Kilgour (1992) diskutiert.

Ein weiteres Anwendungsgebiet ist die wirtschaftliche Bilanzierung und Rechnungsprüfung. Wegen der großen Anzahl von Konten und Transaktionen beschränkt man sich bei eine Buchprüfung im allgemeinen auf stichprobenartige Kontrollen. Die Konzepte des *attribute* und *variable sampling* sind auch hier gut anwendbar, siehe hierzu Arkin (1974). Borch (1982, 1990) diskutiert spieltheoretisch verschiedenen Konfliktsituationen, etwa Buchhalter gegen Unternehmen, Firma gegen Finanzamt, Versicherungsnehmer gegen Versicherung.

In letzter Zeit wurde auch die Anwendung von Inspektionen bzw. Datenverifikation auf Umweltschutzprobleme diskutiert. Im Bereich der Kontrolle von Schadstoffemissionen in die Umwelt soll durch Verifikationsmaßnahmen festgestellt werden, daß vorgeschriebene Grenzwerte von den Betreibern industrieller Anlagen nicht überschritten werden. Einige wichtige spieltheoretische Arbeiten auf diesem Gebiet sind Russel (1990), Güth und Pethig (1992) und Avenhaus (1994). Im Gegensatz zu den bisher genannten Anwendungsgebieten hat hier jedoch eine praktische Umsetzung der theoretischen Erkenntnisse noch nicht stattgefunden.

Grundsätzlich unterscheidet man bei der Verifikation von Daten gemäß der unterschiedlichen Problemstellung zwei große Gruppen von Verfahren: Einerseits solche, die zur Verifikation attributiver Variablen dienen (*attribute sampling*) und andererseits Verfahren für stetige Variablen (*variable sampling*). Methoden des *attribute sampling* dienen dazu, den Anteil an Daten zu schätzen, die durch den Inspizierten falsch berichtet wurden. Nicht von Interesse ist bei diesen Verfahren, das Ausmaß der einzelnen Fälschungen festzustellen. Im Gegensatz dazu werden Verfahren des *variable sampling* genutzt, um qualitative Aussagen über die gemeldeten Daten zu erhalten. Das Ziel kann es dabei sein, die Höhe der Gesamtfälschung zu schätzen, oder eine Aussage über das Verhalten des Inspizierten zu machen.

Datenverifikation ist, wie bereits die Definition zeigt, zum einen ein statistisches Problem. Der Inspektor wird in den meisten Fällen nur stichprobenartige Kontrollen vornehmen können (z.B. aus Zeit- und Kostengründen). Aus diesem Grund ist er gezwungen eine Auswahl der Daten zu treffen, welche er kontrollieren wird. Ein weiterer statistischer Aspekt der Datenverifikation ist das mögliche Auftreten von Meßfehlern. Sowohl die Daten, die der Inspizierte mißt und berichtet, als auch die Daten, die der Inspektor kontrolliert, können mit Meß- oder Schätzfehlern behaftet sein. Durch diese Fehler kann einerseits der falsche Verdacht erweckt werden, es läge eine Fälschung durch den Inspizierten vor, andererseits können sie aber auch

dazu führen, daß der Inspektor eine Fälschung nicht als solche erkennt. Damit ist bereits klar, daß es sich bei der Datenverifikation ebenfalls um ein Testproblem handelt. Aufgrund des Vergleichs der durch ihn kontrollierten und der durch den Inspizierten berichteten Daten muß der Inspektor mittels bestimmter Entscheidungsregeln ermitteln, ob der Inspizierte sich nach seiner Meinung legal oder illegal verhalten hat. Wie bereits beschrieben, kann es dabei zu zwei verschiedenen Fehlern kommen: Der Inspektor kann dem Inspizierten aufgrund der Messungen illegales Verhalten unterstellen, obwohl dieses in Wirklichkeit nicht vorliegt. Einen solchen *Fehlalarm* bezeichnet die statistische Testtheorie als Fehler 1. Art. Der Inspektor kann dem Inspizierten aber auch legales Verhalten bescheinigen, obwohl dieser die Vertragsbestimmungen nicht eingehalten hat, sich also illegal verhält. Eine solche *Nichtentdeckung* bezeichnet man als Fehler 2. Art.

Zum anderen handelt es sich bei der Datenverifikation aber auch um ein spieltheoretisches Problem. Die Konfliktsituation, welche dann spieltheoretisch zu untersuchen sein wird, besteht darin, daß der Inspizierte ein gewisses Interesse haben kann, von den Vertragsbestimmungen abzuweichen und dies durch bewußte Datenfälschung zu verschleiern. Ein Anreiz dazu kann zum Beispiel in finanziellen oder militärischen Vorteilen für den Inspizierten bestehen. Die Partei des Inspektors dagegen ist darauf bedacht, von einem illegalen Verhalten abzuschrecken, oder dieses zumindest zu entdecken, um dadurch die Einhaltung des Vertrages zu sichern.

3 Spieltheoretische Formulierung des Problems

Zunächst wird das Datenverifikationsproblem spieltheoretisch modelliert; das sich ergebende allgemeine Spiel wird danach in zwei einfachere Teilspiele zerlegt. Den Ablauf der Datenverifikation kann man vereinfacht durch folgende Schritte charakterisieren:

- Der Inspizierte teilt dem Inspektor mit, daß er gemäß den vertraglichen Vereinbarungen n Daten berichten wird.
- Der Inspektor wählt ein Testverfahren $\varphi(\alpha)$ mit Fehlalarmwahrscheinlichkeit α und teilt dies dem Inspizierten mit.
- Der Inspizierte entscheidet sich für legales oder illegales Verhalten. Entscheidet er sich für illegales Verhalten, so wählt er zusätzlich eine illegale Strategie ψ. Danach berichtet er die eventuell gefälschten n Daten dem Inspektor.
- Der Inspektor untersucht daraufhin unabhängig und stichprobenartig k Daten und entscheidet gemäß dem festgelegten Testverfahren $\varphi(\alpha)$ ob er die berichteten Daten als korrekt, d.h. nicht gefälscht betrachtet, oder ob er Alarm auslöst.

Da der Inspektor dem Inspizierten im zweiten Schritt mitteilt, welches Testverfahren er verwenden wird, handelt es sich hier um ein sogenanntes *Inspektor-Führerschaftsspiel*. Würde der Inspizierte diese Mitteilung nicht erhalten, so würden wir von einem *simultanen* Spiel sprechen, da dann beide Parteien ihre Strategien gleichzeitig und ohne Wissen über die Wahl der anderen Partei auswählen.

3.1 Allgemeines spieltheoretisches Modell

Dieses so beschriebene Problem wird als nichtkooperatives Zweipersonenspiel, genauer als Inspektionsspiel modelliert. Die beiden beteiligten Parteien sind der Inspizierte (als Spieler 2) einerseits, welcher die Wahl hat, sich legal oder illegal zu verhalten und der Inspektor (als Spieler 1) andererseits, der darüber entscheiden muß, einen Alarm auszulösen oder nicht. Beide Parteien erhalten gemäß ihrer Entscheidungen eine gewisse Auszahlung (vgl. Abbildung 1), welche ihre jeweiligen Interessen symbolisieren sollen. Das Hauptinteresse des Inspektors liegt dabei darin, daß der Inspizierte sich an die vertraglichen Vereinbarungen hält. Daraus folgt, daß die Auszahlungen des Inspektors bei legalem Verhalten des Inspizierten stets höher sind als bei illegalem Verhalten $(0 > -e > -a > -c)$. Liegt jedoch ein illegales Verhalten seitens des Inspizierten vor, so besteht natürlich das Interesse des Inspektors darin, dieses festzustellen und korrekt Alarm auszulösen. Im Falle eines Fehlalarms entstehen sowohl für den Inspektor als auch für den Inspizierten gewisse Kosten. Die höchste Auszahlung erhält der Inspizierte, falls er sich illegal verhält und kein Alarm ausgelöst wird $(d > 0 > -f > -b)$. Diese Annahmen bedeutet, daß für den Inspizierten stets ein gewisser Anreiz zu illegalem Verhalten angenommen wird. Würde man diese Annahme fallenlassen, wäre eine Inspektion unnötig.

1 \ 2	legales Verhalten l	illegales Verhalten l
Alarm	$-e$; $-f$	$-a$; $-b$
kein Alarm	0 ; 0	$-c$; d

Abbildung 3: Normalform des allgemeinen spieltheoretischen Modells. $0<e<a<c, 0<f<b, 0<d$

3.2 Extensive Form eines realistischen Inspektionspieles

Zur besseren Verdeutlichung des Ablaufes eines realistischen Inspektionsspiels dient die Darstellung in Abbildung 2. Sie zeigt ein spieltheoretisches Modell in extensiver Form und ermöglicht damit den zeitlichen Ablauf des Spieles nachzuvollziehen. Zunächst legt der Inspektor (1) eine gewisse Fehlalarmwahrscheinlichkeit α fest. Diese teilt er dem Inspizierten (2) mit. Im nächsten Schritt wählt der Inspektor (1) ein spezielles Testverfahren $\varphi(\alpha)$ und teilt auch dieses dem Inspizierten mit. Daraufhin hat der Inspizierte (I_2) die Möglichkeit, sich zwischen legalem oder illegalem Verhalten zu entscheiden. Entscheidet er sich für legales Verhalten, ist das Spiel beendet und es entscheidet nur noch der Zufall (Z) in Form gewisser Meßfehler, ob eventuell ein Fehlalarm ausgelöst wird oder nicht. Einen solchen Fehlalarm bezeichnet man als Fehler 1. Art. Verhält der Inspizierte (I_2) sich jedoch illegal, so hat er nun die Möglichkeit, eine spezielle illegale Strategie ψ zu wählen. Unterschiedliche illegale Strategien können zum Beispiel darin bestehen, alle Fälschungen in einem Datum vorzunehmen, oder sie willkürlich oder auch gezielt auf mehrere Daten zu verteilen. Zuletzt entscheidet wiederum der Zufall (Z) darüber, ob diese illegale Strategie, d.h. das bewußte Fälschen von Daten durch den Inspizierten entdeckt wird oder nicht. Wird das illegale Verhalten nicht ent-

deckt, so spricht man von einem Fehler 2. Art. Dieser Fehler 2. Art wird beschrieben durch die sogenannte *Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit* β, die ihrerseits wiederum abhängig ist vom gewählten Testverfahren $\varphi(\alpha)$ und der illegalen Strategie ψ.

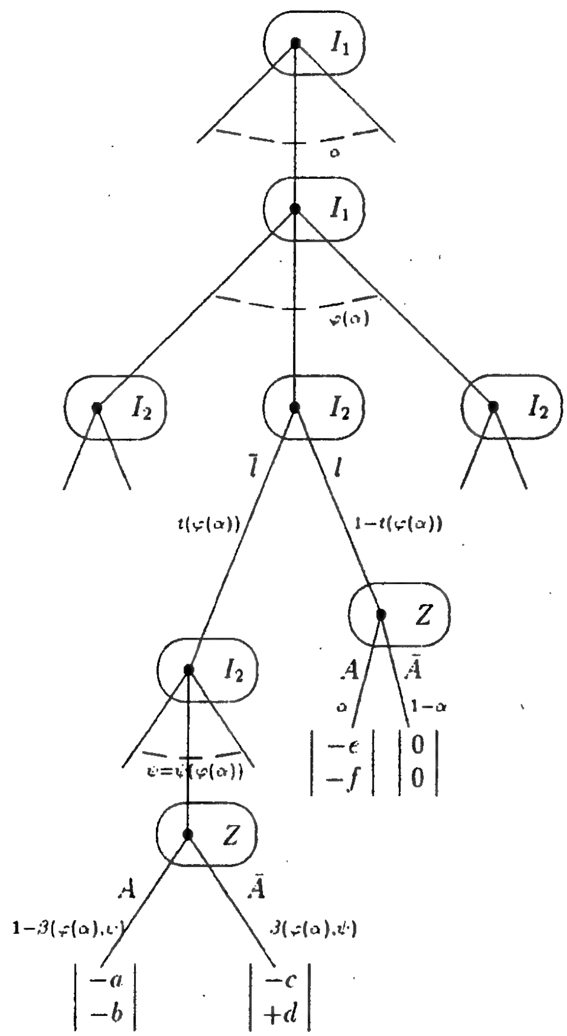


Abbildung 4: Extensive Form eines realistischen Inspektionsspieles

3.3 Inspektor-Führerschaftsspiele

Wie bereits erwähnt wurde, handelt es sich bei diesem Modell um ein *sogenanntes Inspektor-Führerschaftsspiel.* Bei der Betrachtung dieses Spielverlaufes stellt sich die Frage, ob es aus Sicht des Inspektors nicht sinnvoller wäre, das von ihm gewählte Testverfahren $\varphi(\alpha)$ dem Inspizierten nicht bekannt zu geben und damit zu einem *simultanen* Spiel überzugehen. Durch diese Maßnahme könnte scheinbar verhindert werden, daß der Inspizierte eine beste illegale Strategie gegen das ihm bekannte Testverfahren $\varphi(\alpha)$ auswählt und damit die Wahrschein-

lichkeit für seine Entdeckung minimiert. Wir hatten jedoch schon erwähnt, daß das Hauptinteresse des Inspektors nicht in der Entdeckung illegalen Verhaltens, sondern in dessen Verhinderung liegt. Die Bekanntgabe des Testverfahrens $\varphi(\alpha)$ durch den Inspektor unterstützt jedoch genau dieses Interesse der Verhinderung illegalen Verhaltens und verschlechtert nicht, wie es auf den ersten Blick scheinen mag, die Auszahlung des Inspektors. Man kann sogar zeigen, daß der Inspektor seine Auszahlung durch die Bekanntgabe seiner Absichten verbessern kann, siehe z.B. Avenhaus und Canty (1996), sowie die Beiträge von K. Rinderle und A. Wölling in diesem Bericht.

3.4 Zerlegung des Spiels

Wie sich leicht an der Auszahlungsmatrix der Abbildung 1 erkennen läßt, handelt es sich bei diesem Spiel nicht um ein *Nullsummenspiel*. Betrachtet man dazu zum Beispiel den Fall des Fehlalarms, so erkennt man, daß der Gewinn des einen Spielers nicht identisch ist mit dem Verlust des zweiten Spielers. Dies müßte bei Vorliegen eines Nullsummenspiels aber der Fall sein. Da die Lösung dieses Spieles in der vorliegenden Form also relativ kompliziert ist, zerlegt man es in zwei einfachere Teilspiele. Das erste Teilspiel besteht aus der Wahl der Fehlalarmwahrscheinlichkeit α durch den Inspektor und der Entscheidung des Inspizierten über legales bzw. illegales Verhalten. Für das zweite Teilspiel geht man davon aus, daß der Inspizierte sich für illegales Verhalten entschieden hat. Der Inspektor versucht nun in Teilspiel B durch Wahl eines geeigneten Testverfahrens die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit zu minimieren, während der Inspizierte sie durch Wahl seiner illegalen Strategie zu maximieren versucht. Teilspiel B ist hierbei das aus mathematischer Sicht interessantere Spiel. Seine Behandlung ist jedoch nur dann möglich, wenn das ursprüngliche Spiel auf genau die hier beschriebene Weise zerlegt und Teilspiel A ebenfalls vollständig gelöst wird.

Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt darin, daß das Teilspiel B als *Nullsummenspiel* behandelt werden kann. Die Auszahlungsfunktion für den Inspektor ist dabei die Entdeckungswahrscheinlichkeit $1-\beta$. Die ursprünglichen Auszahlungsparameter müssen nicht mehr bekannt sein. Dieser Übergang zur Entdeckungswahrscheinlichkeit als neu Auszahlung hat den zusätzlichen Vorteil, daß man nicht mehr gezwungen ist, andere Auszahlungsparameter zu bestimmen. Gerade diese Bestimmung der Auszahlungsparameter für die Matrix aus Abbildung 1 kann nämlich häufig problematisch sein, da sich zum Beispiel das Interesse des Inspektors an der Verhinderung eines illegalen Verhaltens nur schwer in Zahlen ausdrücken läßt.

Der vielleicht größte Vorteil der Zerlegung besteht jedoch darin, daß für Teilspiel B das Neyman-Pearson-Lemma angewendet werden kann. Mit Hilfe des Neyman-Pearson-Lemma ist es möglich, zu einer vorgegebenen Fehlalarmwahrscheinlichkeit α das optimale Testverfahren $\varphi(\alpha)$ für den Inspektor zu bestimmen, so daß man sich nur noch mit der Ermittlung der optimalen illegalen Strategie ψ für den Inspizierten beschäftigen muß. Erschwert wird das ganze jedoch dadurch, daß zur Anwendung des Neyman-Pearson-Lemma die Inspiziertenstrategie ψ bekannt sein muß, um daraus das optimale Testverfahren $\varphi^*(\alpha)$ und die minimale Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit zu bestimmen. Diese Abhängigkeit kompliziert die Anwendung des Neyman-Pearson-Lemma und damit die Ermittlung einer Lösung für das Teilspiel B.

4 Statistische Behandlung von Datenverifikationsproblemen

Wie schon anfangs vermerkt, erfordern Datenverifikationsprobleme auch eine statistische Behandlung, und zwar zum einen wegen der unvermeidbaren Meßfehler, wenn es sich um *variable sampling* Problemen handelt, und zum anderen wegen des Stichprobencharakters der Kontrollen.

Im folgenden betrachten wir den Fall, daß der Inspizierte n Daten berichtet, die gegebenenfalls gefälscht sein können, und daß der Inspektor k dieser Daten mit unabhängigen Messungen nachprüft. Konkret machen wir dazu die folgenden Annahmen:

- Der Inspizierte berichtet n Daten $\hat{S}_1,...,\hat{S}_n$
- Die $\hat{I}_1,...,\hat{I}_n$ bezeichnen die unabhängig durch den Inspektor verifizierten Daten, falls dieser alle Daten kontrollieren würde.
- Die Zufallsvariablen $Y_i := S_i - I_i,\ i = 1,...,n$, sind unabhängig und normalverteilt mit gleicher Varianz $\sigma^2 = 1$, d.h. $Y_i \sim N(\cdot,1), \mathrm{i} = 1,...,\mathrm{n}$.
- Statistische Formulierung der Hypothese H_0 (legales Verhalten):
  $$Y_i \sim N(0,1),\ \mathrm{i} = 1,...,\mathrm{n}$$
  Der Erwartungswert der Abweichung zwischen gemeldeten Daten und verifizierten Daten ist also 0, d.h. es liegt keine Fälschung vor.
- Statistische Formulierung der Hypothese H_1 (illegales Verhalten):
  $$Y_i \sim N(\mu_i,1),\ \mathrm{i} = 1,...,\mathrm{n},\ \sum_{i=1}^{n}\mu_i = \mu > 0,\ \mu_i \geq 0$$
  Die μ_i sind dabei die Fälschungen der einzelnen Daten, μ ist die Gesamtfälschung.
- Der Inspektor verifiziert stichprobenartig *k* Daten.
- Die Menge der Inspektorstrategien sei die Menge Δ_α aller Testverfahren δ zu einer vorgegebenen Fehlalarmwahrscheinlichkeit α.
- Die Menge der möglichen Fälschungsstrategien sei
  $$M := \left\{\underline{\mu} : \sum_{i=1}^{n}\mu_i = \mu > 0,\ \mu_i \geq 0\right\}$$

Das Problem aus statistischer Sicht ist nun, daß der Inspektor bei vorgegebenem $\alpha > 0$ sein Testverfahren $\varphi(\alpha)$ so wählen wird, daß dadurch die Entdeckungswahrscheinlichkeit $1-\beta$ maximiert wird, d.h. daß er Fehlverhalten möglichst sicher entdeckt. Der Inspizierte dagegen, falls er sich illegal verhält, wählt seine Fälschungsstrategie ψ so, daß die Entdeckungswahrscheinlichkeit $1-\beta$ minimiert wird, d.h. er möglichst unentdeckt durch die Inspektion kommt. Gesucht sind dabei nun Gleichgewichtslösungen (δ^*, μ^*). Da es sich wie gesehen bei $(\Delta_\alpha, M, 1-\beta)$ um ein Nullsummenspiel handelt, genügt es zu zeigen, daß das sogenannte *Sattelpunktkriterium*

$$\beta(\delta^*, \underline{\mu}) \leq \beta(\delta^*, \underline{\mu}^*) \leq \beta(\delta, \underline{\mu}^*)\ \forall \delta \in \Delta_\alpha, \underline{\mu} \in M$$

erfüllt ist, d.h. verwendet der Inspektor einen anderen Test als seinen Gleichgewichtstest, so verschlechtert er sich. Analog gilt für den Inspizierten, daß er sich bei der Verwendung einer anderen Fälschungsstrategie als seiner Gleichgewichtsstrategie ebenfalls verschlechtert.

5 Explizite Lösungen für Spezialfälle

Zum Nachweis der Existenz einer Lösung werden zuerst verschiedene Spezialfälle des in 3.1 formulierten statistischen Ansatzes betrachtet.

5.1 Maximaler Stichprobenumfang

Für den Fall des *maximalen Stichprobenumfangs,* also $k = n$, läßt sich zeigen, daß für alle Gesamtfälschungen μ eine Lösung $(\delta^*, \underline{\mu}^*)$ existiert, wobei δ^* der sogenannte D-Test ist, dessen Teststatistik gegeben ist durch $\sum_{i=1}^{n} X_i$, und wobei $\underline{\mu}^* = (\mu/n, ..., \mu/n)$, d.h. für den Inspizierten ist die Gleichgewichtslösung die gleichmäßige Verfälschung. Dies ist logisch leicht nachvollziehbar. Bedenkt man, daß alle Daten kontrolliert werden, bietet die gleichmäßige Verfälschung die jeweils kleinste Verfälschung pro Datum und damit die größte Wahrscheinlichkeit, daß diese nicht erkannt wird. Für den Inspektor dagegen ist in diesem Fall der D - Test, ein relativ einfacher Test, der beste Test, d.h. also das Testverfahren mit der minimalen Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit.

5.2 Minimaler Stichprobenumfang

Auch für den Fall des *minimalen Stichprobenumfangs,* also $k = 1$, läßt sich für alle Gesamtfälschungen μ eine Lösung $(\delta^*, \underline{\mu}^*)$ angeben (Abb. 4), mit:

$$\delta^* = \text{D-Test (Teststatistik: X)}$$

$$\underline{\mu}^* = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{n}, ..., \frac{\mu}{n}\right) & \text{für } \mu \le \tilde{\mu}_n \\ [\mu, 0, ..., 0] & \text{für } \mu \ge \tilde{\mu}_n \end{cases},$$

wobei die kritische Gesamtfälschung $\tilde{\mu}_n$ gegeben ist durch

$$\phi\left(U_{1-\alpha} - \frac{\tilde{\mu}_n}{n}\right) - \frac{1}{n}\cdot\phi\left(U_{1-\alpha} - \tilde{\mu}_n\right) - (1 - \frac{1}{n})(1-\alpha) = 0,$$

wobei $\phi(.)$ die Standardnormalverteilung und U(.) ihre Umkehrung ist. Für den Inspektor ist hier wiederum der D - Test mit einer sehr einfachen Teststatistik der Gleichgewichtstest. Für den Inspizierten jedoch existieren nun zwei Typen von Lösungen, abhängig von der Höhe der Gesamtfälschung. Wenn wenig gefälscht wird, ist die Lösung identisch mit der Lösung des maximalen Stichprobenumfangs. Soll jedoch eine große Fälschung vorgenommen werden, so ist die optimale Strategie diese Fälschung an nur einem Datum vorzunehmen. Der Grund dabei ist die Hoffnung, daß dieses gefälschte Datum nicht das Datum ist, das kontrolliert wird.

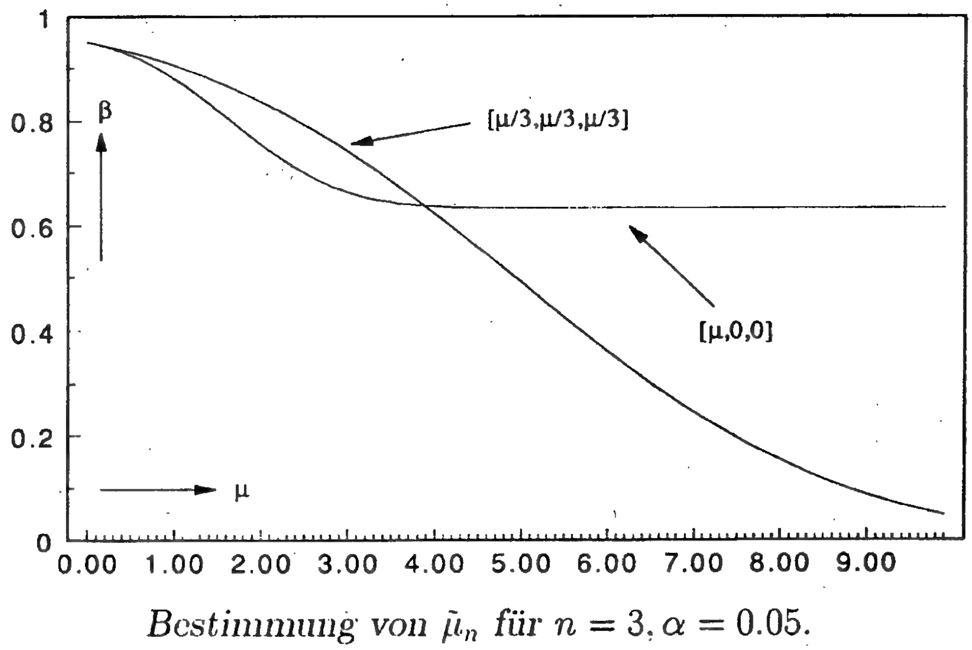


Abbildung 5: Bestimmung der kritischen Gesamtfälschung $\tilde{\mu}_n$ für n=3, k=1, α=0.05

5.3 Allgemeinere Fälle

Für allgemeinere als die bisher behandelten Fälle lassen sich nach dem heutigen Kenntnisstand keine expliziten Lösungen angeben. Zu diesem Zweck betrachten wir den einfachsten allgemeinen Fall, n=3, k=2, der von G. Piehlmeier (1996) ausführlich behandelt wurde.

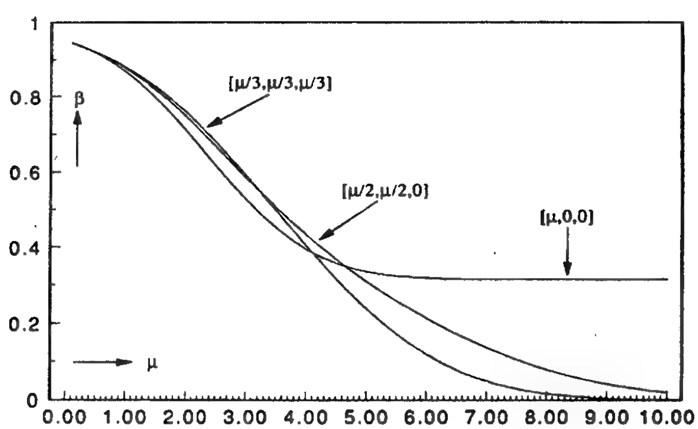


Abbildung 6: Nichtentdeckungswahrscheinlichkeiten β des D-Tests für verschiedene Fälschungsstrategien für n=3, k=2

In Abbildung 4 sind die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeiten β des D-Tests für die Verfälschungsstrategien $(\mu/3,\mu/3,\mu/3)$, $(\mu/2,\mu/2,0)$, $(\mu,0,0)$ als Funktion der Gesamtfälschung μ angegeben. Man könnte nun annehmen, daß in den Bereichen in denen β für die jeweilige Strategie maximal ist, die zugehörige Strategie auch die Gleichgewichtsstrategie ist. Dem ist aber nicht so, es stellt sich heraus, daß Mischungen dieser Strategien betrachtet werden müssen.

Erst in jüngster Zeit wurde von Battenberg und Falkowski (1997) mit Hilfe von Fixpunkt - Betrachtungen und aufwendigen maßtheoretischen Techniken gezeigt, daß das Zweipersonen-Nullsummenspiel $(\Delta_\alpha, M, 1-\beta)$ in der Tat ein Gleichgewicht in gemischten Strategien besitzt.

6 Numerische Untersuchungen für den Fall *n*=3, *k*=2

Nachdem die Existenz von Lösungen theoretisch bewiesen ist, kann man mit Hilfe numerischer Verfahren und geeigneter Computerprogramme Lösungen für den kritischen Bereich aus 4.3 bestimmen. Auf diesem Weg kann man zeigen, daß für den Bereich 3,22 bis 5,34 folgendes gilt:

- Für μ zwischen 3,22 und 3,83 existiert eine Lösung in zwei gemischten Strategien, die aus der *gleichmäßigen Verfälschung* $(\mu/3,\mu/3,\mu/3)$ und der *Zweipunktverfälschung* $(\mu/2,\mu/2,0)$ besteht.
- Für μ zwischen 4,52 und 5,34 existiert ebenfalls eine Lösung in zwei gemischten Strategien, nämlich wiederum der *gleichmäßigen Verfälschung* $(\mu/3,\mu/3,\mu/3)$ und der *Einpunktverfälschung* $(\mu,0,0)$.
- Für den Bereich zwischen 3,83 und 4,52 kann man numerisch ebenfalls nachweisen, das Lösungen in gemischten Strategien existieren. In diesem Bereich müssen mehr als zwei Strategien gemischt werden, welche jedoch im Bereich selbst wechseln.

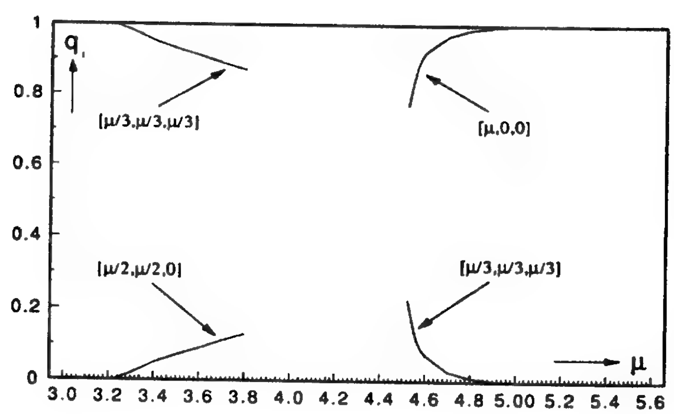


Abbildung 7: Mischungsverhältnisse der reinen Strategien beim Datenverifikationsproblem (n=3, k=2)

7 Praktische Vorgehensweise

Da für beliebige n und k selbst die numerische Bestimmung der Gleichgewichtsstrategien beider Spieler sehr schwierig ist, wird folgendes praktische Näherungsverfahren empfohlen.

Wie schon Abbildung 5 zu entnehmen ist, liegen beim D-Test die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeiten für die Einpunktverfälschung einerseits und für alle anderen Verfälschungsstrategien andererseits sehr dicht beieinander. Daher wird, wie beim minimalen Stichprobenumfang, die kritische Gesamtverfälschung bestimmt, bei der die optimierende Strategie wechselt; für kleine Gesamtverfälschungen wird dann der D-Test und für große Gesamtverfälschungen ein einfaches *attribute sampling* Verfahren verwendet.

8 Literatur

Arkin,H.: *Handbook of Sampling of Auditing and Accounting*. 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1974.

Avenhaus, R: *Safeguards Systems Analysis*. Plenum Publisher, New York, 1986.

Avenhaus, R: *Decision Theoretic Analysis of Pollutants Emmissions Monitoring Pro*cedures. Annals of Operations Research 54, 1994, S. 23-38.

Avenhaus, R.; Battenberg, H.P.; Falkowski, B.J.: *Optimal Data Verification Tests*. Journal Operations Research 39, No.2, 1991, S. 341-348.

Avenhaus, R.; Canty, M.: *Compliance Quantified*. Cambridge University Press, Cambridge 1996.

Battenberg, H.P.; Falkowski, B.J.: *On Saddelpoints of Two-Person Zero-Sum Games with Applications to Data Verification Tests*. Wird veröffentlicht im International Journal for Game Theory.

Borch,K.: *Insuring and Auditing the Auditor*. In: Games, Economic Dynamics, Time Series Analysis. M. Deistler, E. Fürst, G. Schwödiauer (eds.), Physica-Verlag, Würzburg, 1982.

Borch,K.: *Economics of Insurance*, Advanced Textbooks in Economics, Vol. 29, North-Holland, Amsterdam, 1990.

Bowen, W.M.; Bennett, C.A.: *Statistical Methodology for Nuclear Material Management*. Report NUREG/CR-4604 PNL-5849 bearbeitet für die U.S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, D.C., 1988.

Brams, S.; Davis, M.D.: *The Verification Problem in Arms Control: A Game Theoretic Analysis*. In: Interaction and Communication in Global Politics, C. Ciotti-Revilla, R.L. Merritt und D.A. Zinnes (Eds.), Sage, London, 1987.

Brams, S.; Kilgour, M.: *Game Theory and National Security, Chapter 8*. Basil Blackwell, New York, 1988.

Güth, W.; Pethig, R.: *Illegal Pollution and Monitoring the Unknown Quality- A Signaling Game Approach*. In: Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources, R. Pethig (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1992.

Jaech, J.L.: *Statistical Methods in Nuclear Material Control*. Technical Information Center, U.S. Atomic Energy Commission TID-26298, Washington, D.C., 1973.

Kilgour, M.: *Site Selection for On-Site Inspection in Arms Control*. Arms Control 13, 1992.

G. Piehlmeier: *Spieltheoretische Untersuchung von Problemen der Datenverifikation*. Dissertation Universität der Bundeswehr München, Verlag Dr. Kovac, Hamburg 1996.

Russel, G.S.: *Game Models for Structuring, Monitoring and Enforcement Systems*. Natural Research Modeling 4, 1990.

Andreas Wölling
Fakultät für Informatik
Universität der Bundeswehr München

Das Führerschaftsprinzip bei Inspektionsspielen

Protokoll von

Dirk-Alexander Segger
Prachapan Tanvilai

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 30. Mai 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

Inspektionsspiele sind 2-Personen-Spiele zwischen einem Inspektor und einem Inspizierten als Spielern. Ein solches Spiel modelliert eine Situation, in der der Inspizierte sich im Rahmen eines Vertrages dazu verpflichtet hat, bestimmte Regeln einzuhalten, sich also auf gewisse Weise „legal" zu verhalten, andererseits aber Anreize hat, von diesem Verhalten abzuweichen. Das Ziel des Inspektors ist es, von solchen Abweichungen durch im Vertrag festgelegte Überwachungsmaßnahmen abzuschrecken.

Angewandt wurden Inspektionsspiele bereits in vielfältiger Form auf Kontrollen im Rahmen des Nichtverbreitungsvertrages für Kernwaffen durch die Internationale Atomenergie-Organisation (IAEA) in Wien, beim Vertrag über konventionelle Streitkräfte in Europa sowie bei der Überwachung von Atomwaffentest-Verträgen.

Eine andere Anwendung sind Kontrollen im Rahmen von Verträgen über die Nutzung gemeinsamer Ressourcen, z.B. bei der Aufteilung der Wasserressourcen zwischen Israel und Jordanien (Jordan) oder zwischen der Türkei und Syrien bzw. dem Irak (Euphrat, Tigris)

Zunächst einmal wollen wir klären, was unter Inspektionsspielen zu verstehen ist. Eine Person, Organisation oder Staat, im folgenden Inspizierter (Spieler 2) genannt, verpflichtet sich im Rahmen eines Vertrages bestimmte Regeln einzuhalten. Eine andere Person, Staat oder eine Behörde, im folgenden Inspektor (Spieler 1) genannt, ist damit beauftragt, mit Hilfe von im Auftrag festgelegten Überwachungsmaßnahmen die Einhaltung dieser Regeln seitens des Inspizierten zu kontrollieren. Es handelt sich hier also im wesentlichen um ein 2-Person-Spiel. Das Szenario ließe sich noch auf n-Personen-Spiele verallgemeinern, diese Verallgemeinerung wird aber aus Komplexitätsgründen in diesem Vortrag nicht behandelt.

1.1 Normalform

Trotz der sehr unterschiedlichen Beispiele liegt den erwähnten Problemstellungen eine ähnliche Struktur zugrunde, die wir im folgenden spieltheoretisch modellieren und zunächst mit herkömmlichen Methoden zu lösen versuchen.

Gegeben sei also die in Abbildung 1 dargestellte Auszahlungsstruktur (Normalform), wobei Spieler 1 den Inspektor und Spieler 2 den Inspizierten bezeichne. l bzw. $\bar{l}$ steht für legales bzw. illegales Verhalten von 2 und K bzw. $\bar{K}$ für Kontrolle bzw. keine Kontrolle seitens Spieler 1. Weiterhin seien alle Variablen positiv.

Falls Spieler 1 nicht kontrolliert, also $\bar{K}$ wählt, ist es für Spieler 2 vorteilhaft, sich illegal zu verhalten (d>0), also $\bar{l}$ zu spielen. Bei illegalem Verhalten von Spieler 2 ist es wiederum für Spieler 1 von Vorteil, zu kontrollieren ($-a$<$-c$). Bei Kontrolle seitens Spieler 1 wird sich natürlich Spieler 2 wieder legal verhalten (0>$-b$) und bei legalem Verhalten bräuchte Spieler 1 nicht mehr zu kontrollieren (0>$-e$). Es ergibt sich hier also eine zyklische Präferenzstruktur, auf die wir gleich noch zu sprechen kommen.

		q_1	q_2
	1 \ 2	l	$\bar{l}$
p_1	$\bar{K}$	0 0	$+d$ $-c$
p_2	K	0 $-e$	$-b$ $-a$

Abbildung 1: 2x2-Spiel in Normalform

1.2 Simultanes Spiel

Wir betrachten zunächst das simultane Spiel. Ein simultanes Spiel ist dann gegeben, wenn beide Spieler ihre Strategien „gleichzeitig" bzw. ohne Wissen über die Strategie des anderen Spielers wählen. Das allgemeine Lösungskonzept geht auf J. F. Nash (1951) zurück:

Definition 1

Eine Strategienkombination (p^*,q^*) heißt Nash-Lösung des simultanen Spiels genau dann, wenn

$$I_1(p^*,q^*) \geq I_1(p,q^*) \text{ für alle } p \in P$$
$$I_2(p^*,q^*) \geq I_2(p^*,q) \text{ für alle } q \in Q,$$

wobei I_1 und I_2 die Auszahlungen und P bzw. Q die Strategienmengen von Spieler 1 bzw. Spieler 2 sind.

Wenn Spieler 1 von p^* nach p (einseitig) abweicht, kann er sich nicht verbessern, er wird sich in der Regel sogar verschlechtern. Das gleiche gilt für Spieler 2. Beide Spieler haben also im (Nash-) Gleichgewicht keinen Anreiz eine andere Strategie zu wählen.

Durch die Analyse der Präferenzstruktur im obigen Beispiel erkennt man, daß keine Nash-Gleichgewichtspunkte in reine Strategien existieren können. Der Existenzsatz von Nash (1951) sichert aber die Existenz eines Gleichgewichtspunktes, d.h. das einzige Gleichgewicht liegt in gemischten Strategien. Es ergibt sich

$$p^* = (p_1^*, p_2^*) = \left(\frac{b}{b+d}, \frac{d}{b+d}\right)$$

$$q^* = (q_1{}^*, q_2{}^*) \;=\; \left(\frac{e}{e+c-a}\,,\;\frac{c-a}{e+c-a}\right).$$

Das heißt, daß sich der Inspizierte im Gleichgewicht des simultanen Spieles mit Wahrscheinlichkeit $q_2{}^*$ illegal verhält, was der Inspektor (Spieler 1) natürlich vermeiden möchte. Man kann sich nun fragen, ob es eine Möglichkeit für den Inspektor gibt, den Inspizierten zu legalem Verhalten zu bewegen (Abschreckung).

1.3 Ankündigung der eigenen Strategie

Es gibt nun bei Inspektionsspielen eine Besonderheit, die die Möglichkeit der Ankündigung der eigenen Strategie durch den Inspektor beinhaltet. Wichtig hierbei ist, daß nur er seine Strategie ankündigen kann, denn der Inspizierte hat sich laut Vertrag zu legalen Verhalten verpflichtet. Spieler 2 kann nicht vor „Spielbeginn" ankündigen, daß er mit positiver Wahrscheinlichkeit illegal handelt, also den Vertrag verletzt, obwohl dies für ihn von der Auszahlungsstruktur her einen Vorteil bedeutet: im obigen Beispiel könnte Spieler 2 durch Ankündigung von $q=(q_1,q_2)$ mit $0<q_1<(c-a)/(e+c-a)$ eine positive Auszahlung erhalten, sich also im Vergleich zum simultanen Spiel verbessern. Spieler 1 dagegen kann sehr wohl eine Strategie ankündigen und muß nun überlegen, ob und wie er das ausnutzen kann. Und in der Tat kann er diese Asymmetrie in vielen Fällen ausnutzen, was wir im folgenden zeigen wollen.

2 Prinzip der Führerschaft

Ausgehend von der Definition des Nash-Gleichgewichtes im simultanen Spiel, werden wir zunächst versuchen, diese Konzept auf die Führerschaftsvariante zu übertragen. Mittels geeigneter Modifikationen kommen wir damit zu einer brauchbaren Definition und einer Existenz- und Optimalitätsaussage.

2.1 Führerschaftsspiel

Ein Zweipersonen-Spiel, bei dem ein Spieler, hier mit Spieler 1 bezeichnet, seine Strategie in glaubhafter und für den anderen Spieler erkennbarer Weise ankündigt, bezeichnen wir als Führerschaftsspiel. Wesentlich hierbei ist, daß die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Spieler 1 muß sich an seine Ankündigung halten,
- Spieler 2 hat keine Zweifel über die Glaubwürdigkeit von Spieler 1, und
- Spieler 2 erhält die richtige Information über die von Spieler 1 gewählte Strategie.

Falls diese Bedingungen nicht erfüllt sind, erhält man in der Regel wieder ein simultanes Spiel.

2.2 Extensive Form

Das Führerschaftsspiel kann man folgendermaßen als extensives Spiel darstellen, siehe Abbildung 2.

Spieler 1 wählt seine Strategie p und kündigt diese an. Spieler 2 wählt daraufhin seine Antwortstrategie in Abhängigkeit von p. Er weiß also genau, in welchem Informationsbezirk er sich befindet.

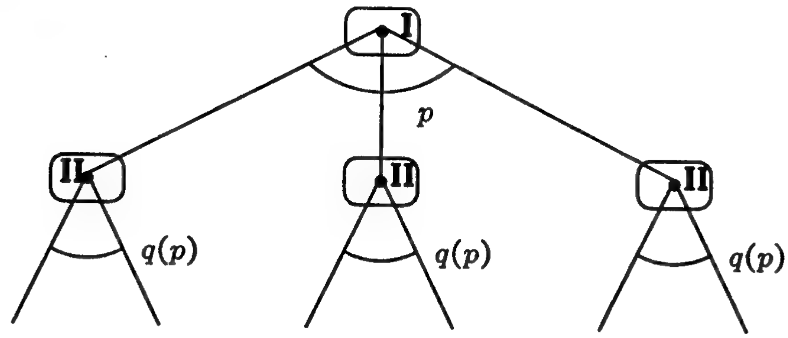


Abbildung 2: Extensive Form des Führerschaftsspiels

Welche Strategienmengen erhalten wir nun gegenüber dem ursprünglichen Spiel?

Spieler 1 hat weiterhin die gleiche Strategienmenge wie im simultanen Spiel. Die Strategien von Spieler 2 in diesem neuen Spiel (Führerschaftsspiel) sind jetzt die Funktionen auf der Strategienmenge P von Spieler 1 mit Werten in den Strategien Q von Spieler 2, also

$$Q^P := \{\, q(\cdot) \mid q\colon P \to Q \,\}\,.$$

2.3 Lösung Führerschaftsspiel: 1. Versuch

Man kann nun wieder eine Nash-Lösung des Führerschaftsspiels mit den geänderten Strategien von Spieler 2, die jetzt keine Punkte oder Vektoren, sondern Funktionen sind, aufstellen.

Definition 2

Ein Strategienkombination (p^*,q^*) mit $p^* \in P$ und $q^* \in Q^P$ heißt Nash-Lösung des Führerschaftsspiels genau dann , wenn

$$I_1(p^*,q^*(p^*)) \geq I_1(p,q^*(p^*)) \text{ für alle } p \in P$$
$$I_2(p^*,q^*(p^*)) \geq I_2(p,q(p^*)) \text{ für alle } q(\cdot) \in Q^P,$$

wobei I_1 und I_2 die Auszahlungsfunktionen von Spieler 1 bzw. Spieler 2 sind.

Wichtig hierbei ist, daß die Funktion q lediglich an der Stelle p^* ausgewertet wir. Man kann nun zeigen, daß diese Voraussetzung sehr unangenehme Eigenschaften hat, denn es existieren in der Regel sehr viele solcher Lösungen (Gleichgewichtspunkte), die auch z.T. zu völlig unsinnigen Ergebnissen führen. Wir wollen deshalb im folgenden versuchen, die Menge der Lösungen, welche die Nash-Ungleichungen liefert, in geeigneter Weise einzuschränken.

2.4 Lösung Führerschaftsspiel: 2. Versuch

Zunächst ist zu überlegen, welche Strategien für Spieler 2 von Bedeutung sind,. d.h. Strategien, die er in einem Spiel tatsächlich in Betracht ziehen würde.

Wenn Spieler 1 eine Strategie ankündigt, wird Spieler 2 natürlich seine beste Antwort spielen. Deshalb kann man sich im folgenden auf die sogenannten *rationalen Antworten* von Spieler 2 beschränken, also diejenigen Strategien (Funktionen), die für Spieler 2 die Auszahlung gleichmäßig maximieren:

$$q(\cdot) \in Q^P \text{ mit } I_2(p,q(p)) = \max_{z \in Q} I_2(p,z),$$

d.h. für jedes p wählt Spieler 2 einen Punkt $q(p)$, so daß seine Auszahlung maximiert wird. Dieser Punkt muß nicht eindeutig sein. Die Funktionen q, die diese Bedingungen erfüllen nennen wir „rationale Antworten". Mit Hilfe dieser Strategien läßt sich die Menge der Nash-Lösungen wie folgt einschränken:

Definition 3

Ein Punkt (p^*, q^*) mit $p^* \in P$ und $q^* \in Q^P$ heißt Stackelberg-Lösung des Führerschaftsspiels genau dann, wenn

$$I_1(p^*,q^*(p^*)) \geq I_1(p,q^*(p)) \text{ für alle } p \in P$$
$$I_2(p,q^*(p)) \geq I_2(p,q(p)) \text{ für alle } q(\cdot) \in Q^P, p \in P$$

wobei I_1 und I_2 wieder die Auszahlungsfunktionen von Spieler1 bzw. Spieler 2 sind.

3 Allgemeine Eigenschaften

3.1 Eigenschaften von Stackelberg-Lösungen

Wir betrachten nun einige Eigenschaften der (Stackelberg-) Lösungen des Führerschaftsspiels. Wie sich leicht einsehen läßt, gilt

- Jede Stackelberg-Lösung ist auch eine Nash-Lösung im Führerschaftsspiel., denn rationale Antwort heißt, daß Spieler 2 für jeden Punkt, den Spieler 1 ankündigt, seine beste Gegenstrategie wählt. Bei der Nash-Lösung war dieses nur in einem Punkt gefordert, und zwar für den Punkt p^*.
- Definition 3 charakterisiert gerade die teilspielperfekten Nash-Lösungen des Führerschaftsspiels.
- Gemäß Definition 3 lassen sich Nash-Lösungen sehr einfach für maximal 3 reine Strategien für beide Spieler durch Rückwärtsinduktion bestimmen. Dadurch ist es bei solch kleinen Spielen meist einfacher, die Gleichgewichtspunkte des Führerschaftsspiels zu bestimmen, als die des simultanen Spiels.

3.2 Existenz

Wir kommen nun zum Existenzsatz (vgl. auch M. Simaan, J. B. Cruz (1973)).

Satz 1

Gegeben sei ein Zweipersonen-Spiel mit kompakten Strategienmengen und stetigen Auszahlungsfunktionen für beide Spieler. Dann existiert im Führerschaftsspiel eine Stackelberg-

Lösung (p^{**},q^{**}) mit mindestens ebenso guter Auszahlung für Spieler 1, wie die auszahlungsmaximierende Nash-Lösung im simultanen Spiel, d.h. es gilt

$$I_1(p^{**},q^{**}) \geq I_1(p^*,q^*)$$

für alle Nash-Gleichgewichte (p^*,q^*) des simultanen Spiels.

Wenn man vom simultanen Spiel ausgeht und seine Strategie ankündigt, könnte man sich also die beste Gleichgewichtsauszahlung des simultanen Spiels im Führerschaftsspiel sichern. Der Satz besagt, daß man sich tatsächlich verbessern kann, wenn man seine Strategie ankündigt.

Sollte es mehrere Stackelberg-Lösungen geben, so kann es vorkommen, daß einige zu schlechteren Auszahlungen führen, als die der auszahlungsmaximierenden Nash-Lösung im simultanen Spiel. Jedoch bringt laut Satz 1 mindestens eine der Lösungen eine maximale Auszahlung.

3.3 Beispiel

Ein Beispiel eines 2×3 Inspektionsspieles in Normalform ist in Abbildung 3 gegeben:

		q_1	q_2	q_3
	2 1	3	4	5
p_1	1	0 1	1 0	2 2
p_2	2	3 5	3 1	0 0

Abbildung 3: Normalform eines nichtkooperativen Zweipersonen-Spiels

3.4 Nash-Lösungen im simultanen Spiel

Die Nash-Lösungen des zur obigen Normalform gehörenden simultanen Spiels sehen folgendermaßen aus:

1. $p^* = (\frac{3}{4},\frac{1}{4}), q^* = (0,\frac{2}{3},\frac{1}{3})$ mit $I_1(p^*,q^*) = \frac{2}{3}$ und $I_2(p^*,q^*) = \frac{2}{3}$,
2. $p^* = (1,0), q^* = (0,0,1)$ mit $I_1(p^*,q^*) = 2$ und $I_2(p^*,q^*) = 2$,

3. $p^* = (0,1), q^* = (1,0,0)$ mit $I_1(p^*,q^*) = 5$ und $I_2(p^*,q^*) = 3$,

4. $p^* = (0,1), q^* = (0,1,0)$ mit $I_1(p^*,q^*) = 1$ und $I_2(p^*,q^*) = 3$.

Die 3. Lösung ist diejenige, bei der die Auszahlung des Inspektors maximal ist. Bei dieser Nash-Lösung würde Spieler 1 die Auszahlung 5 und Spieler 2 die Auszahlung 3 erhalten.

3.5 Stackelberg-Lösungen

Die Stackelberg-Lösungen des zur Normalform aus Abbildung 3 gehörenden Führerschaftsspiels ergeben sich wie folgt:

$$p^{**} = (0,1); q^{**}(p) = \begin{cases} (q_1, q_2, 0) & \text{für } p_1 = 0 \\ (0,1,0) & \text{für } 0 < p_1 < \frac{3}{4} \\ (0, q_3, q_4) & \text{für } p_1 = \frac{3}{4} \\ (0,0,1) & \text{für } \frac{3}{4} < p_1 < 1 \end{cases}$$

wobei $\frac{1}{4} \leq q_1 \leq 1$, $q_2 = 1 - q_1$ und $q_3 = 1 - q_4$ beliebig sind, und

$$p^{**} = (0,1); q^{**}(p) = \begin{cases} (q_1, q_2, 0) & \text{für } p_1 = 0 \\ (0,1,0) & \text{für } 0 < p_1 < \frac{3}{4} \\ (0, q_3, q_4) & \text{für } p_1 = \frac{3}{4} \\ (0,0,1) & \text{für } \frac{3}{4} < p_1 < 1 \end{cases}$$

wobei wieder $0 \leq q_1 \leq \frac{3}{4}$, $q_2 = 1 - q_1$ und $q_3 = 1 - q_4$ beliebig sind.

Es gibt also, wie Satz 1 schon besagt, eine Stackelberg-Lösung, die genauso gut für Spieler 1 ist, wie die beste Nash-Lösung im simultanen Spiel. Das Beispiel zeigt aber auch, daß es durchaus schlechtere Stackelberg-Lösungen geben kann.

4 Problematik der Definition

Wie schon angedeutet, können sich in der Praxis Probleme ergeben, die dadurch entstehen, daß die beste Antwort von Spieler 2 im (Stackelberg-) Gleichgewicht in der Regel nicht eindeutig ist. Da sich Spieler 1 aber an seine Ankündigung halten muß, kann es passieren, daß er eine schlechtere Auszahlung erhält, weil Spieler 2 mehreren gleichwertigen Antworten wählen kann. Keine dieser Antworten kann Spieler 1 erzwingen; gerade das war aber der Grund für die Ankündigung der eigenen Strategie durch den Inspektor.

Für das erste Beispiel ergibt sich die in Abbildung 4 dargestellte Situation.

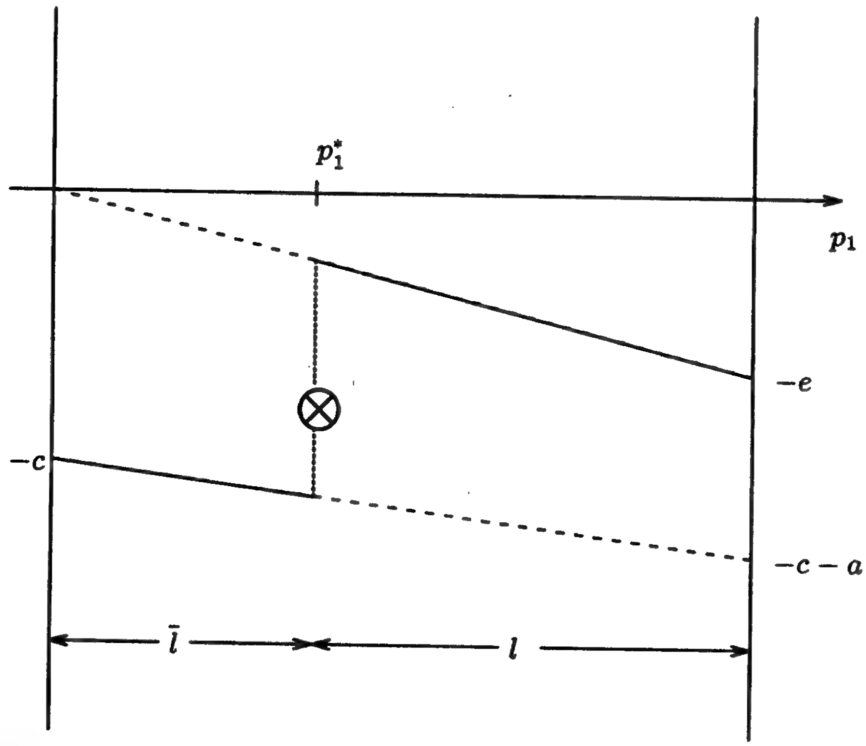


Abbildung 4: Auszahlung von Spieler 1 als Funktion von p_1 bei legalem Verhalten (obere Gerade) bzw. illegalem Verhalten (untere Gerade) von Spieler 2. ⊗ stellt die Auszahlung für Spieler 1 im simultanen Spiel dar

Für $p_1 < p_1{}^*$ ist die beste Antwort von Spieler 2 illegales Verhalten ($\bar{l}$). Für $p_1 > p_1{}^*$ ist die beste Antwort von Spieler 2 legales Verhalten (l). Sollte Spieler 1 jedoch gerade $p_1{}^*$ ankündigen, also die Stackelberg-Lösung, so ist Spieler 2 indifferent. Er kann in diesem Fall also jede gemischte Strategien wählen und wenn er eine echt gemischte Strategie wählt, dann hätte Spieler 1 eine Auszahlung, die sich auf der vertikalen Geraden befindet. Spieler 1 muß sich nach Voraussetzung aber an seine angekündigte Strategie halten. Er kann Spieler 2 hier nicht zu legalem Verhalten zwingen

Wir suchen nun eine praktikable Lösung. Wie sich Spieler 2 verhalten wird, kann man ohne Zusatzvoraussetzungen nicht vorhersagen (er ist schließlich zwischen seine Alternativen indifferent). Wenn Spieler 1 auf seine maximale Auszahlung zugunsten einer „etwas" schlechteren Strategie ($p_1{}^*\pm\varepsilon$) verzichtet, kann er Spieler 2 zu legalem Verhalten zwingen, indem er statt $p_1{}^*$ die Strategie $p_1{}^*+\varepsilon$ ankündigt. Spieler 2 muß sich am Punkt $p_1{}^*+\varepsilon$ legal verhalten, weil an dieser Stelle seine beste Anwort eindeutig ist. Spieler 1 kann hier seine Auszahlung im Vergleich zu simultanen Spiel sogar verbessern, wenn auch nicht maximieren, siehe Abbildung 5.

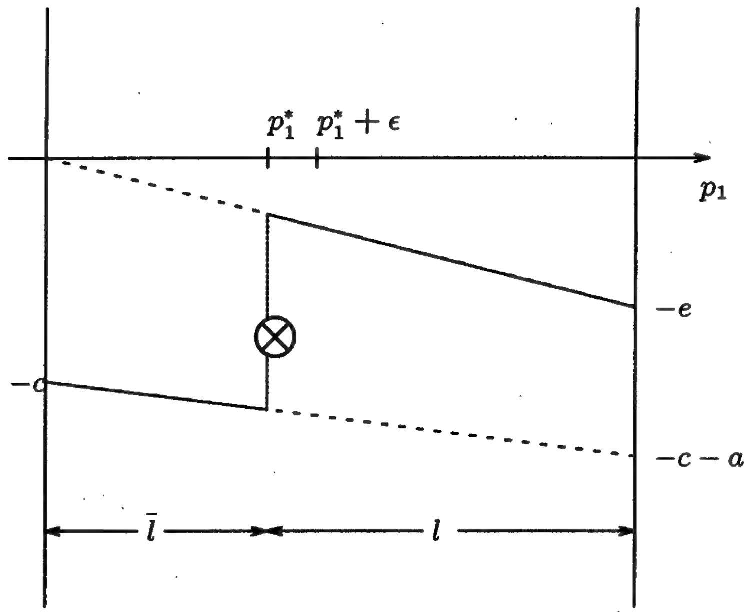


Abbildung 5: Lösungsmöglichkeit mittels ε-Strategie

5 Abschließendes Beispiel: Anwesenheitskontrolle im Oberseminar

Zum Abschluß sei hier noch ein für die Veranstalter und die Teilnehmer relevantes Beispiel vorgestellt: Anwesenheitskontrolle im Oberseminar.

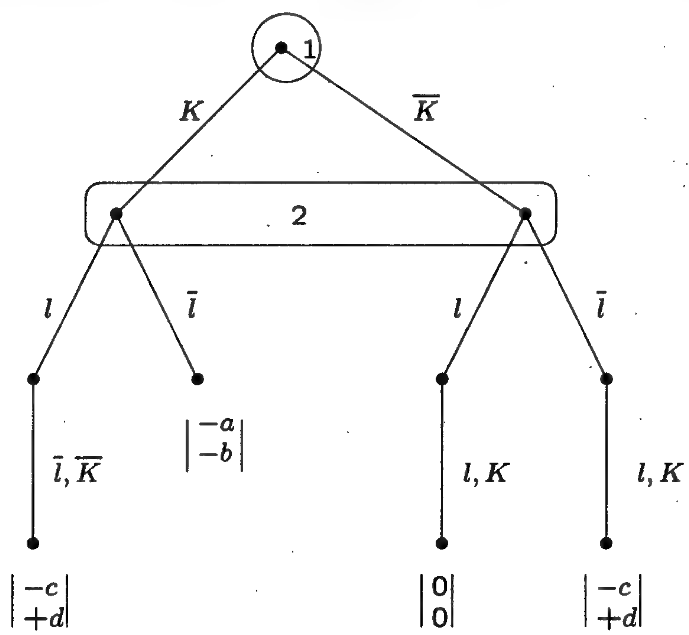


Abbildung 6: Extensive Form des zweistufigen Spiels mit $0 < a < c$, $0 < d$, $0 < b$.

Die Modellierung gestaltet sich zunächst allerdings etwas komplizierter, da es zu jedem Oberseminar 2 Vorträge gibt. Wir haben also ein zweistufiges Spiel (2 Vorträge) zu betrachten. Dieses Problem wurde im Rahmen des Oberseminars auch schon von K. Rinderle behandelt.

Wie sieht nun die extensive Form aus, wenn wir eine Kontrolle zur Verfügung haben:

Auf der 1. Stufe haben wir ein normales simultanes Spiel. In der 2. Stufe ergibt sich dann praktisch kein Spiel mehr, weil entweder auf Stufe 1 kontrolliert wurde und damit für die 2. Stufe kein Kontrolle mehr übrig bleibt oder auf Stufe 1 wurde nicht kontrolliert, was wiederum eine sichere Kontrolle auf der 2. Stufe nach sich zieht (siehe Abbildung 6).

Zur Lösung dieses Beispiels betrachten wir die zugehörige, in Abbildung 7 wiedergegebene Normalform.

		q_1	q_2
	1 \ 2	l	$\bar{l}$
p_1	$\bar{K}$	0 / 0	$+d$ / $-c$
p_2	K	$+d$ / $-c$	$-b$ / $-a$

Abbildung 7: Normalform des zweistufigen Spiels.

Wir betrachten zunächst das simultane Spiel. Es ergibt sich wieder eine zyklische Präferenzstruktur, d.h. es existiert kein Gleichgewichtspunkt in reinen Strategien. Der einzige Gleichgewichtspunkt in gemischten Strategien ist

$$p^* = \left(\frac{d+b}{2d+b}, \frac{d}{2d+b}\right)$$
$$q^* = \left(\frac{c-a}{2c-a}, \frac{c}{2c-a}\right).$$

Also gibt es mit positiver Wahrscheinlichkeit ein illegales Verhalten von Spieler 2.

Wie ändert sich die Lösung des Spiel, wenn man eine Strategie ankündigt? Die Stackelberg-Lösung für Spieler 1 ist hier gerade wieder

$$p^* = \left(\frac{d+b}{2d+b}, \frac{d}{2d+b}\right).$$

Er muß also genau diejenige Strategie ankündigen, die sich für ihn im simultanen Spiel als (Nash-) Gleichgewichtsstrategie ergibt. Was ist aber nun die beste Anwort von Spieler 2 gemäß dem Stackelberg-Kriterium auf diese Strategie? Die beste Antwort von Spieler 2 auf diese Strategie ist

$$q^*(p^*) = (1,0)$$

also legales Verhalten!

6 Literatur

Nash, J. F.: *Non-Cooperative Games.* Annals of Mathematics 54.2, (1951), S. 286-295.

Simaan, M; Cruz, J. B.: *On the Stackelberg Strategy in Nonzero-Sum Games.* Journal of Optimization, Theory and Applications 11.5, (1973), S.533-555.

v. Stackelberg, H.: *Marktform und Gleichgewicht.* Springer Verlag, Wien und Berlin (1934).

D. Marc Kilgour
Wilfrid Laurier University
Waterloo, Ontario Kanada

Das Truel

Protokoll von

Oliver Brenner
Peter Seeser

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 23. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

„Truels" behandeln Konflikte zwischen drei Spielern. Dieses Kunstwort ist aus dem englischen Wort für Duell „duel" abgeleitet. Das typische an einem Truel ist, daß zu einem Zeitpunkt immer nur ein Spieler handeln kann und daß der weitere Spielverlauf durch den Erfolg des jeweils letzten Zuges bestimmt wird. Die Reihenfolge in der die Spieler zum Zuge kommen wird durch einfache Interaktionsregeln bestimmt. In einer klassischen Spielsituation wird solange gespielt, bis nur noch ein Spieler übrig bleibt, oder bis alle aufgegeben haben. Es gibt aber auch die Möglichkeit, daß ähnlich wie bei einem Gefecht im Krieg, alle Parteien gleichzeitig handeln können. Jeder Spieler verfolgt primär das Ziel zu überleben, daneben gibt es aber auch die Möglichkeit, einem anderen Spieler zum Überleben zu verhelfen. Diese Betrachtungen führen zur nachfolgenden Charakterisierung eines Truels.

2 Das Truel

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Spielregeln eines Truel vorgestellt. Die Wahl dieser Regeln unterteilt die Gesamtheit der Truels in verschiedene Gruppen.

2.1 Verschiedene Arten der Truels (Interaktionsregeln)

Die Ereignisse innerhalb eines Zuges, und damit auch dessen mögliche Ergebnisse, sind durch die Festlegung der Interaktionsregeln („firing rules" / Fortschaltevorschriften) bestimmt. Es gibt drei Möglichkeiten, die zu völlig unterschiedlichen Ergebnissen führen können:

- Eine regelmäßig sequentielle Abfolge der Interaktionen wird festgelegt. In diesem Fall ist von vornherein festgelegt, in welcher Reihenfolge die Spieler aufeinander feuern.
- Eine unregelmäßig zufällige Abfolge der Interaktionen wird festgelegt. Zwar darf auch hier immer nur ein Spieler feuern, aber es ist nicht festgelegt, wer am Zug ist.
- Die Interaktionen finden simultan statt. Hier feuern alle Spieler gleichzeitig.

Die Gesamtheit der Truels wird nach diesen Interaktionsregeln entsprechend unterteilt.

2.2 Anzahl der Schüsse

Ein weiterer Parameter ist die Anzahl der Schüsse („bullets"). Hierbei ist zu unterscheiden ob die Anzahl der Schüsse begrenzt ist oder ob eine unbegrenzte Anzahl von Schüssen zur Verfügung steht, dies ist gleichbedeutend mit beliebig vielen Spielzügen. Von dieser Unterscheidung ist es auch abhängig, ob ein eindeutiges Ergebnis erzielt werden kann oder ob zu irgendeinem Zeitpunkt eine Bilanz gezogen werden muß. In diesem Fall kann es passieren, daß ein Spiel unentschieden ausgeht.

2.3 Spielstrategien

Es ist bedeutsam ob ein Spieler jedesmal einen gezielten Schuß abgeben muß oder ob er auch die Wahl hat, nicht zu schießen. So ist es dem einzelnen Spieler möglich, einen anderen zu begünstigen, indem er eine Koalition eingeht. Es ist auch möglich, daß ein anderer Spieler seinen eigenen Zug davon abhängig macht, ob ein Spieler gegen ihn Aggressivität zeigt oder nicht.

2.4 Berücksichtigung der Trefferwahrscheinlichkeit

Für ein gewähltes Ziel wird bei der Modellierung eine Trefferwahrscheinlichkeit („marksmanship") festgelegt. Diese Trefferwahrscheinlichkeit beschreibt unter anderem das Können eines einzelnen Schützen und einen gewissen Streuungsfaktor für andere Einflüsse z.B. Wind und Wetter. Es ist eine individuelle Wahrscheinlichkeit, die für jede Schütze-Ziel-Kombination neu gewählt werden kann. Diese Wahrscheinlichkeit ist mit taktischen Vernichtungswahrscheinlichkeiten vergleichbar.

3 Ziele

Man unterscheidet zwischen dem primären Ziel, dem sekundären Ziel und drittrangigen Zielen. Bei einer klassischen Spielsituation ist das primäre Ziel die eigene Überlebenswahrscheinlichkeit zu optimieren. Hierbei ist die bevorzugte Strategie, zuerst den Gegner bekämpfen, den man leichter ausschalten kann („stronger opponent equilibrium"). Falls das primäre Ziel (das eigene Überleben) nicht erreicht werden kann, so bietet es sich an so zu spielen, daß auch kein anderer überlebt, dies ist in diesem Fall das sekundäre Ziel. Solche Überlegungen wird man hauptsächlich bei Spielsituationen mit simultaner Schußabgabe verfolgen. Als drittrangiges Ziel könnte man anstreben, daß zumindest der Gegner („antagonist") nicht überlebt, und dies setzt voraus, daß man eine einseitige oder beidseitige Allianz eingeht, dies ist mit der Neutralität oder einem Nichtangriffspakt vergleichbar. Zur Verdeutlichung eines solchen Spielverlaufes, sei ein 3x3x3 Spiel gegeben, dessen Normalform in Abbildung eins dargestellt ist.

		B		
		auf C	auf A	in die Luft
A	auf B	∅①	C	C
	auf C	B	B	B③
	in die Luft	B	BC	BC

C auf A

Abbildung 1a: C auf A

		B		
		auf C	auf A	in die Luft
A	auf B	A	C	AC
	auf C	A	∅①	A
	in die Luft	A②	C	AC

C auf B

Abbildung 1b: C auf B

		B: auf C	B: auf A	B: in die Luft
A	auf B	A	C④	AC
A	auf C	AB	B	AB
A	in die Luft	AB	BC	ABC

C in die Luft

Abbildung 1c: C in die Luft

Sei ant(X) = Y dadurch definiert, daß Y der Gegenspieler („antagonist“) von X ist, falls X am Zug ist. Dann sind die Gleichgewichtspunkte dieses Spieles wie folgt gegeben:

①: Ist immer ein Gleichgewichtspunkt

②: Ist Gleichgewichtspunkt, falls ant(B) = C und ant(C) = B

③: Ist Gleichgewichtspunkt, falls ant(A) = C und ant(C) = A

④: Ist Gleichgewichtspunkt, falls ant(A) = B und ant(B) = A

Als Fazit dieser Überlegungen läßt sich als günstige Strategie die bekannte Regel „Wenn Zwei sich streiten, freut sich der Dritte.“ ableiten.

4 Parity Problem und Uncertainty Problem

Die Lösung eines Truels kann prinzipiell durch Rückwärtsinduktion („backward induction“) erfolgen. Dabei treten insbesondere Probleme auf, wenn die Anzahl der Runden begrenzt ist (parity problem) oder bei unbegrenzter Rundenzahl eine unendliche Fortsetzung möglich ist (uncertainty problem). Man könnte sich insbesondere vorstellen, daß alle Spieler sich entscheiden stets nicht zu feuern. Solche Phänomene treten insbesondere in der Natur auf, wenn sich zum Beispiel einzelne Raubtierarten zu Rudeln formieren. Der typische Kampf um eine Beute findet hier nicht statt. Dieser Umstand gewährleistet das Überleben aller Spieler.

4.1 Parity-Problem

Das Phänomen alternierender Ergebnisse der Rückwärtsinduktion in Abhängigkeit von der Rundenzahl wird als das Parity-Problem bezeichnet.

Das Parity-Problem tritt bei bestimmten Regeln mit einer regelmäßig sequentiellen Abfolge der Interaktionen auf. Die weiteren Parameter dieser Spiele sind: Jeder Spieler (A,B,C) hat nur einen Schuß, eine Trefferwahrscheinlichkeit von eins („perfect marksmanship“) und es besteht die Möglichkeit nicht zu schießen. Weiterhin wird von einem bestimmten Gegenspielerverhalten ausgegangen. Das primäre Ziel ist das eigene Überleben, das sekundäre Ziel ist das Ausschalten möglichst vieler Gegner („opponents“) und das drittrangige Ziel ist, unabhängig vom eigenen Überleben, daß der überlebende Gegner nicht der eigene Gegenspieler

(„antagonist") ist. Daraus läßt sich für jeden der Spieler eine individuelle qualitative Reihenfolge der möglichen Ergebnisse der Spiele ableiten. Beispielsweise hat Spieler A in einem Spiel mit der Abfolge A-B-C und der Gegenspieler Kombination ant(A)=B, ant(B)=C, ant(C)=A folgende Reihenfolge („>" ist besser als): A > AC > AB > ABC > Ø > C > B > BC „Ø" bedeutet hier: niemand hat überlebt.

Als Beispiel werden nun die Spiele mit der Abfolge A-B-C betrachtet. Diese Gruppe von acht Spielen umfaßt alle zulässigen Gegenspieler-Kombinationen. Die Ergebnisse der Spiele bei einer bestimmten Gesamtrundenzahl werden in Abbildung 2 dargestellt. Auffallend hierbei ist, daß die Spiele, bis auf eine Ausnahme, spätestens bei einer Gesamtrundenzahl von zwei eindeutig entschieden sind, d.h. unabhängig von der Gesamtrundenzahl das gleiche Ergebnis liefern. Die Gegenspieler-Kombination ant(A)=B, ant(B)=C, ant(C)=A hat jedoch alternierende Ergebnisse, die von der Parität der Gesamtrundenzahl des Spieles abhängig sind. Bei geraden Gesamtrundenzahlen ist das Ergebnis: Spieler C überlebt. Ab einer Gesamtrundenzahl von drei ist das Ergebnis bei ungeraden Gesamtrundenzahlen: Spieler A überlebt. Die unterschiedlichen Ergebnisse bei den Spielen mit nur einer Runde sind in diesem Zusammenhang nicht wichtig. Somit liefert die Rückwärtsinduktion im Fall des Parity-Problems kein eindeutiges Ergebnis.

Ant(A,B,C)	(B,C,A)	(C,A,B)	(B,A,A)	(C,A,A)	(B,C,B)	(B,A,B)	(C,C,A)	(C,C,B)
Rundenzahl								
1	A,B	A,B	C	B	A,B	A,B	A,B	A,B
2	C	B	C	B	A	C	B	A
3	A	B	C	B	A	C	B	A
4	C	B	C	B	A	C	B	A
5	A	B	C	B	A	C	B	A

Abbildung 2: Ergebnistabelle

4.2 Uncertainty-Problem

Das Phänomen nichteindeutiger Ergebnisse der Rückwärtsinduktion bei unbekannter Gesamtrundenanzahl wird als das Uncertainty-Problem bezeichnet.

Das Uncertainty-Problem tritt bei bestimmten Spielen mit einer regelmäßig sequentiellen Abfolge der Interaktionen auf. Die weiteren Regeln dieser Spiele sind: Jeder Spieler (A,B,C) hat nur einen Schuß, eine Trefferwahrscheinlichkeit von eins („perfect marksmanship") und es besteht die Möglichkeit nicht zu schießen. Weiterhin wird von einem bestimmten Gegenspielerverhalten ausgegangen. Das primäre Ziel ist das eigene Überleben, das sekundäre Ziel ist das Ausschalten möglichst vieler Gegner („opponents") und das drittrangige Ziel ist, unabhängig vom eigenen Überleben, daß der überlebende Gegner nicht der eigene Gegenspieler („antagonist") ist. Daraus läßt sich für jeden der Spieler eine individuelle qualitative Reihenfolge der möglichen Ergebnisse der Spiele ableiten. Beispielsweise hat Spieler A in einem Spiel mit der Abfolge A-B-C und der Gegenspieler Kombination ant(A) = C, ant(B) = A, ant(C)=B folgende Reihenfolge („>" ist besser als): A > AB > AC > ABC > Ø > B > C > BC „Ø" bedeutet hier: niemand hat überlebt. Im Gegensatz zu den Spielen bei denen das Parity-Problem auftritt, ist hier die Gesamtrundenanzahl unbestimmt.

Betrachten wir zunächst eine allgemeine Überlegung in einem Spiel mit unbekannter Gesamtrundenanzahl: Schießt ein Spieler zu einem Zeitpunkt, an dem noch beide Gegner im Spiel sind, wird der überlebende Gegner bei seinem nächsten Spielzug den Schützen eliminieren. Dies steht im Widerspruch zum primären Ziel des Überlebens. Da diese Überlegung für alle Spieler gilt, ist das Ergebnis: Alle Spieler überleben das Truel oder das Truel dauert unendlich lange.

Für die Modellierung eines solchen Truels mit unbekannter Gesamtrundenanzahl sind neue Parameter notwendig: Die Fortsetzungswahrscheinlichkeit p („continuation probability") für die nächste Runde und die Entscheidungsschwellenwerte q und r („threshold probabilities") für die Zielwahl. Hieraus ergeben sich zwei Möglichkeiten. Erstens: das Truel ist begrenzt, wenn die Fortsetzungswahrscheinlichkeit einer Runde null ist, und zweitens das Truel ist unbegrenzt, wenn alle Fortsetzungswahrscheinlichkeiten größer als null sind. Bei einem begrenzten Truel wird das Ergebnis durch die Fortsetzungswahrscheinlichkeit der ersten Runde p_1 und dem Entscheidungsschwellenwert q bestimmt: Ist p_1 größer als q, dann ist das Ergebnis eindeutig. Ist dies aber nicht der Fall, dann ist das Ergebnis durch die Wahrscheinlichkeit p_1 zufällig bestimmt.

Bei einem unbegrenzten Truel existiert immer ein begrenzender Gleichgewichtspunkt („bounded equilibrium"), in dem sich die Spieler wie in einem begrenzten Truel verhalten und somit das gleiche Ergebnis liefern. Weiterhin kann auch ein Kooperationsgleichgewichtspunkt („cooperative equilibrium") existieren, wenn die Fortsetzungswahrscheinlichkeiten p in allen Runden größer oder gleich dem Entscheidungsschwellenwert r ist. Dann ist es für alle Spieler rational das Spiel immer weiter fortzusetzen, d.h. kein Spieler schießt. Somit liefert die Rückwärtsinduktion auch im Fall des Uncertainty-Problems kein eindeutiges Ergebnis.

5 Literatur

Kilgour, D. M.; Brams, S. J.: *The Truel.* Mathematics Magazine, (1996).

Kilgour, D. M.; Brams, S. J.: *Backward Induktion Is Not Robust: The Parity Problem and the Uncertainty Problem.* Jahrestreffen der American Political Science Association in San Francisco, (1996).

Morton Canty
Forschungszentrum Jülich

Evolutionsspiele

Protokoll von

Swen Gallwas
Jens Harttmann
Frank Sossong

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 06. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Bimatrix-Spiele

Der Vortrag wird sich auf Spiele in Normalform mit symmetrischen Konflikten beschränken. In Anlehnung an das zur Auswertung benutzte Programm Mathematica wird die folgende Syntax zur Visualisierung der verwendeten mathematischen Grundlagen benutzt werden:

```
<<GameTheory `Bimatrix`
```

Ein Zweipersonen-Nullsummen-Spiel mit endlichen Strategienmengen wird als Quadrupel dargestellt,

$$G = (R, S, A, B)$$

wobei $R = \{R_1, R_2, \ldots, R_n\}$ und $S = \{S_1, S_2, \ldots, S_m\}$ die reinen Strategienmengen sind, und

$$A: R \times S \to \mathbb{R}$$
$$B: R \times S \to \mathbb{R}$$

Auszahlungsfunktionen sind, welche jedes reine Strategienpaar auf die reellen Zahlen abbilden. Die Auszahlungsfunktionen von endlichen Spielen kann als Bimatrix repräsentiert werden, wobei wir im folgenden die Notation von Mathematica verwenden:

```
In[2]:= Clear[A, B];
        A = Map[Subscripted, Array[a, {3, 2}], {2}];
        B = Map[Subscripted, Array[b, {3, 2}], {2}];
        BimatrixForm[A, B]
```

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1\ /\ 2 & S_1 & S_2 \\ R_1 & \begin{pmatrix} a_{1,1} \\ b_{1,1} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{1,2} \\ b_{1,2} \end{pmatrix} \\ R_2 & \begin{pmatrix} a_{2,1} \\ b_{2,1} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{2,2} \\ b_{2,2} \end{pmatrix} \\ R_3 & \begin{pmatrix} a_{3,1} \\ b_{3,1} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{3,2} \\ b_{3,2} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Gemischte Strategien sind Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einem Satz von reinen Strategien:

$$P = (P_1 .. P_m);\ Q = (Q_1 .. Q_n).$$

Da die Spieler ihre Strategien unabhängig voneinander auswählen, ist die erwartete Auszahlung für Spieler 1 für das Strategienpaar *(P, Q)* gegeben durch

$$\sum_{i=1}^{m} P_i \left(\sum_{j=1}^{n} Q_j A_{ij}\right)$$

oder einfach durch $P^T \cdot A \cdot Q$, wofür wir zur Vereinfachung *PAQ* und für Spieler 2 entsprechend *PBQ* schreiben.

Die Strategie $\overline{P}$ ist eine beste Antwort auf die Strategie *Q*, wenn gilt:

$$\overline{P} = \arg\max_P PAQ.$$

Die Strategie $\overline{Q}$ ist eine beste Antwort auf die Strategie P, wenn gilt:

$$\overline{Q} = \arg\max_Q PBQ$$

Die Strategie $\overline{P}$ ist eine strikt beste Antwort auf Strategie Q, wenn es die einzige beste Antwort ist. Strikt beste Antworten müssen offensichtlich reine Strategien sein.

Ein Nash-Gleichgewicht ist ein Strategiepaar $(\overline{P},\overline{Q})$, das gegenseitig beste Antworten enthält,

$$\overline{P}A\overline{Q} \geq PA\overline{Q} \text{ for all } P$$
$$\overline{P}B\overline{Q} \geq \overline{P}BQ \text{ for all } Q$$

Theorem 1: (Nash, 1951) *Jedes endliche n-Personenspiel (und damit jedes bimatrische Spiel) hat mindestens ein Nash-Gleichgewicht.*

1.1 Krieg der Geschlechter

Beispiel: *Krieg der Geschlechter:* Die reinen Strategienmengen seien *R=S=(Boxing, Ballet)* für den Ehemann (Spieler 1) und seine Frau (Spieler 2) mit der Auszahlungsmatrix:

```
In[3]:= Clear[A, B];
        A = {{a, -b}, {-b, c}};
        B = {{c, -b}, {-b, a}};
        BimatrixForm[A, B, {Boxing, Ballet}]
```

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1\ /\ 2 & \text{Boxing} & \text{Ballet} \\ \text{Boxing} & \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -b \\ -b \end{pmatrix} \\ \text{Ballet} & \begin{pmatrix} -b \\ -b \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c \\ a \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

wobei $a > c > 0$, $b > 0$, was bedeutet, daß der Ehemann Boxen bevorzugt, die Frau Ballett, aber sie trotzdem lieber zusammen ausgehen würden.

```
In[4]:= s = {a -> 2, b -> 1, c -> 1};
```

Die Nash-Gleichgewichte sind:

```
NashEq[A, B, s] // TableForm
```

$$\begin{array}{llll} \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & c & \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & a \\ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} & a & \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} & c \\ \begin{matrix} \frac{a+b}{a+2\,b+c} \\ \frac{b+c}{a+2\,b+c} \end{matrix} & \frac{-b^2+a\,c}{a+2\,b+c} & \begin{matrix} \frac{b+c}{a+2\,b+c} \\ \frac{a+b}{a+2\,b+c} \end{matrix} & \frac{-b^2+a\,c}{a+2\,b+c} \end{array}$$

Die beiden ersten Gleichgewichte sind solche in reinen Strategien und können direkt aus der Untersuchung der Präferenzrichtungen der Spieler in der Bimatrix abgelesen werden. Sie sind

sogar strikte Gleichgewichte in dem Sinne, daß sie die strikt besten Antworten aufeinander sind.

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1\,/\,2 & \text{Boxing} & \text{Ballet} \\ \text{Boxing} & \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -b \\ -b \end{pmatrix} \\ \text{Ballet} & \begin{pmatrix} -b \\ -b \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c \\ a \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Das Gleichgewicht in gemischten Strategien kann errechnet werden, indem die Strategien der beiden Spieler so bestimmt werden, daß der Gegner bezüglich der Wahl seiner eigenen Strategie indifferent ist.

```
Clear[P, Q];
P = {p, 1-p}; Q = {q, 1-q};
Solve[P.B.{1, 0} == P.B.{0, 1}, p] // Simplify
Solve[{1, 0}.A.Q == {0, 1}.A.Q, q] // Simplify
```

$$\left\{\left\{p \to \frac{a+b}{a+2b+c}\right\}\right\}$$

$$\left\{\left\{q \to \frac{b+c}{a+2b+c}\right\}\right\}$$

Die Gleichgewichte von Spielen in Normalform werden, siehe z.B. Van Damme, unterschiedlich eingeteilt, und zwar in perfekte, strikte, reguläre, essentielle, stabile, etc. Gleichgewichte. Wir brauchen nur eine Restriktion:

Der Träger einer gemischten Strategie ist die Menge aller reinen Strategien, welchen er eine positive Wahrscheinlichkeit zuordnet. Für Spieler 1 schreiben wir diesen beispielsweise *C(P)*. Die Menge an reinen Strategien für Spieler 1, welche die besten Antworten auf eine Strategie *Q* von Spieler 2 sind, wird bezeichnet mit *B(Q)*. Wir sehen, daß für das oben genannte gemischte Gleichgewicht

$$C(\overline{P}) = B(\overline{Q})\, und\, C(\overline{Q}) = B(\overline{P})$$

trivialerweise gilt, da keine anderen reinen Strategien existieren - $\overline{P}$ und $\overline{Q}$ sind komplett gemischt. Gleichgewichte, die $C(\overline{P}) = B(\overline{Q})\, und\, C(\overline{Q}) = B(\overline{P})$ genügen, heißen *quasi-strikte Gleichgewichte.*

Theorem 2: (Harsanyi, 1973) *Beinahe alle bimatrischen Spiele (oder allgemeiner, endliche n-Personenspiele in normalen Formen) besitzen ein endliche, ungerade Anzahl an Gleichgewichten, welche quasi-strikt sind.*

2 Symmetrische Bimatrix-Spiele

Obwohl die Strategienmengen identisch zu denen im 'Krieg der Geschlechter' sind, ist das Spiel nicht symmetrisch. Für ein symmetrisches bimatrisches Spiel benötigen wir zusätzlich, daß sich die Auszahlungen nicht ändern, wenn die Spieler ihre Rollen tauschen:

$$B = A^T$$

Dies bedeutet, daß das Siel schon durch die Auszahlungsmatrix A von Spieler 1 voll spezifiziert ist.

2.1 Gefangenen-Dilemma

Ein gut bekanntes Beispiel für symmetrische Spiele ist das 'Gefangenen-Dilemma'. Die reinen Strategien sind $R = S = (confess, deny)$ mit der Auszahlungsmatrix für Spieler 1

```
Clear[A];
A = {{-a, b}, {-c, -b}};
{BimatrixForm[A, Transpose[A], {confess, deny}],
 A // MatrixForm}
```

$$\left\{\begin{pmatrix} 1/2 & \text{confess} & \text{deny} \\ \text{confess} & \begin{pmatrix} -a \\ -a \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} b \\ -c \end{pmatrix} \\ \text{deny} & \begin{pmatrix} -c \\ b \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -b \\ -b \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -a & b \\ -c & -b \end{pmatrix}\right\}$$

mit $c > a > b$, was bedeutet, das schlechteste Ergebnis für Spieler 1 ist, wenn er verleugnet und sein Freund gesteht. Das beste Ergebnis ist, wenn er gesteht und sein Freund verleugnet. Das zweitschlechteste Ergebnis ist, wenn beide gestehen und das zweitbeste Ergebnis, wenn beide verleugnen.

```
Clear[s];
s = {a -> 4, b -> 1, c -> 9};
```

Das Nash-Gleichgewicht ist

```
NashEq[A, Transpose[A], s] // TableForm
```

$$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \quad -a \quad \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \quad -a$$

Das einzige Gleichgewicht ist somit ein Gleichgewicht in reinen Strategien, nämlich (confess, confess). Es wird symmetrisches Gleichgewicht genannt, wenn $\overline{P} = \overline{Q}$. Dies ist sogar ein striktes Gleichgewicht.

Die Nash-Bedingungen für ein symmetrisches Gleichgewicht reduzieren sich auf

$$\overline{P}A\overline{P} \geq PA\overline{P} \,\forall P$$

Evolutionsspiele sind symmetrische Bimatrix-Spiele, und die einzigen hier für uns interessanten Gleichgewichte sind die symmetrischen Gleichgewichte, denn die Spieler sind Repräsentanten derselben Population, und das Ergebnis hängt nicht ab von der Numerierung der Spieler.

Theorem 3: (Nash, 1951) *Jedes symmetrische Bimatrix-Spiel hat wenigstens ein symmetrisches Gleichgewicht.*

Sei $\overline{P}$ ein symmetrisches Gleichgewicht mit Träger $C(\overline{P})$. Die Menge aller reinen besten Antworten auf $\overline{P}$ ist $B(\overline{P})$. $B(\overline{P})$ nennt man den erweiterten Träger von $\overline{P}$. Also gilt

$$C(\overline{P}) \subset B(\overline{P}).$$

Ein quasi-striktes (symmetrisches) Gleichgewicht $\overline{P}$ ist ein solches, bei dem der Träger und der erweiterte Träger von $\overline{P}$ übereinstimmen:

$$C(\overline{P}) = B(\overline{P}).$$

Dies bedeutet, daß die Spieler allen reinen besten Antworten positive Wahrscheinlichkeiten im Gleichgewicht zuordnen.

3 Evolutionsspiele

Ein Evolutionsspiel ist ein symmetrisches Bimatrix-Spiel A, welches von zwei Tieren derselben Spezies, die um dieselbe Ressource kämpfen, gespielt wird. Die Auszahlungen interpretieren wir als Fitnessgewinn oder –verlust.

Sei $\overline{P}$ diejenige Strategie, welche von den meisten Tieren einer Population gespielt wird. Diese kann eine gemischte Strategie sein. Dies wird so interpretiert, daß ein einzelnes Tier in jedem Wettkampf reine Strategien spielt, bezüglich der durch die gemischte Strategie jeweilig zugeordneten Wahrscheinlichkeit (monomorphistische Interpretation), oder daß jedes Tier immer dieselbe reine Strategie spielt, aber mit einer durch die gemischte Strategie vorgegebenen Wahrscheinlichkeit (polymorphistische Interpretation).

Sei Q eine (abgewandelte) Strategie, welche von einer kleinen Anzahl ε der Gesamtpopulation gespielt wird. Im Durchschnitt wird dann von einem Tier die Strategie

$$\hat{P} = (1-\varepsilon)\overline{P} + \varepsilon Q$$

gespielt. Man sagt, $\overline{P}$ ist eine evolutionär stabile Strategie (ESS) genau dann, wenn

$$\overline{P}A\hat{P} > QA\hat{P} \quad \forall \quad Q \neq \overline{P} \text{ und für genügend kleine } \varepsilon.$$

Damit ist die Strategie $\overline{P}$ erfolgreicher gegen die oben genannte Strategie $\hat{P}$, als jede andere nicht reine Strategie, welche ungleich $\overline{P}$ ist. Somit kann sich $\overline{P}$ eventuell über die gesamte Population auswirken. Diese Bedingung schreibt man äquivalent als

$$(1-\varepsilon)\overline{P}A\overline{P}+\varepsilon\overline{P}AQ>(1-\varepsilon)QA\overline{P}+\varepsilon QAQ\,. \tag{1}$$

Nun nehmen wir an, daß $\overline{P}$ ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel A ist, nämlich

$$\overline{P}A\overline{P}\geq QA\overline{P} \text{ für alle } Q \tag{2}$$

und wir nehmen an, daß $\overline{P}$ ein striktes Nash-Gleichgewicht ist:

$$\overline{P}A\overline{P}>QA\overline{P}\,.$$

Dann bestimmt man $\delta=\overline{P}A\overline{P}-QA\overline{P}>0$. Wenn nun $\overline{P}AQ\geq QAQ$ gilt, ist (1) erfüllt. Andererseits, wenn $\overline{P}AQ<QAQ$ gilt, kann man $\delta_1=QAQ-\overline{P}AQ$ definieren, wobei (1) auch als $(1-\varepsilon)\delta>\varepsilon\delta_1$ geschrieben werden kann, so daß (1) für genügend kleine ε immer garantiert erfüllt ist.

Wenn wir nur die Gleichheit in (2) für einige Strategien $Q\neq\overline{P}$, zum Beispiel

$$\overline{P}A\overline{P}=QA\overline{P}$$

dann ist Q ein alternative beste Antwort auf $\overline{P}$. Für solche Strategien benötigen wir zusätzlich zur Voraussetzung (1) die Voraussetzung (2)

$$\overline{P}AQ>QAQ\text{, für alle alternativ besten Antworten } Q \text{ auf } \overline{P}\,. \tag{3}$$

Die Ungleichungen (2) und (3) beschreiben zusammen eine ESS. Obwohl alle ESS symmetrische Nash-Gleichgewichte sind, ist wegen der zusätzlichen Bedingung (3) nicht jedes symmetrische Nash-Gleichgewicht ein ESS. Strikte Nash-Gleichgewicht-Strategien besitzen keine alternativen besten Antworten, dennoch ist jedes strikte Nash-Gleichgewicht eine ESS.

3.1 Das “Hawk-Dove”-Spiel

Im folgenden betrachten wir als Beispiel ein Hawk-Dove Spiel mit der Auszahlungsmatrix:

```
Clear[A];
A = {{(V-D)/2, V}, {0, V/2}};
A // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\,(-D+V) & V \\ 0 & \frac{V}{2} \end{pmatrix}$$

mit $D>V>0$. V ist der Wertgewinn und D ist der Verlust. In dem Fall, daß beide Tiere dieselbe Strategie spielen, entscheidet der Zufall.

```
Clear[s];
s = {D -> 4, V -> 2};
```

Die Nash-Gleichgewichte sind

```
NashEq[A, Transpose[A], s] // TableForm
```

$\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$	0	$\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$	V
$\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$	V	$\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$	0
$\begin{matrix}\frac{V}{D}\\1-\frac{V}{D}\end{matrix}$	$\frac{(D-V)\,V}{2\,D}$	$\begin{matrix}\frac{V}{D}\\1-\frac{V}{D}\end{matrix}$	$\frac{(D-V)\,V}{2\,D}$

wobei lediglich das dritte symmetrisch ist. Damit ist dieses der einzige Kandidat für eine ESS. Man nennt es $\overline{P}$ und läßt Q eine alternative beste Antwort sein. Dann kann man schreiben:

$$\overline{P}AQ-QAQ=\overline{P}AQ-QAQ-\overline{P}A\overline{P}+QA\overline{P}\,.$$

Durch Faktorisierung ergibt sich

$$\overline{P}AQ-QAQ=(\overline{P}-Q)A(Q-\overline{P})$$

Damit folgt

```
Clear[P, Q];
P = {p, 1 - p}; Q = {q, 1 - q};
(P - Q) . A . (Q - P) // Simplify
```

$$\frac{1}{2}\,D\,(p-q)^2$$

und $\overline{P}$ ist ESS. Angenommen $D < V$:

```
Clear[s];
s = {D -> 2, V -> 4};
```

Das einzige Nash-Gleichgewicht ist nun

```
NashEq[A, Transpose[A], s] // TableForm
```

$\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$	$\frac{1}{2}\,(-D+V)$	$\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$	$\frac{1}{2}\,(-D+V)$

Dieses Nash-Gleichgewicht ist symmetrisch und strikt, deshalb ist es eine ESS.

Das folgende Theorem ist ein Spezialfall von Theorem 2:

Theorem 4: (Haigh, 1975) *Ein symmetrisches Bimatrix-Spiel hat nur endlich viele ESS's.*

Hinweis: Ein symmetrisches Bimatrix-Spiel muß nicht unbedingt ein ESS haben, zum Beispiel das "scratch-bite-trample-game" (im Deutschen "Stein-Schere-Papier"):

```
Clear[A];
A = {{e, 1, -1}, {-1, e, 1}, {1, -1, e}};
A // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} e & 1 & -1 \\ -1 & e & 1 \\ 1 & -1 & e \end{pmatrix}$$

Für $0 < e < 1$

```
Clear[s];
s = {e -> 1 / 2};
```

hat dieses Spiel keine ESS.

```
NashEq[A, Transpose[A], s] // TableForm
```

$$\begin{matrix} \frac{1}{3} & & \frac{1}{3} & \\ \frac{1}{3} & \frac{e}{3} & \frac{1}{3} & \frac{e}{3} \\ \frac{1}{3} & & \frac{1}{3} & \end{matrix}$$

Hier gibt es somit ein einzelnes symmetrisches Gleichgewicht $\overline{P}$. Wie auch immer, jede Strategie ist eine beste Antwort auf $\overline{P}$:

```
Clear[P, Q];
P = {1 / 3, 1 / 3, 1 / 3};
Q = {q1, q2, 1 - q1 - q2};
P . A . Q // Simplify
```

$$\frac{e}{3}$$

Im einzelnen gilt für $Q = (1, 0, 0)$:

```
Q . A . Q /. {q1 -> 1, q2 -> 0}
```

e

Daraus folgt $QAQ > \overline{P}AQ$, und damit ist (Formel 3) verletzt. Andererseits, wenn $e < 0$, erhalten wir ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht, welches eine ESS ist, da dann $e < \frac{e}{3}$ und (Formel 3) erfüllt ist.

Wir leiten nun ein Kriterium für eine ESS her. Sei $\overline{P}$ ein symmetrisches Gleichgewicht des symmetrischen Spieles mit einer $m \times m$ Auszahlungsmatrix A. Die reinen Strategien seien $\nu=\{i_1,...,i_b\}$ im erweiterten Träger $B(\overline{P})$ von $\overline{P}$. Damit ist $\overline{P}A\overline{P} \geq QA\overline{P}$ für alle Q. Es ist also eine ESS genau dann, wenn

$$\overline{P}AQ > QAQ, \quad \forall Q \neq \overline{P}, \quad C(\overline{Q}) \subset B(\overline{P}). \tag{4}$$

Für alle solche Q gilt:

$$\overline{P}A\overline{P} = QA\overline{P} \tag{5}$$

Nach Subtraktion und Umstellen von (Formel 4) und (Formel 5) wird impliziert, daß $\overline{P}$ eine ESS ist genau dann, wenn

$$(Q-\overline{P})A(Q-\overline{P}) < 0, \quad \forall Q \neq P, \quad C(\overline{Q}) \subset B(\overline{P}). \tag{6}$$

Wir sagen dann, daß A negativ definit ist in Bezug auf ν, wenn

$$XAX < 0, \quad \forall X \neq 0, \sum X_i = 0, X_i = 0 \; wenn \; i \notin \nu. \tag{7}$$

(7) ist offensichtlich hinreichend (aber nicht notwendig) für (6). Damit kommen wir zum

Theorem 5a: (Haigh 1975) *Ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht $\overline{P}$ ist eine ESS, wenn eine $m \times m$ Auszahlungsmatrix A negativ definit in Bezug auf den erweiterten Träger von $\overline{P}$ ist.*

3.2 Haigh's Kriterium

Dieses Kriterium wäre nützlicher, wenn man schlicht negative Definitheit voraussetzen könnte. Bestehe $B(\overline{P})$ aus $b \leq m$ reinen Strategien und seien diese Strategien so benannt, daß A als

$$A = \begin{pmatrix} A_{bb} & A_{b\bar{b}} \\ A_{\bar{b}b} & A_{\bar{b}\bar{b}} \end{pmatrix}.$$

geschrieben werden kann. Hier ist A_{bb} die erweiterte Trägermatrix von $\overline{P}$ und ist angeordnet als erste oberste Submatrix von A. Nun ist (7) äquivalent zu:

$$XA_{bb}X < 0, \; \forall X \neq 0, \; \sum X_i = 0.$$

Bezeichnet man nun die Elemente von A mit a_{ij}, kann man leicht zeigen, daß dies äquivalent ist zu der Bedingung:

$$YBY < 0, \; \forall Y \neq 0, \tag{8}$$

wobei B eine $(b\text{-}1) \times (b\text{-}1)$ Matrix mit den Elementen

$$b_{ij}=a_{ij}-a_{ib}-a_{bj}-a_{bb},\quad i,j=1...b-1$$

ist. Dies wird Haigh's Kriterium genannt.

Damit ist $\overline{P}$ eine ESS, wenn die Matrix B negativ definit ist. Angemerkt sei, daß B nicht notwendigerweise eine symmetrische Matrix ist, sie ist aber dann negativ definit, wenn ihre Symmetrisierung $B+B^T$ negativ definit ist.

Theorem 5b: (Abakuks 1980) *Ein symmetrisches, quasi-striktes Nash-Gleichgewicht ist eine ESS genau dann, wenn das Haigh's Kriterium erfüllt ist.*

3.3 Das "Hawk-Dove-Bully-Retaliator"-Spiel

Ein Hawk-Dove-Bully-Retaliator-Spiel (Maynard, Smith and Price 1976) sieht wie folgt aus:

	Strategy	Initial tactic	Tactic if opponent escalates
H	Hawk	escalate	escalate further
D	Dove	display	run away
B	Bully	escalate	run away
R	Retaliator	display	escalate

	H	D	B	R
H	TIE	win	win	TIE
D	lose	tie	lose	tie
B	lose	win	Tie	lose
R	TIE	tie	win	tie

```
Clear[A];
A = {{(w-i)/2, w, w, (w-i)/2},
     {0, w/2-t, 0, w/2-t},
     {0, w, w/2, 0},
     {(w-i)/2, w/2-t, w, w/2-t}};
A // TableForm
```

$\frac{1}{2}(-i+w)$	w	w	$\frac{1}{2}(-i+w)$
0	$-t+\frac{w}{2}$	0	$-t+\frac{w}{2}$
0	w	$\frac{w}{2}$	0
$\frac{1}{2}(-i+w)$	$-t+\frac{w}{2}$	w	$-t+\frac{w}{2}$

Eine Verletzung ist kostspieliger als ein Gewinn und zur Schau stellen kostet einen kleinen Betrag Fitness t. ($i > w >> t$)

```
Clear[s];
s = {i -> 10, w -> 6, t -> 1};
```

Die Gesamtheit der symmetrischen Nash-Gleichgewichte ist:

```
NashEqSym[A, s] // TableForm
```

0 0 0 1	$\frac{1}{2}(-2t+w)$
0 $\frac{1}{2}-\frac{t}{w}$ 0 $\frac{1}{2}+\frac{t}{w}$	$\frac{1}{2}(-2t+w)$
$\frac{w}{i}$ 0 $1-\frac{w}{i}$ 0	$\frac{(i-w)\,w}{2\,i}$

und die, die das Haigh's Kriterium erfüllen, sind:

```
NashEqESS[A, s]
{}
```

Damit hat das HDBR-Spiel keine ESS, die quasi-strikt sind.
Überdies ist sein dynamisches Äquivalent nicht stabil. Aber dieses kann nach Zeeman (1980) "stabilisiert" werden:

```
Clear[AA];
AA = {{(w - i) / 2, w, w, (w - i) / 2 + d},
     {0, w / 2 - t, 0, w / 2 - t - d},
     {0, w, w / 2, 0},
     {(w - i) / 2 - d, w / 2 - t + d, w, w / 2 - t}};
AA // TableForm
```

$\frac{1}{2}(-i+w)$	w	w	$d+\frac{1}{2}(-i+w)$
0	$-t+\frac{w}{2}$	0	$-d-t+\frac{w}{2}$
0	w	$\frac{w}{2}$	0
$-d+\frac{1}{2}(-i+w)$	$d-t+\frac{w}{2}$	w	$-t+\frac{w}{2}$

In diesem Fall ist d eine kleine positive Zahl, welche den 'retaliators' leichte Vorteile in Konfrontationen mit 'doves' gibt und 'hawks' leichte Vorteile gegenüber 'retaliators' gibt.

```
Clear[ss];
ss = {i -> 10, w -> 6, t -> 1, d -> 1 / 10};
```

Alle symmeterischen Gleichgewichte sind nun quasi-strikt.

```
NashEqSym[AA, ss] ==
Map[ Take[#, 2]&,
    Cases[
   NashEqQS[AA, Transpose[AA], ss], {a_, b_, a_, b_}] ]
True
```

Diejenigen, welche nun das Haigh's Kriterium erfüllen, sind

```
NashEqESS[AA, ss] // TableForm
```

$\begin{matrix}0\\0\\0\\1\end{matrix}$	$\frac{1}{2}(-2t+w)$
$\begin{matrix}\frac{w}{i}\\0\\1-\frac{w}{i}\\0\end{matrix}$	$\frac{(i-w)w}{2i}$

und damit sind dies die einzigen ESS. Die reine 'reataliator'- sowie eine Mischung aus 'hawk'- und 'bully'-Strategie sind ESS.

4 Dynamik der Evolutionsspiele

Die Auszahlungsparameter in evolutionären Spielen werden interpretiert als Wiedergewinnung von Fitness. Die Tiere, die eine gegebene Strategie spielen, werden sich mit einer zugehörigen Rate reproduzieren. Spiele dieser Art implizieren ein sogenanntes Replikatordynamisches System. In einer polymorphen Population, bei der Individuen willkürlich reine Strategien benutzen, erwarten wir, daß sie sich mit der Zeit zu einer ESS entwickelt. Eine Alternative zur Analyse von Verhaltensstrategien in tierischen Konflikten ist, sie als dynamisches System zu behandeln und nach asymptotisch stabilen Gleichgewichten, beschränkte Zyklen, chaotische Attraktoren, usw. zu suchen und diese mit den Prognosen einer statischen spieltheoretischen Analyse zu vergleichen. In einer polymorphen Population spielt jedes Individuum eine reine Strategie. Wenn die Menge der vorhandenen Strategienmengen $S=\{s_1,..,s_m\}$ ist, dann sagen wir, daß die Population eine gemischte Strategie P benutzt, wobei die Partei P_1 die Strategie s_1 benutzt, die Partei P_2 die Strategie s_2, usw.

Die reinen Strategien werden dargestellt als $s_i = (0, 0...1....0)$ mit der 1 an der i-ten Position. Nehmen wir an, daß der Fitnessvorteil einer reinen Strategie s_i relativ zu P die Differenz der Auszahlungen in einem gegebenen Kampf ist, falls ein Tier die Strategie s_i spielt, und die durchschnittliche Auszahlung $s_iAP - PAP$ ist.

Dies beschränkt die Reproduktionsrate der Tiere, welche s_i spielen, so daß wir das Gesetz des Organischen Wachstums verwenden können:

$$\dot{P}_i = (s_iAP - PAP)P_i,\ \ i = 1\ldots m. \tag{9}$$

Dies ist eine Menge von m kubischen, paarweisen, gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung. Die Lösungen sind eingeschränkt auf den Simplex

$$\Delta = \{P_i \mid P_i \geq 0,\ i = 1\ldots m, \textstyle\sum_{i=1}^{m} P_i = 1\}.$$

Die folgende Funktion berechnet den RHS von (9):

```
Clear[dynamic, p];
dynamic[A_List] :=
 Module[{m}, m = Length[A[[1]]]; P = Array[p, m];
                    Table[
   (A . P - P . A . P)[[i]] P[[i]] /. p[m] -> 1 - Sum[p[j], {j, m - 1}],
   {i, m - 1}]];
```

Die dynamischen Gleichgewichte oder Fixpunkte sind gegeben durch die Menge der Gleichungen

$$(s_i AP - PAP)P_i = 0, i = 1 \ldots m.$$

Trivialerweise sind alle reinen Strategien dynamische Gleichgewichte. Ebenso, wenn P ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht ist, dann genügt jede reine Strategie s_i in ihrem Träger $s_i AP = PAP$, so daß jedes symmetrische Nash-Gleichgewicht (und damit auch jedes ESS) ein dynamisches Gleichgewicht ist.

```
Clear[equilibria];
equilibria[A_List] := Module[ {crit, pp, m, Eq},
  crit[P_List] := (Select[P, # < 0&] == {});
  m = Length[A[[1]]];
  pp = Table[p[i], {i, m - 1}];
  Eq = Append[pp, 1 - Sum[p[j], {j, m - 1}]] /.
    Solve[dynamic[A] == 0, pp ];
  Select[Eq, crit] ];
equilibria[AA /. ss]
```

$$\{\{0, 0, 0, 1\}, \{\frac{39}{40}, 0, 0, \frac{1}{40}\}, \{1, 0, 0, 0\}, \{\frac{1170}{1999}, 0, \frac{799}{1999}, \frac{30}{1999}\}, \{\frac{3}{5}, 0, \frac{2}{5}, 0\}, \{0, 0, 1, 0\}, \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0\}, \{\frac{1}{22}, \frac{409}{858}, 0, \frac{205}{429}\}, \{0, 1, 0, 0\}\}$$

Man bemerkt, daß es keine Gleichgewichte innerhalb des Simplexes Δ der erlaubten Strategien gibt. Zeeman zeigt außerdem, daß dort keine Grenzzyklen existieren.

Für uns von Interesse ist hier die Stabilität der dynamischen Gleichgewichte. Wir erwarten, das jede ESS ein asymptotisch stabiler Fixpunkt oder ein Fixpunkt-Attraktor des dynamischen Systems ist. Dies bedeutet, daß für jeden Punkt in Δ in einer ausreichend kleinen Umgebung der ESS die Population in Richtung der Fixpunkte tendiert. Wenn dies in der Tat so ist, dann kann eine statische, spieltheoretische Analyse ein dynamisches Modell ersetzen, wenn man stabile Zustände tierischen Verhaltens untersucht.

Theorem 6: (Tayler und Jonker 1978, Zeeman 1980) *Jede ESS ist ein asymptotisch stabiles, dynamisches Gleichgewicht einer polymorphen Polulation.*

Beweis: Dieses Theorem wird bewiesen, indem man die Tatsache, daß ein Gleichgewicht eine ESS ist, benutzt und zur Konstruktion einer Lyapunov-Funktion verwendet. Für eine völlig

gemischte ESS (also eine ESS, welche vollständig innerhalb des Simplex-Δ liegt) läuft der Beweis wie folgt:

Sei P eine ESS, $P \in \hat{\Delta}$, wobei $\hat{\Delta}$ das Innere von Δ bezeichnet. Sei Q eine beliebige Strategie, mit $Q \in \hat{\Delta} - P$. Man definiere die Funktion $V = \prod_{i=1}^{m} Q_i^{P_i}$. Dann ist $V > 0$. Damit ist V Maximum für P und es gibt keine stationären Punkte in $\hat{\Delta} - P$. Um dies zu zeigen, reicht es, zu zeigen, daß

$$\delta_Q V(P-Q) > 0 \quad \forall Q.$$

Doch da $\delta_{Q_i} V = V \frac{P_i}{Q_i}$ gilt, ist damit

$$\delta_Q V(P-Q) = \sum_i V \frac{P_i}{Q_i}(P_i - Q_i) = V(\sum_i \frac{P_i}{Q_i}(P_i - Q_i) - P_i + Q_i)$$

$$= V \sum_i \frac{P_i}{Q_i}(P_i - Q_i - Q_i + \frac{Q_i^2}{P_i}) = \sum_i \frac{(P_i - Q_i)^2}{Q_i} > 0.$$

Nun brauchen wir nur noch zu zeigen, daß $\dot{V} > 0$ ist, und zwar entlang aller dynamischen Orbits. Dann nämlich ist V eine Lyapunov-Funktion und P ist asymptotisch stabil. Da $Q \in \hat{\Delta}$ ist, ist Q eine alternative beste Antwort und deswegen muß die Stabilitätsbedingung $PAQ > QAQ$ gelten. Also gilt:

$$\dot{V} = \sum_i \delta_{Q_i} V \dot{Q}_i = \sum_i V \frac{P_i}{Q_i} \dot{Q}_i = V \sum_i \frac{P_i}{Q_i}(s_i AQ - QAQ)Q_i = V(PQA - QAQ).$$

Corollar 1: *Wenn eine ESS existiert, welche völlig gemischt ist, dann kann dort kein anderer Attraktor in Δ existieren.*

Der Umkehrschluß dieses Theorems gilt (unglücklicherweise) nicht: es existieren Fixpunkt-Attraktoren des polymorphen dynamischen Systems in Bezug auf ein evolutionäres Spiel, welche keine ESS sind. Dazu sehen wir später noch ein Beispiel.

Wir können das Theorem 6 verdeutlichen mit dem "stabilisierten" HDBR-Spiel, welches wir bereits besprochen haben. Ein dynamisches Gleichgewicht, welches durch (Formel 9) gegeben ist, ist asymptotisch stabil, wenn *alle Eigenwerte der Jacobi-Matrix* $(\delta_{P_j}(s_i AP - PAP)P_i)$, *berechnet im Gleichgewicht, im Realteil negative Werte* haben.

Diese Realteile werden auch Lyapunov-Exponenten genannt und, falls sie negativ sind, lokal die Rate bestimmen, zu welcher sich die Orbits an einen Attraktor (d.h. Fixpunkte, begrenzte Zyklen oder außergewöhnliche Attraktoren) annähern.

```
Clear[stableEquilibria];
stableEquilibria[A_List] := Module[{crit, m, dyn},
  crit[P_List] := ( Max[Re[Eigenvalues[
      Table[D[dyn[[i]], p[j]], {i, m - 1}, {j, m - 1}]
          /. Table[p[i] -> P[[i]], {i, m - 1}]]]] <
    0);
 m = Length[A[[1]]];
 dyn = dynamic[A];
 Select[equilibria[A], crit] ];
```

Damit sind die stabilen Gleichgewichte des HDBR-Spieles

```
stableEquilibria[AA /. ss]
```

$$\left\{\{0, 0, 0, 1\}, \left\{\frac{3}{5}, 0, \frac{2}{5}, 0\right\}\right\}$$

und dies ist exakt die Menge der quasi-strikten ESS. Diese Art von HDBR-Spielen ist strukturell stabil. Kleine Störungen in den Parametern (Matrixelementen) führen zu topologisch äquivalentem dynamischen Verhalten.

Um zu zeigen, daß der Umkehrschluß von Theorem 6 nicht gilt, betrachten wir folgendes Spiel:

```
In[2]:= Clear[A];
        A = {{0, 6, -4}, {-3, 0, 5}, {-1, 3, 0}};
        A // MatrixForm
```

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & -4 \\ -3 & 0 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Das Spiel hat zwei stabile dynamische Gleichgewichte:

```
stableEquilibria[A]
```

$$\left\{\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}, \{1, 0, 0\}\right\}$$

Das erste Ergebnis ist ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht,

```
In[8]:= NashEq[A, Transpose[A]][[1]]
```

Out[8]= $\left\{\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}, \frac{2}{3}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}, \frac{2}{3}\right\}$

und da es komplett gemischt ist, ist es quasi-strikt. Trotzdem ist es keine ESS, nur der Bereich

```
NashEqESS[A]
{{{1, 0, 0}, 0}}
```

Ein Beispiel für eine ESS, welche im Inneren von Δ existiert, ist folgendes:

```
Clear[A];
A =
 {{0, 1, e, 0}, {0, 0, 1, e}, {e, 0, 0, 1}, {1, e, 0, 0}};
A // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & e \\ e & 0 & 0 & 1 \\ 1 & e & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ist $0 < e < 1$, erhalten wir ein stabiles Gleichgewicht im Schwerpunkt

```
stableEquilibria[A /. e -> 1 / 2]
```

$$\left\{\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}\right\}$$

welches ebenso eine ESS ist:

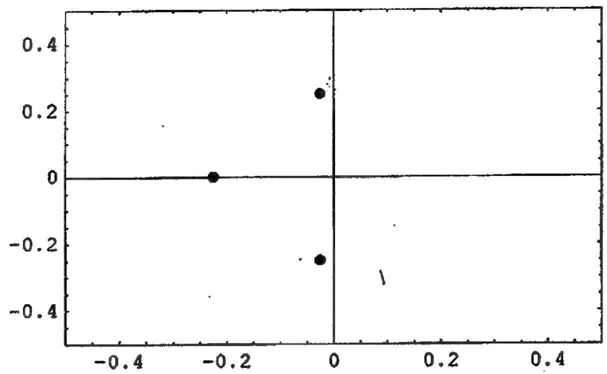
```
NashEqESS[A, {e -> 1 / 2}]
```

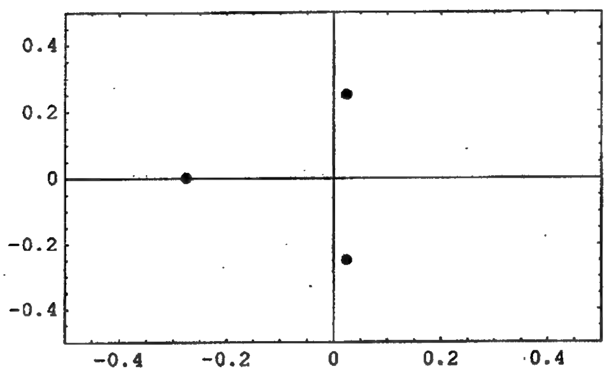
$$\left\{\left\{\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}, \frac{1+e}{4}\right\}\right\}$$

Dieses Gleichgewicht ist deswegen interessant, weil es eine Hopf´sche Bifurkation durchmacht und zu einem begrenzten zyklischen Attraktor wird, wenn $e < 0$ ist.

```
Clear[EulerPlot];
EulerPlot[A_List, P_List] := Module[{m, dyn, jac, eivs},
 m = Length[A[[1]]];
 dyn = dynamic[A];
 jac = Table[D[dyn[[i]], p[j]], {i, m - 1}, {j, m - 1}];
 eivs = Eigenvalues[jac /. Table[p[i] -> P[[i]], {i, m - 1}]];
 ListPlot[Transpose[{Re[eivs], Im[eivs]}],
                    Frame -> True, Ticks -> None,
                    PlotRange -> {{-0.5, 0.5}, {-0.5, 0.5}},
                         Prolog -> AbsolutePointSize[5]]];
```

```
EulerPlot[A /. {e -> 1/10}, {1/4, 1/4, 1/4, 1/4}];
EulerPlot[A /. {e -> -1/10}, {1/4, 1/4, 1/4, 1/4}];
```

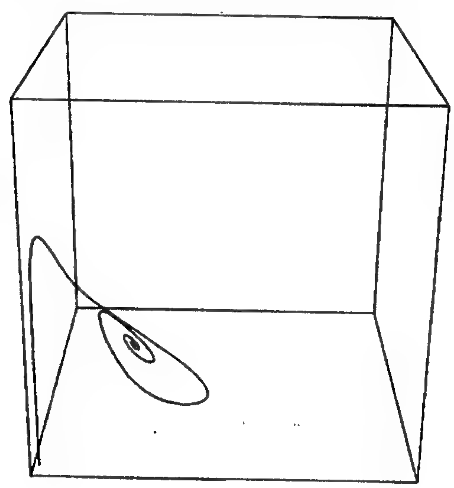




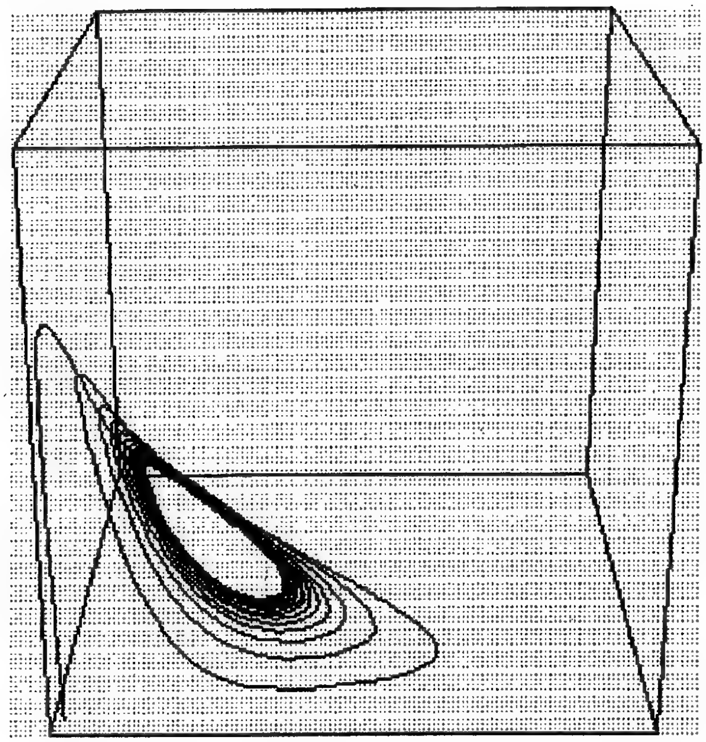
Die Hopf´sche Bifurkation führt zu einem periodischen Attraktor oder begrenzten Zyklus.

```
Clear[simulation];
simulation[A_List] := Module[ {P, p, q, sol},
    m = Length[A[[1]]];
    P = Array[p, m];
    eqs = Table[q[i] == (A . P - P . A . P) [[i]] P[[i]] /.
        p[m] -> 1 - Sum[p[j], {j, m - 1}], {i, m - 1}] /.
      p[i_] -> p[i] [t] /. q[i_] -> p[i] '[t];
    eqs = Join[eqs,
     {p[1] [0] == 1 / 50, p[2] [0] == 1 / 50, p[3] [0] == 1 / 50}] ;
    sol = NDSolve[ eqs,
     {p[1], p[2], p[3]}, {t, 0, 500}, MaxSteps -> 3000];
  ParametricPlot3D[
   Evaluate[{p[1] [t], p[2] [t], p[3] [t]} /. sol], {t, 0, 500},
   PlotPoints -> 1000,
   Ticks -> None,
   PlotRange -> {{0, 1}, {0, 1}, {0, 1}},
   ViewPoint -> {-0.011, -3.152, 1.231}]];

simulation[A /. e -> 1 / 5];
```



```
simulation[A /. e -> -1 / 100];
```



5 Literatur

Hammerstein; Selten: *Game Theory and Evolutionary Biology.* Handbook of Game Theory, Ed. Aumann and Hart, (1994).

Hofbauer; Sigmund: *The Theory of Evolution and and Dynamical Systems*, Cambridge Univ. Press, (1988).

van Damme: *Stability and Perfection of Nash Equilibria*, Springer, (1991).

Bulmer: *Theoretical Evolutionary Ecology*, Sinauer, (1994).

Thomas: *Games, Theory and Applications*, Ellis Horwood, (1996).

Maynard Smith: *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge Univ. Press, (1982).

Zeeman: *Dynamics of the Evolution of Animal Conflicts*, Journal of Theoretical Biology, 89, (1981) 249.

Zeeman: *Population Dynamics from Game Theory, Global Theory of Dynamical Systems,* Ed. Dold and Eckmann, Springer (1980) 471

Ulf Dieckmann
Internationales Institut für angewandte Systemanalyse
Laxemburg

Von der evolutionären Spieltheorie bis hin zur Adaptiven Dynamik

Protokoll von

Swen Gallwas
Jens Harttmann
Frank Sossong

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 06. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In diesem Vortrag werden die konzeptionellen, speziell die biologischen Aspekte der evolutionären Dynamik und der evolutionären Spieltheorie abgehandelt. Um den Kontakt mit den Biologen herzustellen, müssen die mathematischen Ansätze mit einer entsprechenden Relevanz zur Biologie formuliert werden. Dabei soll sich die Mathematik nicht verselbständigen.

2 Evolutionäre Spieltheorie

2.1 Historischer Überblick

Ein skizzenhafter historischer Überblick über die Entwicklungen der Spieltheorie bis hin zur Adaptiven Dynamik ist durch Abbildung 1 gegeben:

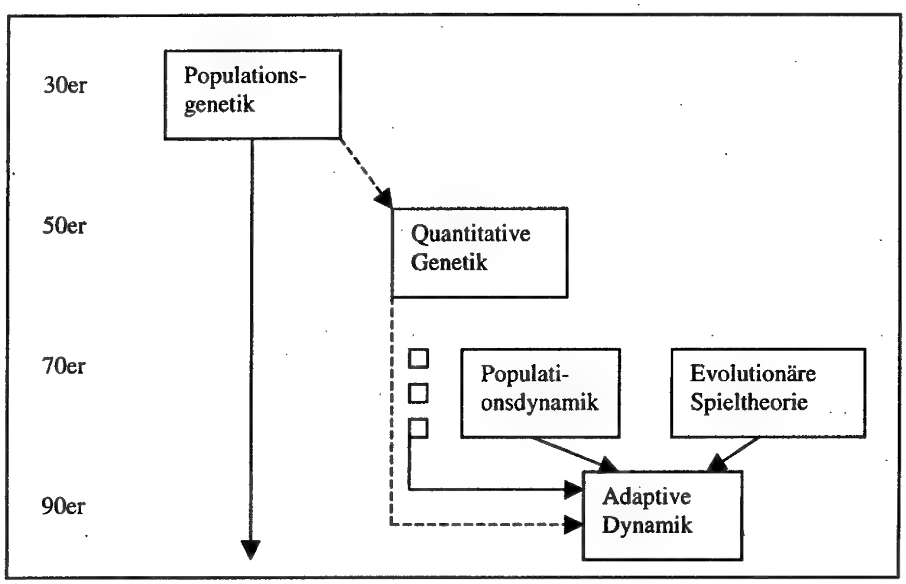


Abbildung 1: Historischer Überblick

Nachdem Darwin in den 60er und 70er Jahren des 19. Jahrhunderts seine Theorie der Evolution durch natürliche Auswahl formuliert hat, hat es lange gedauert, die Vorstellungen Darwins mit genetischen und mechanistischen Aspekten des Evolutionsprozesses in Verbindung zu bringen.

Das geschah in den 30er Jahren im Rahmen der sogenannten modernen Synthese, die dazu beitrug, evolutionäre Dynamik auf ein mathematisches Fundament zu stellen, nämlich die Populationsgenetik. Diese versucht, die Veränderungen von Frequenzen der Genotypen in Populationen formal zu erfassen. Diese Theorie hat in den 40er und 50er Jahren aus pragmatischen Gründen, um Zuchtexperimente von Pflanzen und Tieren erfolgreich vorhersagen zu können, die Quantitative Genetik hervorgebracht, die im Gegensatz zur Populationsgenetik nicht auf dem Genotyp, das heißt auf der Ebene der einzelnen Gene, operiert und deren Frequenzen beschreibt, sondern bereits Aussagen macht über Verteilungen von Genotypen bzw. Phenotypen in kontinuierlichen Räumen und damit dem, was beobachtbar ist, erheblich näher kommt.

Unabhängig davon hat sich die Populationsdynamik entwickelt, die nicht erst in den 70er Jahren entwickelt wurde, sondern eine lange Vorgeschichte hat, die aber jetzt erst anfing, für evolutionäre Fragestellungen interessant zu werden. Zur gleichen Zeit entwickelte sich die evolutionäre Spieltheorie sowie einige Teilgebiete, wie die Replikatordynamik und die Mutations-Selektions-Theorie auf Basis von Reaktions-Diffusions-Systemen, die aus der Physik und Chemie bekannt sind. Man versucht nun, mit der adaptiven Dynamik verschiedene Zugänge zur Evolutionstheorie zu integrieren. Daneben muß aber die Populationsgenetik als eigenständiger Forschungszweig erhalten bleiben. Die Integration einer phenotypischen Beschreibung und ihrer genotypischen Grundlage steht weitgehend noch aus. Es gibt also zwei verschiedene Ansätze, deren Anhänger wenig miteinander kooperieren, die evolutionären Entwicklungen zu beschreiben. Einmal die Sicht der Genetiker, die darauf besteht, daß jede Evolution bzw. jeder Adaptationsprozeß nur im Rahmen von genetischen Betrachtungen verstanden werden kann und Spieltheoretiker bzw. phenotypisch denkende Theoretiker, die darauf hinweisen, daß die komplizierten genetischen Theorien kaum mit ökologischen Tatsachen und Beobachtungen in Verbindung gebracht werden können.

2.2 Evolutionäres Spiel

Die wesentliche Komponente der biologischen Evolution ist der Prozeß der natürlichen Auslese. Das Darwinsche Prinzip ist neben den Selbstorganisationsprinzip aus der Physik das wohl wichtigste konzeptionelle Gebäude, das benutzt wird, um die Komplexität zu erklären, die wir um uns herum beobachten, und die nicht durch Design sondern durch einen Selbstordnungsprozeß entstanden ist.

In der Biologie geht es um die Beschreibung eines mehrschichtigen Prozesses, der die Evolution von adaptiven Eigenschaften in Populationen als ein komplexes Ineinandergreifen von verschiedenartigen Prozessen darstellt, wie Abbildung 2 zeigt:

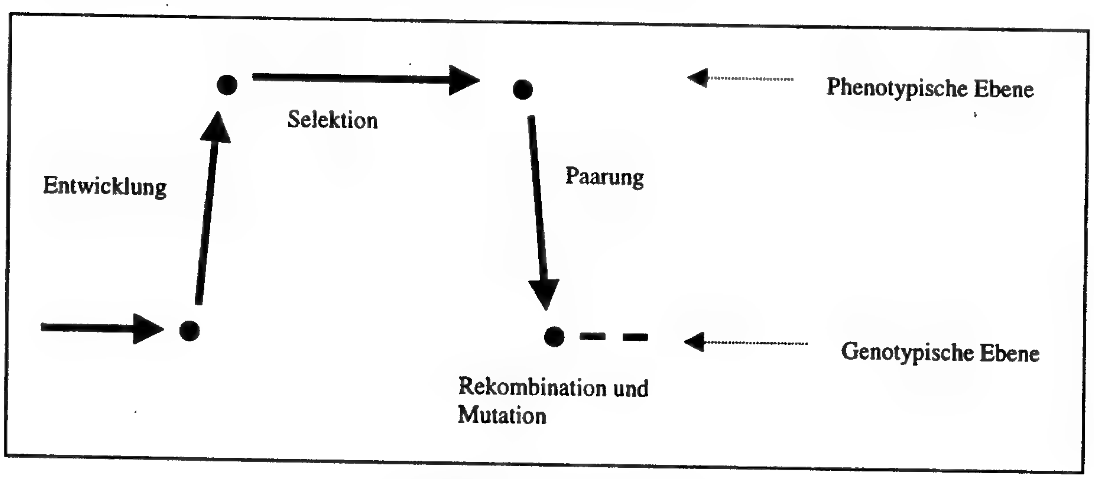


Abbildung 2: Evolution

Angelehnt an die klassische Spieltheorie werden im Grunde dieselben Konzepte benutzt und nur anders betont bzw. spezieller gebraucht. Die Spieler in einem evolutionären Spiel sind die einzelnen Organismen einer sich adaptierenden Population, die Strategien sind Phenotypen,

d.h. die physikalischen oder verhaltenstypischen Eigenschaften der Organismen. Die Payoffs sind die Fitnessbeiträge, d.h. die Veränderungen in der Überlebens- und Fortpflanzungswahrscheinlichkeit der einzelnen Individuen durch die Strategien bzw. Phenotypen. Von besonderem Interesse sind die evolutionären Gleichgewichte eines Spiels, die identifiziert werden mit den evolutionären Resultaten, d.h. mit dem, was wir eigentlich beobachten wollten. Die Begründung, warum wir z.B. auf das Nash-Gleichgewicht solchen Wert legen, liegt in der Annahme der Rationalität der Spieler, d.h. wären die Spieler rational, so müßten sie sich gemäß Nash-Gleichgewichten verhalten, d.h. ihre Strategien entsprechend einstellen. Diese Motivation für die Auszeichnung dieser speziellen Kombination von Strategien geht in der Evolution natürlich verloren, denn Pflanzen und Tiere besitzen diese Rationalität im allgemeinen nicht. Statt dessen wird ein Argument benutzt, das sich formal ganz ähnlich ausdrükken läßt, aber konzeptionell völlig unterschiedlich ist. Man betrachtet die Invasionsmöglichkeit von veränderten Phenotypen, d.h. man betrachtet Mutanten und untersucht, ob diese Mutanten in eine Population invasieren können, oder nicht. Das hat im Grunde genommen die gleichen Effekte wie die Rationalität. Während der rationale Spieler einen sich irrational oder emotional verhaltenden Spieler ausspielt, d.h. mehr Utilities sammelt, ist es bei angepaßten Organismen so, daß sie gegenüber möglichen Invasoren oder Mutanten Überlebensvorteile sammeln. Das Resultat ist hierbei jeweils ähnlich: Der rationale Spieler würde das Nash-Gleichgewicht wählen, während angepaßte Organismen in gewisser Weise evolutionäre Optima wählen.

2.3 Evolutionär Stabile Strategien

Wir kennen aus dem vorhergehenden Vortrag schon die Definition einer Evolutionär Stabilen Strategie (ESS). Der Vergleich mit dem Nash-Gleichgewicht wurde bereits diskutiert. Man muß gegenüber der traditioneller orientierten Darstellung der Evolutionstheorie, welche aber schon seit ca. 20 Jahren aus der Mode gekommen ist, immer wieder betonen, daß die Evolution kein Prozeß ist, der den Populationen oder sogar den ökologischen Gemeinschaften insgesamt Vorteile bringt. Das bedeutet, Evolution führt nicht im allgemeinen zu Pareto-Optima, die den Ressourcen-Durchsatz der involvierten Populationen maximieren, im Gegenteil: manchmal treibt die Evolution sich selber in die Enge und vermindert die Überlebensfähigkeit und den Fortpflanzungserfolg der beteiligten Arten.

Man soll sich dadurch nicht irreführen lassen, was die Anwendungen der evolutionären Spieltheorie im Bereich der Biologie oder der Ökologie angeht, es werden zwar wöchentlich Abhandlungen veröffentlicht, in denen solche Anwendungen vorgeführt werden, diese sind aber häufig auf sehr spezielle Artengemeinschaften bezogen und insofern gelangen sie nichtsosehr in die allgemeine Diskussion.

Der Reichtum und die Kraft der evolutionären Spieltheorie liegt letztendlich in ihrer paradigmatischen Bedeutung, die den Evolutionsprozeß mit ganz einfachen Prinzipien verständlich macht und es erlaubt, konzeptionelle Argumentationen durchzuführen, ohne sich auf allzu spezielle Eigenheiten eines Systems stützen zu müssen. Dies ist eine vornehme Art zu sagen, daß die evolutionäre Spieltheorie bisher nicht falsifiziert oder verifiziert werden konnte, weil die Annahmen und die Struktur dieser Theorie so vage sind und so weit von der möglichen Realität entfernt sind, daß man selbst bei einem offenkundigen Widerspruch zwischen den Vorhersagen und Beobachtungen eher dazu geneigt ist, die Annahmen oder Begleitumstände in Frage zu stellen, als die Theorie selbst.

Dazu ein einfaches Beispiel. Hierbei geht es um das Wurzelwachstum von Pflanzen:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} H & V \end{array} \\ \begin{array}{c} H \\ V \end{array} & \begin{bmatrix} S/2 & U \\ U & U \end{bmatrix} \end{array}$$

H	horizontale Wurzelausdehnung
V	vertikale Wurzelausdehnung
S	Oberflächenwasser
U	Grundwasser

Bei horizontaler Ausdehnung der Wurzeln können die Pflanzen das Oberflächenwasser nutzen, bei vertikaler Ausbreitung das Grundwasser.

Hierbei geht man von einer paarweisen Interaktion zwischen den Spielern aus. Wenn sich zwei Pflanzen ‚entscheiden' ihre Wurzeln horizontal auszustrecken, dann müssen sie sich das Oberflächenwasser teilen und haben damit $S/2$ als Fitness-Zuwachs. Wenn sie hingegen beide das Untergrundwasser anzapfen, besteht keine Konkurrenz und beide haben den Fitness-Zuwachs U. Wenn sie getrennt Oberflächen- und Untergrundwasser versuchen zu verwerten, entsteht ebenfalls keine Konkurrenz, bei der horizontalen Ausdehnung entsteht ein Fitness-Zuwachs S, bei der vertikalen Ausdehnung U.

Im Fall 1 sei: $S=4$, $U=1$, damit ist H ein ESS.
Im Fall 2 sei: $S=4$, $U=3$, damit ist U ein ESS.
Im Fall 3 sei: $S=4$, $U=2$, damit ist U kein ESS,

d.h. es gibt keine evolutionär stabilen Strategien, weder gemischt noch rein.

Man sieht, daß bei geänderten Umweltbedingungen unterschiedliche Strategien sinnvoll sind.

3 Erweiterungen zur klassischen evolutionären Spieltheorie

Hier diskutieren wir einzelne Aspekte für die Notwendigkeit von Erweiterungen der evolutionären Spieltheorie. Im einzelnen werden hier acht Aspekte für die Erweiterungen vorgestellt.

3.1 Dynamische Information

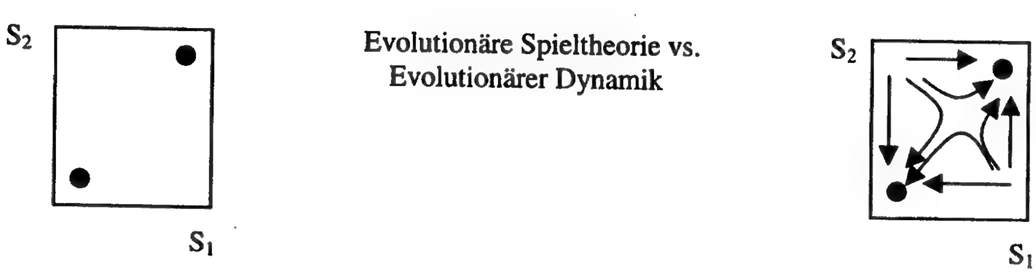
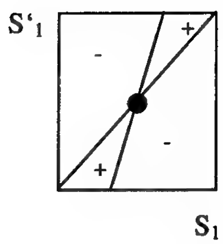


Abbildung 3: Vergleich dynamischer und statischer Theorien

Die evolutionäre Spieltheorie ist eine statische Theorie, die den Ausgang eines Prozesses, aber nicht den Prozeß selbst beschreibt. Ergebnis davon sind die asymptotisch stabilen Zustände, aber nicht die Transienten. Wenn mehrere mögliche Endzustände vorliegen, kann man nicht entscheiden, welcher Endzustand angenommen wird, weil dies von der Transiente der Anfangsbedingungen eines Prozesses zu den Endzuständen abhängt, wie man Abbildung 3 entnehmen kann.

Dynamische Theorien sind den statischen evolutionären Theorien zwar überlegen, jedoch komplexer. Sie können zwei Kombinationen von Eigenschaften vorhersagen – im allgemeinen evolutionäre Attraktoren wie sie beispielsweise in Räuber-Beute-Systemen vorkommen. Es ist jedoch nicht angegeben, wie groß der dynamische Einzugsbereich dieser Kombinationen ist. Somit wäre möglich, daß nur ein kleiner Kringel um eine der beiden Kombinationen auf diesen Endzustand zuläuft, während alle anderen Anfangszustände auf die andere Kombination zulaufen.

3.2 Stabilität



Nichtinvasibilität vs. Attraktivität (Konvergenz)

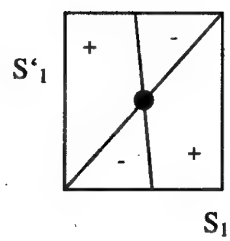


Abbildung 4: Vergleich Nichtinvasibilität und Attraktivität

Ein zweiter Aspekt ist die Evolutionäre Stabilität. Es wird immer wieder zu Recht gesagt, daß die ESS eigentlich falsch benannt ist. Sie sollte höchstens ‚evolutionär unschlagbare Strategie' heißen, denn das ist der historische Begriff, der 1968 schon von Hamilton gebraucht wurde. Die dynamische Form der Stabilität wird vom ESS-Kriterium gar nicht betrachtet, es betrachtet Invasibilität – die Fähigkeit eines Mutanten in eine Population einzudringen, aber nicht die Fähigkeit einer Population, zu einem bestimmten adaptiven Zustand zurückzukehren. Man betrachtet daher paarweise Invasibilitätsgraphen, bei denen man einzelne Strategien wie Körpergröße oder –gewicht und auf der anderen Achse die zugehörige Strategie des Mutanten vergleicht. Die Frage ist daher, ob eine ganze Population von residenten Individuen von einem Mutantenindividuum invasiert werden kann. Die Vorzeichen sagen dabei aus, ob die jeweilige Population wächst oder sinkt und ob zum Beispiel die Mutation die alte Population ersetzt. Im Bereich der Schnittpunkte erhalten wir Kandidaten für evolutionäre Endzustände, die auf diesen Endpunkt zu konvergieren. In Abbildung 4 sieht man, daß, wenn die Wachstumsrate der Mutanten negativ ist, ein Anzeichen dafür vorliegt, daß dieser Punkt im klassischen Sinne evolutionär stabil ist.

Es wurde noch eine weitere dynamische Eigenschaft in die Betrachtung mit einbezogen, nämlich die der Konvergenz oder Attraktivität dieses Endpunktes. Festzustellen ist, daß evolutionäre Stabilität für Attraktivität nicht ausreicht und ohne dynamische Überlegungen das Konzept der ESS nur Stückwerk bleibt.

3.3 Linearität

Die Auszahlung bei Matrixspielen ist gegeben durch eine quadratische Matrix:

$$w(s', s) = s^T W s' \quad s = \begin{pmatrix} P \\ 1 - P \end{pmatrix} \quad \text{für } 2 \times 2 \text{ Matrizen} \quad W$$

3.4 Entartung

Die Linearität entspricht aber nicht ganz dem biologischen Verhalten und ökologischen Aspekten und dies hat Folgen, welche man im „Pairwise Invasibility Plot" (PIP) sehen kann:

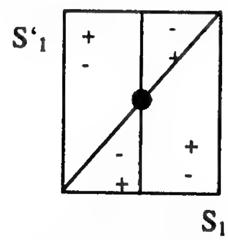


Abbildung 5: Entartung

Die evolutionäre Spieltheorie, so dargestellt wie in Abbildung 5, führt immer dazu, daß, wenn überhaupt ein Gleichgewicht existiert, ein potentieller Kandidat für einen Endpunkt, auf der Konturlinie zwischen Plus und Minus immer vertikal verläuft. In dieser erweiterten Betrachtung ist die evolutionäre Spieltheorie strukturell instabil, weil jede noch so kleine Störung dieser Steigung zu qualitativen Verhaltensänderungen führt.

3.5 Ungleichgewicht

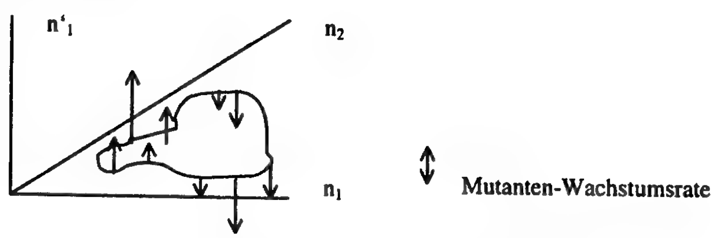


Abbildung 6: Ungleichgewicht

Attraktoren für Populationen, welche keine Fixpunkte sind, können komplizierte Invasionsdynamiken hervorrufen, wie beispielsweise in Abbildung 6 gezeigt wird. In der Grafik ist ein periodischer Orbit für eine Räuber-Beute-Population zu sehen. Auf diesem Zyklus kann man an jedem Punkt untersuchen, ob ein Mutant einen Invasionserfolg haben kann. So kann man entscheiden, ob ein Mutant im Mittel Erfolg haben kann.

3.6 Diskretheit und Stochastik

Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet keine Populationen, und kann insofern auch nicht die Diskretheit von Individuen zum Ausdruck bringen. Jedes Individuum ist – jedenfalls solange es lebt – eine unteilbare Einheit. Wenn wir eine Populationsdynamik auf Individuuen betrachten, dann ist das eine stochastische Betrachtung auf den ganzen Zahlen, welche andere Eigenschaften hat (wenn die Population klein ist), als eine deterministische Populationsdynamik. Dies kann für kleine Populationen entscheidend sein und ist eine Quelle für Zufälligkeit oder Rauschen in dem Prozeß. Eine andere Quelle ist die Tatsache, daß die Mutationen zufällig verlaufen und so ebenfalls ein Rauschen in den Evolutionsprozeß hineinbringen.

3.7 Mutations-Verteilungen

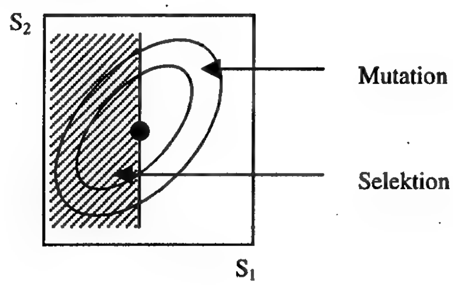


Abbildung 7: Mutationsverteilungen

Wenn wir in dem Strategieraum der Mutationsverteilung aus Abbildung 7 die Invasionsmöglichkeiten betrachten, wird sich wie hier häufig der Fall finden, daß auf einer Halbebene Invasionen möglich sind. Auf der anderen Halbebene, ausgehend von einer residenten Strategie, kann keine Invasion stattfinden. Alle Individuuen, die nicht im schraffierten Bereich liegen, können als Mutanten von diesem Elternpunkt aus invasieren. Die Frage ist nun, mit welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung treten diese Mutanten auf? Wäre die Wahrscheinlichkeitsverteilung isotroph, dann würde sich kein Richtungseffekt aus der Mutation ergeben. Häufig sind solche Mutationsverteilungen aber gerichtet, weil sie Korrelationen zwischen Eigenschaften haben.

Im Beispiel oben sind Konturlinien für eine korrelierte Mutationsverteilung, die Kovarianz besitzt, eingezeichnet. Man sieht, Mutanten liegen im wesentlichen in diagonaler Richtung. Die Evolution operiert auf den Filtern der Mutation. Im vorliegenden Beispiel ist nur der schraffierte Bereich zu filtern.

3.8 Ko-Evolution

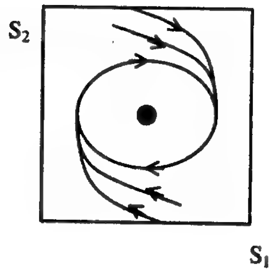


Abbildung 8: Ko-Evolution

Man stellt sich vor, man hat eine ökologische Gemeinschaft mehrerer Arten, eine klassische Räuber-Beute-Situation beispielsweise. Diese Arten bestimmen ihre Umwelt wechselseitig, d.h. wenn sich eine Art verändert oder anpaßt, dann bedeutet das eine Veränderung der Umwelt für die andere Art. Dies wiederum hat einen Selektionsprozeß für die andere Art zur Folge, der sich zyklisch fortsetzt und eine wechselseitige Abhängigkeit der Adaptations-prozesse bewirkt.

Beschreibt man dieses Phänomen mit quantitativen Mitteln, so zeigt sich, daß die evolutionäre Dynamik nicht immer auf einen Fixpunkt, d.h. auf einen stationären Endzustand zulaufen muß, bei dem dann Eigenschaften unverändert bleiben, sondern es ist auch häufig der Fall, daß sogenannte evolutionäre Trajektorien, die Kombinationen von adaptiven Eigenschaften beschreiben, auf Grenzzyklen oder Attraktoren laufen (siehe Abbildung 8). Man kann nicht davon ausgehen, daß man im Verlauf der Evolution, wenn man nur lange genug wartet, irgendwann asymptotische Zustände erreicht, sondern man muß akzeptieren, daß in biologischen Gemeinschaften Nicht-Gleichgewichtszustände auftreten. Vielmehr kann man Zustände beobachten, welche durchaus kein evolutionäres Optimum darstellen.

4 Adaptive Dynamik

Wir haben die evolutionäre Spieltheorie kennengelernt als ein stark vereinfachtes und sehr erfolgreiches Mittel zur Darstellung evolutionärer Prozesse. Wir haben gesehen, daß es überzeugende Argumente gibt, daß evolutionäre Spieltheorie in gewissen Aspekten zu kurz greift, d.h. sie muß erweitert werden. Dies könnte einerseits in die genetische Richtung gehen, aber dort bietet sich im Moment wenig Aussicht auf Erfolg, da es bislang zu kompliziert ist, den kompletten Genomkode einer beliebigen Spezies zu entschlüsseln. Eine dynamische Theorie, die über die Replikatordynamik hinausgeht, wäre sicherlich nützlich.

4.1 Modelle der Ko-Evolution

Zur Wiederholung nun ein kurzer Überblick über die Modelle der Ko-Evolution:

1. ESS Invasionskriterium: Der Mutationsprozeß geht hierbei nicht ein; es erfolgt keine dynamische Unterscheidung; die Auszahlungen sind linear.
2. Replikatordynamik: Hier wird die Größe der Population betrachtet. Es geht erst in zweiter Linie um Strategien. Hauptanliegen ist die Beobachtung der Veränderung von Populationsgrößen in der Zeit.

3. Adaptive Dynamik (im engeren Sinne): Hier geht es nicht mehr um Populationsgrößen, sondern um Veränderungen von Strategien. Es wird eine Gemeinschaft von verschiedenen Arten und die untereinander stattfindende Ko-Evolution betrachtet. Die adaptiven Eigenschaften (Körpergröße, Gewicht, ...) verändern sich dabei mit der Zeit. Die Veränderungsrate ist gegeben in zwei Teilen. Ein Faktor reguliert die Schnelligkeit der Veränderungen (abhängig von Mutationsraten und –größen). Der zweite ist ein lokaler Gradient und basiert auf der Idee der adaptiven Landschaft. Der evolutionäre Prozeß wird als eine verformbare Landschaft beschrieben und Individuen als Punkte, welche auf dieser Landschaft „emporkraxeln" und versuchen evolutionäre Optima zu erklimmen.
4. Reaktions-Diffusions-Gleichungen: Hierbei gibt es einen Strategienraum, über dem eine Verteilung von Individuen existiert. Diese Verteilung gibt an, mit welcher Häufigkeit Änderungen von diesen Individuen angenommen werden.

4.2 Exkurs: Invasionsmöglichkeiten eines Mutanten

Im folgenden wird eine Population betrachtet. In den ersten beiden Fällen gibt es zwei Ausprägungen, wobei durch Tod oder Geburt der jeweilige Bestand geändert wird. Im dritten Fall wird durch eine Mutation eine weitere Ausprägung gebildet (siehe Abbildung 9).

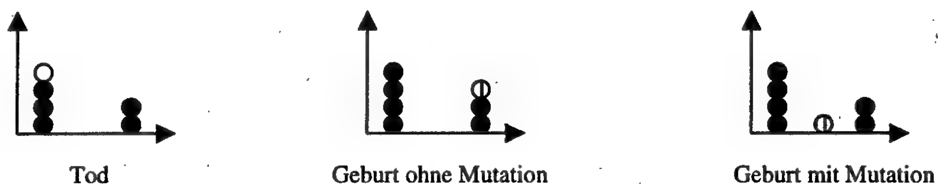


Abbildung 9: Invasionsmöglichkeiten

Dies ist ein sehr allgemeines Bild, in das konkrete Spezifikationen eingefügt werden können. Das Verhalten dieser Eigenschaftsverteilung hängt im wesentlichen von der Mutationsrate ab.

Ein weiteres Modell für die Illustration gibt es in der Biologie. Hierbei handelt es sich um ein Räuber-Beute-Modell, bei dem sich der Räuber auf die Beute spezialisiert. Zwei wesentliche Funktionen beschreiben diesen Prozeß (siehe Abbildung 10):

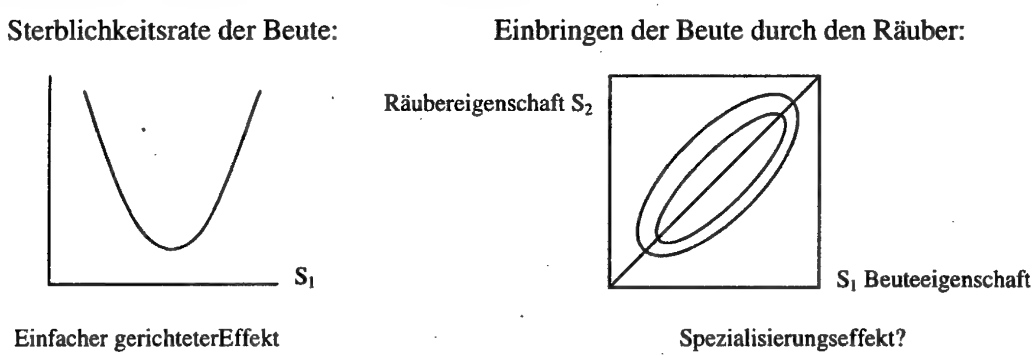


Abbildung 10: Räuber-Beute-Modell

Die Frage, die sich stellt, ist: Welchen Effekt hat das Einbringen eines Räubers, der sich spezialisieren kann, auf die Evolution der Beute? Das Verspeisen der Beute erfolgt vorzugs-

weise dann, wenn Räuber- und Beuteeigenschaft gleich sind bzw. proportional. Beispielsweise bevorzugen in der Natur Räuber Beutetiere, die ungefähr ein Zehntel ihres eigenen Körpergewichtes haben.

4.3 Ausblick

Zum Abschluß betrachten wir die durch Abbildung 11 gegebene Übersicht über die Entwicklung der dynamischen Theorie der Ko-Evolution. Diese basiert im wesentlichen auf vier älteren evolutionstheoretischen Modellen und bietet einige Vorteile.

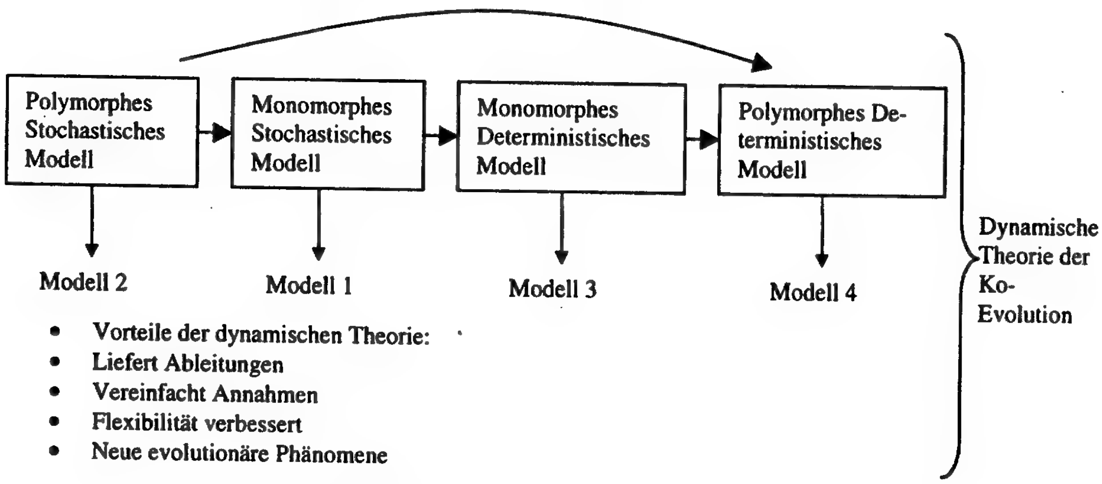


Abbildung 11: Entwicklung der dynamischen Theorie

5 Literatur

U. Dieckmann: *The Dynamical Theory of Coevolution*. Unveröffentlichter Bericht, IIASA, Laxemburg 1996.

Bernhard Hofmann
Fakultät für Informatik
Universität der Bundeswehr München

Preisfestsetzung in ATM-Netzen

Protokoll von

René Mertens
Gunnar Reimann
Torsten Wieckberg

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 13. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung in die ATM-Technologie

Der Asynchrone Transfer Modus, kurz ATM, ist ein Netzwerkstandard für die verbindungsorientierte Übertragung von Datenpaketen fester Länge, den sogenannten ATM-Zellen. Diese setzen sich zusammen aus einem fünf Byte langen Zellkopf (Header), der Informationen zur Steuerung und Fehlerkorrektur enthält, sowie der eigentlichen Nutzlast (Payload), die 48 Byte umfaßt. Bei der festgelegten Zellenlänge von 53 Byte handelt es sich um einen Kompromiß zwischen den Anforderungen von Sprach- und Datenübertragung, da mit zunehmender Zellenlänge nicht nur der Overhead, sondern auch die für die Sprachübertragung erreichbare Abtastrate sinkt. Mit einer Länge von 53 Byte sind die ATM-Zellen einerseits groß genug, um eine effiziente Datenübertragung zu ermöglichen, und andererseits klein genug, um bei den hohen ATM-Übertragungsraten noch eine ausreichend gute Sprachübertragung zu erzielen. Dies ist von entscheidender Bedeutung, um mit ATM als diensteintegrierender Übertragungstechnik die gesamte Spannweite der Kommunikationsdienste, vom Dateitransfer bis hin zu Videokonferenzen, gleichermaßen zu unterstützen.

1.1 Asynchrones Zeitmultiplexen

Aus der Vielzahl der zu unterstützenden Kommunikationsdienste ergeben sich naturgemäß auch große Unterschiede zwischen den zu übertragenden Datenströmen (siehe Abbildung 1.1). Insbesondere sollen nicht nur Datenströme unterschiedlicher, aber konstanter Bitrate übertragen werden (die Bitrate ist in Abbildung 1.1 durch die Breite der Rechtecke dargestellt), sondern auch Datenströme variabler Bitrate. Letztere können ihrerseits kontinuierlich oder burstartig sein. Unter einem Burst versteht man eine Anhäufung unmittelbar oder eng aufeinanderfolgender Zellen, die von Intervallen mit wenigen oder gar keinen gesendeten Zellen umrahmt wird.

Diese unterschiedlichen Datenströme werden nun in Pakete fester Länge zerschnitten, die ihrerseits mit einem Header versehen werden. Das Zusammenführen der verschiedenen Paket- bzw. Zellströme auf ein Übertragungsmedium, das sog. Multiplexen, erfolgt bei ATM als asynchrones Zeitmultiplexen, d.h. die Zellen werden zeitlich verschachtelt in der Reihenfolge ihres Eintreffens übertragen und nicht, wie beim synchronen Zeitmultiplexen, in periodisch wiederkehrenden Zeitschlitzen fester Länge. Die nötige Information, um die Zellen zu steuern und ihrem ursprünglichen Kanal zuzuordnen, ist im Zellheader enthalten. Hierauf kann an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Diesbezügliche nähere Informationen finden sich bei Black (1995).

Für ein effizientes Multiplexen variabler Bitraten muß man allerdings in Kauf nehmen, daß die Überlagerung der eingehenden Datenströme die vorgegebene Ausgangsrate in gewissen Fällen übersteigt. Die überzähligen Zellen werden, soweit möglich, in einem Puffer zwischengespeichert (in Abbildung 1.1 unterhalb des Trichters). Hieraus ergeben sich Zellverzögerungen und, bei einem Überlauf des Puffers, Zellverluste.

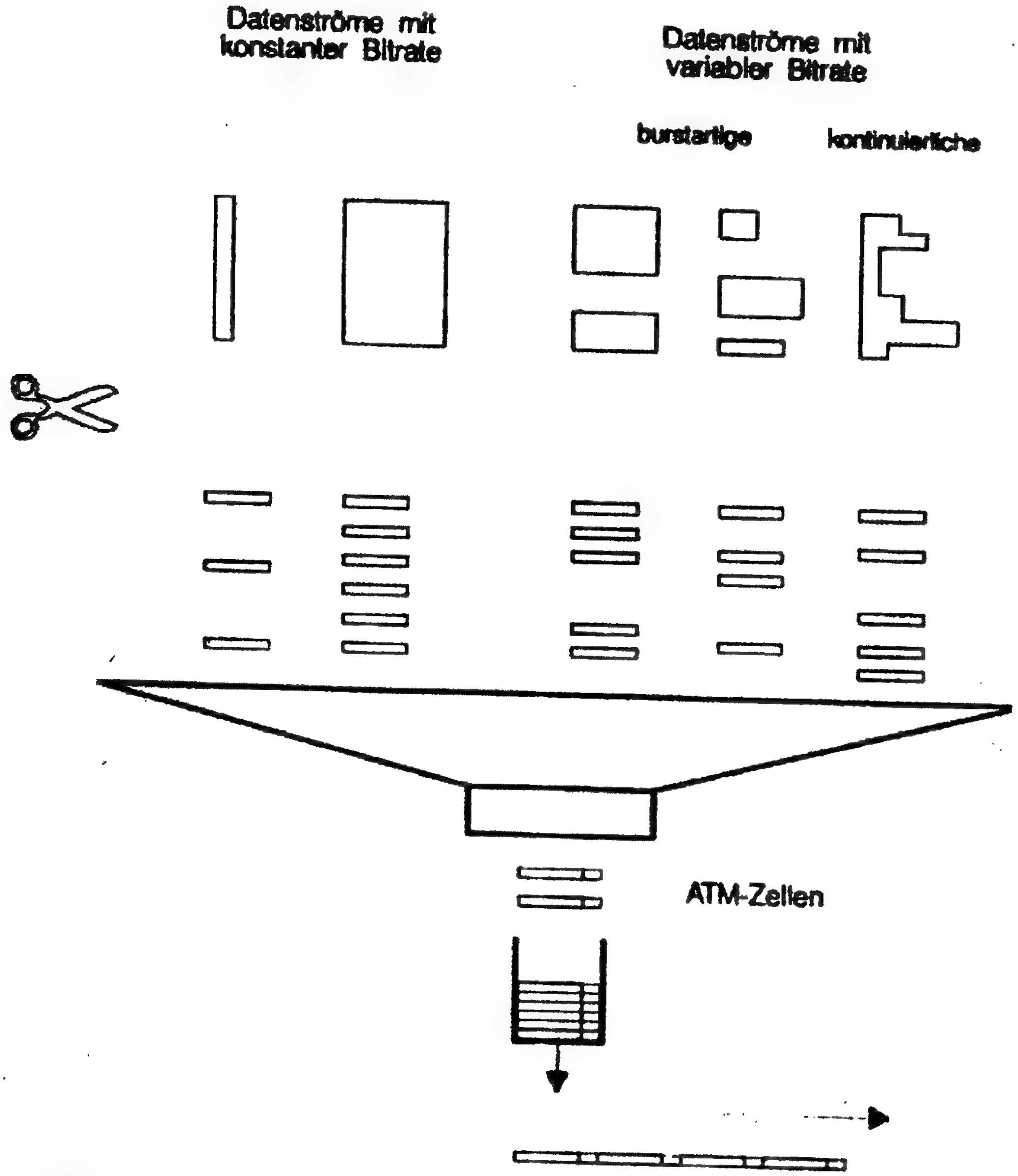


Abbildung 1: Multiplexing in ATM-Netzen nach Hochmuth und Wildenhain (1995)

1.2 Dienstgüte (Quality of Service QoS) und Verkehrsvertrag

Die beiden Faktoren Zellverzögerung und Zellverlust bestimmen im wesentlichen die Dienstgüte, die sogenannte "Quality of Service" (abgekürzt QoS) einer ATM-Übertragung. Genauer gesagt sind die beiden wichtigsten "Quality of Service"-Parameter zum einen Durchschnitt und Varianz der Zellverzögerung und zum anderen die Rate bzw. Wahrscheinlichkeit der Zellverluste.

Wichtig ist in unserem Zusammenhang, daß die unterschiedlichen QoS-Parameter für die verschiedenen Dienste von ganz unterschiedlicher Bedeutung sind: während Audio- und Video-Übertragungen besonders verzögerungsempfindlich sind, sind Datenübertragungen insbeson-

dere verlustempfindlich. Es gibt also kein allgemeines Kriterium dafür, ob eine Übertragung gut oder schlecht ist.

Die durch die "Quality of Service"-Parameter beschriebene Dienstgüte, die der Netzbetreiber dem Benutzer garantiert, ist Bestandteil des sogenannten Verkehrsvertrags (traffic contract), der bei Verbindungsaufbau zwischen Netzbetreiber und Benutzer abgeschlossen wird. Der zweite wichtige Bestandteil dieses Vertrags ist die Festlegung der Datenlast, die der Benutzer übertragen lassen möchte. Über diese Vereinbarung hinausgehende Zellen werden vom Netzbetreiber gegebenenfalls verworfen.

2 Bemessungsgrundlagen für verbrauchsabhängige Preise

Um mit Hilfe der Preisfestsetzung den Verbrauch der Netzwerkressourcen steuern zu können, muß zunächst die Frage geklärt werden, wie dieser Verbrauch überhaupt quantitativ erfaßt werden kann.

2.1 Diskussion möglicher Bemessungsgrundlagen

Eine besonders einfache verbrauchsabhängige Form der Preisfestsetzung findet man im Telefonnetz, wo die Kosten einer Verbindung, abgesehen von der Entfernung und Tageszeit, nur von der Dauer der Verbindung abhängen.

Die Entfernung bleibt in unserem Modell unberücksichtigt, da lediglich die gemeinsame Nutzung einer beliebigen Netzwerkkomponente behandelt wird. Ein Beispiel einer solchen Komponente könnte eine Übertragungsleitung bestimmter Länge sein, ein anderes Beispiel wäre ein Switch. Die Tageszeit ist indirekt ein Maß für die Belastung und wird durch diese implizit im Modell enthalten sein.

Die Verbindungsdauer wirft als Bemessungsgrundlage bei Breitbandnetzen folgende Probleme auf:

Zunächst einmal hat sie bei Breitbandnetzen gar nicht mehr die gleiche Aussagekraft wie beim Telefon, da während der Verbindungsdauer dynamisch Betriebsmittel zugeteilt werden. Desweiteren wäre es natürlich unangemessen, einen Dateitransfer mit geringer Datenübertragungsrate einer gleich langen Videoübertragung gleichzustellen. Es muß daher in jedem Fall als zweite Bemessungsgrundlage die Datenrate mit berücksichtigt werden.

Wenn diese Datenrate variiert, wäre es möglich, die Spitzenrate oder die Durchschnittsrate zugrundezulegen. Die vermeintlich höchste Genauigkeit ließe sich durch das Abzählen der einzelnen Zellen erreichen ("cell counting"). Dieses Verfahren löst jedoch, abgesehen von dem damit verbundenen Aufwand, noch nicht das Problem, die sogenannte "Burstiness", also das Verhältnis von Spitzenrate zu Durchschnittsrate, zu erfassen. Dies ist nötig, da eine Übertragung, bei der dieses Verhältnis sehr groß ist, im Hinblick auf das Multiplexing sehr viel größere Probleme bereitet, als eine Übertragung mit nahezu konstanter Datenrate.

2.2 Effektive Bandbreite als Lösungsmöglichkeit

Eine Lösungsmöglichkeit für dieses Problem wäre das Konzept der effektiven Bandbreite, siehe Kelly (1997). Diese liegt zwischen der Durchschnittsrate und der Spitzenrate. Für n Datenquellen mit unabhängigen Datenraten $A_1,\dots,A_n$ und effektiven Bandbreiten $E_1,\dots,E_n$ gilt:

$$P\{ \sum A_i > C \} \le e^{-\gamma}, \text{ falls } \sum_i E_i \le K.$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Bandbreiten in der Überlagerung eine gewisse Kapazitätsgrenze C überschreiten, bleibt also unter einem vorgegebenen Wert $e^{-\gamma}$, solange man die Summe der effektiven Bandbreiten unter einer bestimmten, von diesem Wert abhängigen Schranke K hält. Man hat damit eine Größe, anhand derer das Netzwerk bei Verbindungsaufbau entscheiden kann, wieviele Verbindungen es zulassen kann, um mit gewisser Wahrscheinlichkeit noch diejenige Dienstgüte zu erhalten, die es dem Benutzer garantieren will.

3 Verbrauchssteuerung mit Hilfe der Preisfestsetzung

3.1 Spieltheoretische Formulierung

Die gemeinsame Nutzung eines Netzwerks durch n Benutzer läßt sich nach Cocchi, Shenker, Estrin und Zhang (1993) folgendermaßen als nichtkooperatives n-Personen Spiel in Normalform modellieren:

S	sei die Menge der Signale (Anforderungen), die von den Benutzern an das Netz geschickt werden können (d.h. alle Benutzer haben die gleiche Strategienmenge S).

Sei $\underline{\sigma} = (\sigma_j)_{j=1,\dots,n} \in S^n$ der Vektor der von den Spielern (für einen Zeitpunkt) gewählten Strategien.

Dann sei für alle $i = 1,\dots,n$

$V_i(\underline{\sigma})$	der (Brutto-) Nutzen von Benutzer i,
$c_i(\underline{\sigma})$	der Preis, den Benutzer i bezahlt,
$U_i(\underline{\sigma}) := V_i(\underline{\sigma}) - c_i(\underline{\sigma})$	der Nettonutzen von Benutzer i.

Aus globaler Sicht besteht das Ziel darin, den Gesamtnutzen aller Spieler zu maximieren. Es ist also ein $\underline{\sigma}^{max}$ gesucht, für das gilt:

$$\forall\, \underline{\sigma} \in S^n : \sum_i V_i(\underline{\sigma}^{max}) \ge \sum_i V_i(\underline{\sigma}).$$

Die einzelnen Teilnehmer können sich andererseits ihren individuellen Zielen nicht mehr weiter annähern, wenn ein Nash-Gleichgewicht $\underline{\sigma}^N$ bezüglich der Nettonutzenfunktionen U_i vorliegt, d.h. wenn gilt

$$\forall\, i = 1,\dots,n\ \forall\, \rho_i \in S : U_i(\underline{\sigma}^N) \ge U_i(\underline{\sigma}^N |^i \rho_i),$$

wobei $\underline{\sigma}^N |^i \rho_i$ hier für denjenigen Vektor steht, der aus $\underline{\sigma}^N$ entsteht, indem man dessen i-te Komponente durch ρ_i ersetzt.

Bei $\underline{\sigma}^N$ liegt somit eine Situation vor, in der keiner der Teilnehmer durch einseitige Änderung seines Verhaltens seinen Nettonutzen U_i vergrößern kann.

Ein naheliegendes Ziel der Preisfestsetzung ist es nun, das Gesamtziel der Nutzenmaximierung mit den individuellen Zielen der Spieler in Einklang zu bringen. Es soll also der „Preismechanismus“ c: $\underline{\sigma} \mapsto (c_i(\underline{\sigma}))_{i=1,\dots,n}$ so gewählt werden, daß

$$\underline{\sigma}^{max} = \underline{\sigma}^{N}.$$

Diese Übereinstimmung liegt normalerweise gerade <u>nicht</u> vor, wenn die Benutzung des Netzwerks für alle Teilnehmer kostenlos ist, d.h. wenn gilt:

$$\forall\, i = 1,\dots,n \;\forall\, \underline{\sigma} \in S^n \; c_i(\underline{\sigma}) = 0.$$

Interpretiert man die Strategien σ_i als Datenraten, so läge in diesem Fall ein Nash-Gleichgewicht nämlich erst dann vor, wenn eine weitere Erhöhung der Datenrate für keinen der Teilnehmer mehr sinnvoll ist. Da bei begrenzten Ressourcen jede individuelle Ratenerhöhung eines Benutzers den Nutzen der anderen Teilnehmer schmälert, ist bei einem solchen Nash-Gleichgewicht der Gesamtnutzen sicher nicht maximal. In der Spieltheorie ist dieses Problem bekannt als das sogenannte “Problem of the Commons”.

3.2 Congestion Pricing

Eine mögliche Lösung dieses Problems für Datennetze ist das sogenannte “Congestion Pricing”, bei dem man den Performanzverlust, den ein Benutzer für sich und die anderen Teilnehmer durch die Erhöhung seiner Datenrate verursacht, im Preis zu erfassen versucht, siehe MacKie-Mason und Varian (1995). Dieses Verfahren wird im folgenden an die spieltheoretische Formulierung aus 3.1 angepaßt, und es wird gezeigt, daß mit seiner Hilfe das in 3.1 formulierte spieltheoretische Problem gelöst werden kann.

3.2.1 Definitionen

Man betrachte eine durch n Benutzer (i=1,...,n) gemeinsam benutzte Netzkomponente. Dabei sei

x_i	die von Benutzer i auf die Netzkomponente aufgebrachte Last,
$X := \sum_i x_i$	die von den Benutzern insgesamt aufgebrachte Last,
K	die Kapazität der Netzkomponente,
$Y := X/K$	die Auslastung der Netzkomponente,
$v_i(x_i,Y)$	der (Brutto-) Nutzen von Benutzer i.

Der Nutzen v_i eines Spielers wird also nicht mehr als eine Funktion aller gewählten Strategien dargestellt, sondern der Einfluß der anderen Benutzer und ihrer Strategien wird zusammengefaßt in der erhöhten Auslastung Y, die sich negativ auf die Performanz auswirkt. Eine Darstellung des Nutzens als Funktion V_i aller Strategien $x_1,\dots,x_n$ erhält man mittels

$$V_i(x_1,\dots,x_n) := v_i(x_i, \textstyle\sum_j x_j / K).$$

Bezüglich des Preismechanismus wird angenommen, daß der Preis proportional zur Last ist. Es sei

p	der Preis pro Lasteinheit und
$u_i(x_i,Y) := v_i(x_i,Y) - p \cdot x_i$	der Netto-Nutzen von Benutzer i.

Letzterer läßt sich wiederum als Funktion der „Strategien" $x_1,...,x_n$ darstellen mittels

$$U_i(x_1,...,x_n) := u_i(x_i, \textstyle\sum_j x_j / K).$$

3.2.2 Annahmen über die Nutzenfunktionen

i) Es wird naheliegenderweise angenommen, daß der Nutzen eines Teilnehmers mit steigender Auslastung abnimmt, und daß der negative Einfluß der Auslastungsänderung mit steigender Auslastung immer größer wird:

Für alle i=1,...,n ist v_i (x_i, Y) monoton fallend und konkav in Y, d.h.

$$\frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial Y} \leq 0 \text{ und } \left|\frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial Y}\right| \text{ monoton steigend in } Y.$$

ii) Andererseits ist sinnvollerweise anzunehmen, daß der Nutzen mit steigender eigener Datenrate steigt. Dabei gelte, daß der Nutzenzuwachs, den man durch Erhöhung der Datenrate erzielen kann, immer geringer wird, je höher die eigene Datenrate bereits ist. Desweiteren wird angenommen, daß für den Nutzen eine obere Schranke existiert, der er sich asymptotisch annähert:

Für alle i=1,...,n ist v_i (x_i, Y) monoton steigend und konkav in x_i

$$\frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial x_i} \geq 0 \text{ und } \frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial x_i} \text{ monoton fallend in } x_i$$

mit waagrechter Asymptote, d.h.

$$\frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial x_i} \to 0 \text{ für } x_i \to \infty.$$

Als möglicher Einwand gegenüber der Annahme ii) ließe sich eine Echtzeitanwendung anführen, bei der der Benutzer eine feste Schranke für die Verzögerungszeiten hat und keine Datenverluste tolerieren kann. In einer solchen Situation hat er unterhalb einer bestimmten Datenrate überhaupt keinen Nutzen, kann seinen Nutzen andererseits aber auch durch höhere Datenraten nicht weiter steigern.

Das beschriebene Modell ist daher nur für den Fall anwendbar, daß der Nutzer willens und fähig ist, seine Datenrate der Netzauslastung anzupassen (und dadurch seinen Nutzen zu steuern). Ein derartiger Benutzer wird in der Literatur als "adaptive user" bezeichnet, siehe Murphy, Murphy (1995).

3.2.3 Preisfestsetzung

Die beiden maßgeblichen Vektoren (entsprechend $\underline{\sigma}^{max}$ und $\underline{\sigma}^{N}$ aus 3.1) seien folgendermaßen definiert: es sei

$\underline{x}^{max}$ der Vektor aufgebrachter Lasten, der den Gesamtnutzen
$F(x_1,...,x_n) := \sum_j v_j (x_j, Y)$ maximiert,

$\underline{\mathbf{x}}^N$ das Nash-Gleichgewicht bzgl. der Funktionen $U_i(x_1,...,x_n)$, i=1,...,n,
d.h. es gelte $\forall\, i = 1,...,n\ \forall\, x_i : U_i(\underline{\mathbf{x}}^N) \geq U_i(\underline{\mathbf{x}}^N|^i x_i)$.

Die Bedingung für ein Maximum des Gesamtnutzens F wäre, daß dessen Ableitungen nach den Datenraten x_i gleich Null sind. Für $\underline{\mathbf{x}}^{max}$ muß also gelten:

(1) $$\forall i = 1,...,n: \frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial v_j(x_j, Y)}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x_i} = 0.$$

Für $\underline{\mathbf{x}}^N$ muß andererseits gelten:

(2) $$\forall i = 1,...,n: \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x_i} - p = 0.$$

Hierbei gilt $\forall i = 1,...,n : \frac{\partial Y}{\partial x_i} = \frac{1}{K}$

Durch folgende Wahl von p lassen sich $\underline{\mathbf{x}}^{max}$ und $\underline{\mathbf{x}}^N$ daher zur Deckung bringen: wähle

$$p = -\frac{1}{K} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial v_j(x_j, Y)}{\partial Y} \Big|_{x^{max}},$$

d.h. der Preis pro Lasteinheit sei betragsmäßig gleich dem Nutzenverlust, den ein Benutzer bei Vorliegen der aus Gesamtsicht optimalen Strategienwahl $\underline{\mathbf{x}}^{max}$ für sich und die anderen Benutzer durch Erhöhung seiner Datenrate um eine Lasteinheit aufgrund der damit verbundenen Auslastungserhöhung verursache. Für jede zusätzliche Lasteinheit wird also gerade der durch diese für das Gesamtsystem verursachte Performanzverlust in Rechnung gestellt.

Da für große n

$$\left| \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial v_i(x_i, Y)}{\partial Y} \right| << \left| \frac{1}{K} \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial v_j(x_j, Y)}{\partial Y} \right| = p$$

ist, stimmen in diesem Fall die Lösungen zu (1) und (2) nahezu überein, so daß die angestrebte Übereinstimmung zwischen dem globalen Ziel der Gesamtnutzenmaximierung und den individuellen Zielen der einzelnen Benutzer erreicht ist.

4 Diskussion der Anwendbarkeit

Hinsichtlich der praktischen Umsetzung der im vorausgehenden Kapitel beschriebenen spieltheoretischen Lösung ergeben sich zunächst zwei Probleme:

- Es muß eine praktikable Möglichkeit gefunden werden, den Nutzenverlust quantitativ zu erfassen, den eine Ratenerhöhung aufgrund der damit verbundenen Performanzverschlechterung verursacht.
- Es muß ein geeigneter Mechanismus entwickelt werden, der im Zusammenspiel von Preisankündigung und resultierendem Benutzerverhalten die Konvergenz gegen die angestrebte, bezüglich des Preises und des damit verbundenen Gesamtnutzens optimale Lösung gewährleistet.

Eine Möglichkeit zur Lösung dieser beiden Probleme stellt das im folgenden beschriebene Verfahren dar, das von John und Liam Murphy 1994 bereits vor Erscheinen des in 3.2 besprochenen Artikels von MacKie-Mason und Varian im September 1995 und ohne Bezugnahme auf die in 3.1 behandelte, grundlegende Arbeit von Cocchi et al. aus dem Jahre 1993 vorgeschlagen wurde.

4.1 Messung der Nutzenminderung

Die Nutzenminderung wird erfaßt in einer globalen Schadensfunktion, die den gesamten Schaden beschreibt, der durch Verkehrsstauungen entsteht. Der Schaden wird hierbei dargestellt als Funktion der Auslastung der betreffenden Netzkomponente. Als Indikator dieser Auslastung wird die Pufferbelegung herangezogen. Um eine Schadensfunktion zu erhalten, die bei leerem Puffer gleich Null ist und gegen unendlich geht, wenn sich die Anzahl der belegten Pufferplätze der Anzahl der insgesamt zur Verfügung stehenden Plätze annähert, wählt man folgende Schadensfunktion S:

$$S(b) = \frac{1}{B-b} - \frac{1}{B}$$

wobei B die Anzahl der Pufferplätze und b die Anzahl der belegten Pufferplätze ist.

In den Nutzenfunktionen dagegen wird der negative Einfluß der Auslastung nicht mehr berücksichtigt. Der Nutzen v_i des Benutzers i wird daher zu einer Funktion $v_i(x_i)$ von dessen Datenrate x_i.

Die Bedingung für $\underline{\mathbf{x}}^{max}$ lautet dann folgendermaßen:

(1a) $$\forall i = 1,\ldots,n : \frac{\partial v_i(x_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial S(b)}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial x_i} = 0 .$$

Hierbei kann für alle $i = 1,\ldots,n$ $\frac{\partial b}{\partial x_i}$ durch $\frac{\partial b}{\partial X}$ (mit $X = \sum_i x_i$) ersetzt werden.

Für $\underline{\mathbf{x}}^N$ ergibt sich folgende Bedingung:

(2a) $$\forall i = 1,\ldots,n : \frac{\partial v_i(x_i)}{\partial x_i} - p = 0 .$$

Die im Sinne von Kapitel 3 optimale Wahl von p lautet daher:

(3a) $$p = \frac{1}{(B-b)^2} \cdot \frac{\partial b}{\partial X} .$$

Diese Darstellung von p ist nun auch praktisch handhabbar, da in ihr neben der festen Anzahl B von Pufferplätzen nur noch die aktuelle Pufferbelegung b sowie deren meßbare Änderung in Abhängigkeit von der Gesamtlast X auftreten.

4.2 Mechanismus zur Preisanpassung

Bei den Formeln (1a) und (2a) sowie dem daraus resultierenden optimalen Preis gemäß (3a) ist zu berücksichtigten, daß die Nutzenfunktionen v_i sich im Laufe der Zeit ändern, insbesondere ist v_i identisch Null, solange der Benutzer i gar nicht senden will. Es ist daher ein Me-

chanismus nötig, der den Preis den variablen Nutzenfunktionen geeignet anpaßt. In der Arbeit von John und Liam Murphy wird hierzu folgender Algorithmus vorgeschlagen:

Die Zeit sei unterteilt in Intervalle fester Länge T; während dieser Intervalle werden die Nutzenfunktionen als fest angenommen.

Schritt 0: Das Netzwerk wählt einen Startwert p_0 für den Preis (pro Lasteinheit).
Schritt 1: Das Netzwerk kündigt den Preis p für das nachfolgende Zeitintervall an.
Schritt 2: Die Benutzer wählen die für sie optimale Datenrate x_i gemäß Gleichung (2a).
Schritt 3: Das Netzwerk berechnet den optimalen Preis p gemäß Gleichung (3a);
gehe zu Schritt 1.

4.3 Ergebnisse und Schwierigkeiten

Simulationsergebnisse haben gezeigt, daß bei geeigneter Wahl des Zeitintervalls T im Millisekunden-Bereich eine Senkung der Zellverlustrate um bis zu 91% und eine Steigerung des Gesamtnutzens um bis zu 14,8% im Vergleich zu der Situation kostenloser Netzbenutzung erreichbar sind, siehe Murphy, Murphy und MacKie-Mason (1996). Es muß jedoch auf folgende Schwierigkeiten des Verfahrens hingewiesen werden:

In den Simulationsversuchen wurde mit zwei unterschiedlichen Nutzenfunktionen gearbeitet, einer für verzögerungsempfindliche und einer für verzögerungsunempfindliche Anwendungen. Diese Nutzenfunktionen beruhen jedoch auf relativ willkürlichen Annahmen. Es ist unklar, inwieweit diese Nutzenfunktionen die Reaktionen realer Benutzer auf unterschiedliche Preise und Übertragungsleistungen wiedergeben. Darüberhinaus müßten die Wünsche dieser Benutzer erst noch in geeigneten Rechnersteuerungen umgesetzt werden, die die nötige Anpassung der Datenrate in Abständen von Millisekunden bewerkstelligen.

Insbesondere ist jedoch auch nach der Akzeptanz eines Verfahrens zu fragen, bei dem der Preis bei Verbindungsaufbau noch nicht feststeht, während der Verbindung variiert und dabei von externen Faktoren, auch vom Verhalten der anderen Benutzer abhängt. Dies und die erforderliche Infrastruktur an Steuerungswerkzeugen ist von einem Endbenutzer sicher nicht zu erwarten. Denkbar wäre jedoch, daß ein Provider von einem Endbenutzer einen möglicherweise nur umgangssprachlich formulierten Auftrag zu einem bestimmten Preis übernimmt und diesen Auftrag zusammen mit anderen Aufträgen möglichst kostengünstig zu realisieren versucht, indem er seinerseits als Kunde eines übergeordneten Netzbetreibers seine Datenrate dem hierfür zu zahlenden Preis in der beschriebenen Weise anpaßt.

5 Literatur

Uyless Black: *ATM: Foundation for Broadband Networks*, Prentice Hall, New Jersey, 1995.

Ron Cocchi, Scott Shenker, Deborah Estrin, Lixia Zhang: *Pricing in Computer Networks: Motivation, Formulation, and Example*. IEEE/ACM Transactions on Networking 1, 1993, S. 614-627.

Michael Hochmuth, Frank Wildenhain: *ATM-Netze: Architektur und Funktionsweise*. International Thomson Publishing, Bonn, 1995.

Frank P. Kelly: *Charging and Accounting for Bursty Connections.* In: L.W. McKnight, J.P. Bailey (editors), Internet Economics, MIT Press, 1997.

Jeffrey K. MacKie-Mason, Hal R. Varian: *Pricing Congestible Network Resources.* IEEE Journal on Selected Areas in Communications 13, 1995, S. 1141-1149.

Liam Murphy, John Murphy: *Bandwidth Allocation By Pricing In ATM Networks.* Proceedings 2nd IFIP TC6 International Conference on Broadband Communications, Paris, 1994.

Liam Murphy, John Murphy: *Pricing for ATM Network Efficiency.* Proceedings 3rd International Conference on Telecommunication Systems, Modelling and Analysis, Nashville, 1995.

Liam Murphy, John Murphy, Jeffrey K. MacKie-Mason: *Feedback And Efficiency In ATM Networks.* Proceedings ICC '96, Dallas, 1996.

Bernhard von Stengel
Institut für Theoretische Informatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Selbstorganisierende Listen für Online-Zugriffe

Protokoll von

Uwe Davidowski
Boris Krommen

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 27. Juni 1997

INHALTSVERZEICHNIS

1 Einführung

Online-Anfragen an ein System werfen in der Realität verschiedenste Probleme auf. Jede Anfrage, die an ein System gestellt wird, verursacht gewisse Kosten. Diese Kosten sind abhängig von der „Position" der Antwort innerhalb des Systems. Um die Kosten möglichst gering zu halten, versucht man, bei einer Sequenz von Anfragen, die Antworten möglichst günstig zu sortieren. Hierzu wäre es zweckmäßig, die Anfragesequenz bereits vorher zu kennen. Da dies jedoch in der Realität meistens nicht möglich ist, versucht man die bestmögliche Strategie für die Bedienung zu finden. Im folgenden soll die Problematik am Beispiel der *Feuerwehr* verdeutlicht werden.

1.1 Das Feuerwehrproblem

Gegeben seien entsprechend Abbildung 1 drei mögliche Brandorte, *a*, *b* und *c*, sowie zwei Feuerwehrautos, 1 und 2, die an zweien der drei Orte stationiert sind.

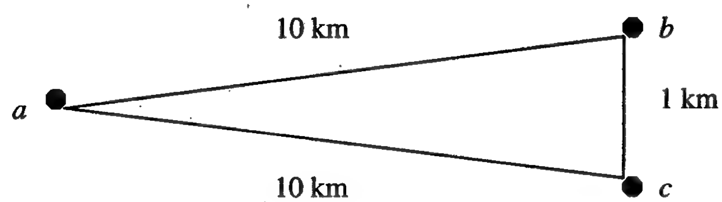


Abbildung 1: Feuerwehrproblem

Als „Anfragen" treten Brände auf, die von einem Feuerwehrauto gelöscht werden müssen. Eine Online-Strategie für eine mögliche Anfragesequenz ist in Tabelle 1 wiedergegeben.

Konfiguration			Anfrage	Service	Kosten
a	*b*	*c*			
	1	2	*a*	1: $b \rightarrow a$	10
1		2	*b*	2: $c \rightarrow b$	1
1	2		*c*	2: $b \rightarrow c$	1
1		2	*b*	2: $c \rightarrow b$	1
1	2		*c*	2: $b \rightarrow c$	1
			⋮		

Tabelle 1: Anfragesequenz und Online-Bedienung.

Die in obiger Tabelle aufgeführte mögliche Lösung der Bedienungen heißt Greedy-Strategie, d.h. das nächstgelegene Feuerwehrauto löscht den Brand. Wären die Anfragen vorher bekannt gewesen, würden sich folgende Kosten aus der sog. Offline-Strategie ergeben, siehe Tabelle 2.

Konfiguration a	b	c	Anfrage	Service	Kosten
	1	2	a	1: b → a	10
1		2	b	1: a → b	10
	1	2	c	2: c	0
	1	2	b	1: b	0
	1	2	c	2: c	0
			⋮		

Tabelle 2: Anfragesequenz mit optimaler Offline-Bedienung.

Das Verhältnis zwischen den Kosten der Online-Strategie und den optimalen Kosten der Offline-Strategie heißt *Kompetitivität* der Online-Strategie. Sie ist ein Maß der Güte für diese Online-Strategie, und in der Regel unabhängig von der Länge der Anfragesequenz.

In unserem Beispiel Feuerwehr ergibt sich, wie Tabelle 1 und 2 zeigen, für die Greedy-Online-Strategie eine unendliche Kompetitivität. Diese Kompetitivität ist natürlich sehr schlecht. Das Ziel besteht nun darin, Strategien mit besserer Kompetitivität zu finden.

Eine Möglichkeit zur Verbesserung der Kompetitivität bietet folgender Fehlerkorrektur-Online-Algorithmus, der von Koutsoupias und Papadimitriou (1994) analysiert wurde: Zu jedem Zeitpunkt wird überprüft, in welcher Position sich die Feuerwehrautos befinden würden, wenn die bisherige Sequenz von Abfragen optimal bedient worden wäre. Stimmt die gegenwärtige Verteilung der Feuerwehrautos auf den Positionen nicht damit überein, so fahren sie an diese Plätze, was mehrere Autos betreffen kann und natürlich zusätzliche Kosten verursacht. Die Analyse der Vergangenheit schafft jedenfalls einen gewissen Schutz davor, in der Zukunft nicht beliebig schlecht dazustehen.

Als Beispiel betrachten wir folgende Anfragesequenz für die Situation in Abbildung 1 und deren Kosten bei Bedienung mit der Greedy-Strategie, mit der optimalen Strategie für diese Sequenz, und mit der Fehlerkorrektur-Strategie. Die resultierenden Kosten zeigt Tabelle 3.

Sequenz	*a*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*
Greedy	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
OPT	10	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fehlerkorrektur	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10

Tabelle 3: Vergleich der Strategien

Hier stellt sich bei der letzten Anfrage an *b* heraus, daß das nach der ersten Anfrage auf *a* stehende Feuerwehrauto am besten gleich zurückgefahren worden wäre. Anstelle mit der Bedienung mit dem Auto auf *c* bei der Greedy-Strategie wird nun Übereinstimmung (im nachhinein) mit der optimalen Strategie erreicht. Die Kosten sind insgesamt höchstens um einen kon-

stanten Faktor (hier Faktor 3, im allgemeinen $2k$-1 bei k Feuerwehrautos) höher, und damit ist eine Kompetitivität mit diesem Faktor garantiert.

Um Voraussagen über den weiteren Verlauf der Anfragen zu geben, gibt es zwei grundsätzliche Ansätze. Zum einen gibt es den statistischen Ansatz, bei dem der Erwartungswert der Anfragekosten geschätzt werden müßte. Zum anderen kann man den „Brand“ auch als Gegner auffassen und somit einen spieltheoretischen Ansatz wählen. Dieser soll nun auch im weiteren betrachtet werden.

1.2 Typische Online-Probleme

Als Beispiele für typische Online-Probleme seien hier genannt:

- Geldanlage
- K-Server
- Scheduling
- Paging
- Listenzugriff.

Im weiteren werden wir uns nun mit Listenzugriffen auf lineare Listen und deren Optimierung beschäftigen. Zugrunde wird das Modell einer Liste mit n Elementen gelegt. Der Zugriff auf das i-te Element kostet hierbei i-1 Einheiten. Weiterhin kann eine kostenlose Listenumorganisation vorgenommen werden. Ein angefragtes Listenelement kann nach Zugriff an eine beliebige Stelle weiter nach vorn gezogen werden. Tabelle 4 zeigt ein Beispiel.

Liste	Anfrage	Kosten	Umstellung
a b c d e	*d*	3	*d*: Move To Front
d a b c e	*d*	0	-
d a b c e	*b*	2	*b*: vor *a*
d b a c e	*b*	1	*b*: MTF
b d a c e	*d*	1	...

Tabelle 4: Beispiel Listenumorganisation

Das Ziel der Strategie der Listenumorganisation ist es, die Gesamtkosten möglichst niedrig zu halten.

Als Beispiele für mögliche Anwendungen seien hier genannt:

- Einfache Datenstrukturen
  - Variablennamen beim MICROSOFT-BASIC-Interpreter: statische Liste
- Durchsuchen von Massenspeichern
  - Spuren auf Harddisk (auch: Paging)
  - CD-ROM Stapel

2 Die Move-To-Front Regel

Die Move-To-Front (MTF) Regel ist eine Strategie, welche einzelne Elemente einer linearen Liste umsortiert. Diese Regel stellt das angefragte Listenelement an den Listenanfang.

Im folgenden soll nun die Kompetitivität der MTF Regel ermittelt werden. Dazu wird ein Test mit ungünstigster Anfragereihenfolge betrachtet. Dabei besteht die optimale Behandlung der Anfragen darin, die Liste unverändert zu lassen. Nachstehende Tabelle 5 wird dies verdeutlichen.

Liste, MTF	Anfrage	Kosten MTF	Kosten OPT
$a_1a_2 \cdots a_n$	a_n	$n-1$	$n-1$
$a_na_1a_2 \cdots a_{n-1}$	a_{n-1}	$n-1$	$n-2$
$a_{n-1}a_na_1 \cdots a_{n-2}$	a_{n-2}	$n-1$	$n-3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$a_2a_3 \cdots a_na_1$	a_1	$n-1$	0
$a_1a_2 \cdots a_n$	a_n	Σ: $n(n-1)$	Σ: $n(n-1)/2$

Tabelle 5: Move-To-Front Regel

Somit ergibt sich für die Kompetitivität der Move-To-Front Regel folgende Ungleichung:

$$\text{Kompetitivität} = \frac{\text{Kosten\_MTF}}{\text{Kosten\_OPT}} \geq \frac{n(n-1)}{n(n-1)/2} = 2\,.$$

Daraus folgt, daß die MTF-Regel maximal 2-kompetitiv ist. Nach Sleator und Tarjan (1995) ist dies auch die wirkliche Kompetitivität, was im folgenden gezeigt wird. Darum zuerst eine Definition:

Definition

Ein Online-Algorithmus ON heißt c-kompetitiv genau dann, wenn gilt

$\forall$ Anfragesequenzen σ Kosten_ON(σ) $\leq c$ Kosten_OPT(σ) + b

Der Beweis der obigen Behauptung erfolgt zunächst anhand einer 2er-Liste.

2.1 2er-Listen

Die Liste enthält die beiden Elemente a und b. Wie leicht zu erkennen ist, lautet eine optimale Offline-Strategie OPT wie folgt: Wird ein Element nur einmal aufgerufen, bleibt es auf seiner Position. Wenn es jedoch mehrmals hintereinander aufgerufen wird, so kommt beim ersten Aufruf die MTF-Regel zur Anwendung.

Beispiel:

$\sigma = a\,b\,b\,a\,a\,a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a$

Kosten: 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1

Satz

Für 2er-Listen ist der MTF-Algorithmus 2-kompetitiv.

Beweis

O.B.d.A. sei die Ausgangsliste *ab*. Alle Anfragen an *a* erzeugen keine Kosten. Von Interesse ist also die erste Anfrage *b*, die Reaktion darauf (umstellen oder nicht) und die weiteren Anfragen. Weitere Anfragen, die von Interesse sind, wären dann *ab* oder *ba*. Diese Fälle sind in den nachfolgenden Tabellen 6 und 7 verdeutlicht. Hierbei wird die angegebene optimale Strategie mit der alternativen Strategie verglichen.

OPTIMAL			ALTERNATIV		
a b	*b*	1	*a b*	*b*	1
a b	*a*	0	*b a*	*a*	1
a b	*b*	1	*b a*	*b*	0
		Σ: 2	≤		**Σ: 2**

Tabelle 6: Kosten für *bab*. Links steht die Liste zum Anfragezeitpunkt, dann das angefragte Element, dann die Kosten.

OPTIMAL			ALTERNATIV		
a b	*b*	1	*a b*	*b*	1
b a	*b*	0	*a b*	*b*	1
b a	*a*	1	*a b*	*a*	0
		Σ: 2	≤		**Σ: 2**

Tabelle 7: Kosten für *bba*

Im folgenden soll gelten:

$$a^l = \underbrace{aa\cdots a}_{l\text{-mal}}.$$

Es genügt, zwei mögliche Sequenzen σ von Anfragen zu unterscheiden:

$a^l(ba)^k bb \qquad k \geq 0,\ l \geq 0$

oder $a^l(ba)^k a \qquad k \geq 1,\ l \geq 0$

Liste	σ	Kosten OPT	Kosten MTF	Liste nachher
ab	$a^l(ba)^k bb$	$k+1$	$2k+1$	ba
ab	$a^l(ba)^k a$	k	$2k$	ab

Tabelle 8: Kostenvergleich MTF und OPT.

Man erhält somit nachstehende Ungleichung:

$$\forall \sigma \quad \mathrm{MTF}(\sigma) \leq 2\ \mathrm{OPT}(\sigma)$$

und damit die Behauptung für alle Listen mit 2 Elementen.

2.2 Kostenanalyse für Listen mit mehr als 2 Elementen

Um die Erkenntnisse der Liste mit 2 Elementen auf Listen mit mehr Elementen anwenden zu können, werden zunächst folgende Vereinbarungen getroffen:

L Menge $\{a_1, \ldots, a_n\}$ der Listenelemente
σ $\sigma = \sigma(1)\sigma(2) \ldots \sigma(m)$ Anfragesequenz
$\sigma(t)$ angefragtes Element zum Zeitpunkt t
$A(\sigma)$ Kosten der Bedienung von σ durch Algorithmus A, wobei

$$A(\sigma,t,a) := \begin{cases} 1, & \text{falls } \sigma(t) \text{ hinter } a \text{ in der Liste zur Zeit } t \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

sein soll.

Die Kosten einer Bedienung errechnen sich dann wie im folgenden Beispiel:

Liste zur Zeit t:
$\boxed{a}\,\boxed{b}\,\underline{c}\,d \qquad \sigma(t) = c$

$A(\sigma, t, a) = 1$
$A(\sigma, t, b) = 1$
$A(\sigma, t, c) = 0$
$A(\sigma, t, d) = 0$

Die Kosten für die Bedienung der Anfragesequenz σ ist durch

$$A(\sigma) = \sum_{t=1}^{m} \sum_{a \in L} A(\sigma,t,a)$$

gegeben.

Im folgenden wird die Formel zur Berechnung der Kosten einer Anfragesequenz so umgestellt, daß die Berechnung auf die 2-er Liste zurückgeführt werden kann. Es gilt:

$$\begin{aligned} A(\sigma) &= \sum_{t=1}^{m} \sum_{a \in L} A(\sigma, t, a) \\ &= \sum_{a \in L} \sum_{t=1}^{m} A(\sigma, t, a) \\ &= \sum_{a \in L} \sum_{b \in L} \sum_{t:\sigma(t)=b} A(\sigma, t, a) \\ &= \sum_{\substack{\{a,b\} \subseteq L \\ a \neq b}} \sum_{t:\sigma(t) \in \{a,b\}} \left(A(\sigma, t, a) + A(\sigma, t, b) \right) \end{aligned}$$

2.3 Projektion auf Paare

Jetzt wählen wir aus der Anfragesequenz die Anfragen aus, die zwei beliebig gewählte Elemente *a*, *b* betreffen:

$$\sigma_{ab} = \sigma \setminus \{c \in L \mid c \neq a, c \neq b\}$$

Beispiel:

$\sigma \;\; = \underline{a}\,\underline{b}\,c\,d\,\underline{b}\,\underline{a}\,\underline{b}\,c$

$\sigma_{ab} = a\,b \quad\;\; b\,a\,b$

Im folgenden sollen nun die Kosten einer solchen Anfragesequenz A_{ab} berechnet werden. Man spricht in diesem Zusammenhang von *projizierten Kosten.*

$$A_{ab}(\sigma) := \sum_{t:\sigma(t) \in \{a,b\}} \left(A(\sigma,t,a) + A(\sigma,t,b) \right)$$

$$= \begin{cases} 1, \text{falls } \sigma(t) = b, L = \ldots a \ldots b \ldots \\ 1, \text{falls } \sigma(t) = a, L = \ldots b \ldots a \ldots \\ 0, \text{sonst} \end{cases}$$

Somit ergibt sich für die Kosten der Anfragesequenz *A* folgende Formel:

$$A(\sigma) = \sum_{\substack{\{a,b\} \subseteq L \\ a \neq b}} A_{ab}(\sigma).$$

Die nun folgende Passage soll zeigen, daß der Move-To-Front Algorithmus projektiv ist, d.h. genauer, ob die Anfrage *a* vor der Anfrage *b* zum Zeitpunkt *t* steht, bereits aus σ_{ab} ersichtlich ist. Dies ist in der Tat der Fall:

$$\mathrm{MTF}_{ab}(\sigma) = \mathrm{MTF}(\sigma_{ab}).$$

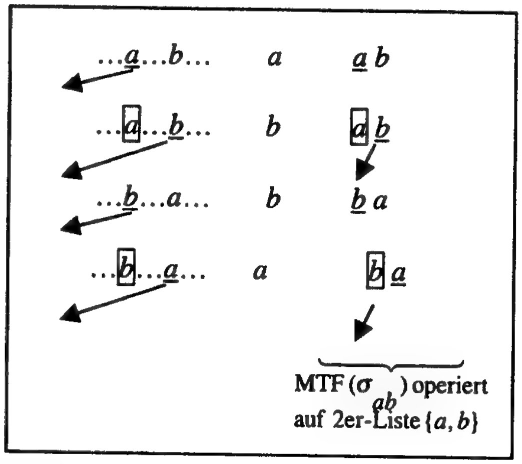


Abbildung 2: Projektion der Move To Front Regel

Eine kurze Überlegung zeigt, daß die Projektion den Algorithmus OPT höchstens verbessert und nicht verschlechtert. Es gilt demnach:

$$\sum_{\{a,b\}} \mathrm{OPT}_{ab}(\sigma) \geq \sum_{\{a,b\}} \mathrm{OPT}(\sigma_{ab})$$

Als Beweis für diese Behauptung sollte folgende Überlegung ausreichen:
Was der Algorithmus OPT auf $\ldots a \ldots b \ldots$ macht, ist höchstens so gut wie die direkte optimale Behandlung der projizierten Anfangssequenz σ_{ab} auf den Elementen ab.

Somit erhält man den

Satz

Die MTF-Regel ist 2-kompetitiv.

Beweis:

$$\begin{aligned}
\mathrm{MTF}(\sigma) &= \sum_{\{a,b\} \subseteq L} \mathrm{MTF}_{ab}(\sigma) \\
&= \sum_{\{a,b\} \subseteq L} \mathrm{MTF}(\sigma_{ab}) \\
&\leq \sum_{\{a,b\} \subseteq L} 2 \cdot \mathrm{OPT}(\sigma_{ab}) \\
&\leq 2 \cdot \sum_{\{a,b\} \subseteq L} \mathrm{OPT}_{ab}(\sigma) \\
&= 2 \cdot \mathrm{OPT}(\sigma)
\end{aligned}$$

Es gilt allgemeiner sogar der

Satz

Deterministische Online-Algorithmen (DET) sind höchstens 2-kompetitiv.

Um dies zu zeigen, wählen wir σ so, daß das jeweils das letzte Element der von DET unterhaltenen Liste angefragt wird. Die Kosten sind demzufolge bei jeder Anfrage n-1, während bei OPT die Kosten bei mehrmaliger Anfrage eines Elements nur beim ersten mal auftreten, siehe auch folgendes, in Tabelle 9 dargestelltes Beispiel:

Liste gem. DET	σ	Kosten DET	Kosten OPT
$a_1a_2\ldots a_n$	A_n	n-1	n-1
$a_1a_2\ldots a_n$	a_n	n-1	0
...	...	...	...
oder			
$a_1a_2\ldots a_n$	a_n	n-1	n-1
$\ldots a_n\ldots a_{n-1}$	a_{n-1}	n-1	n-2
...	...	...	...

Tabelle 9: Kostenvergleich DET und OPT

Damit ist klar, daß der Move-To-Front Algorithmus ein optimal kompetitiver deterministischer Online-Algorithmus ist.

3 Randomisierte Online-Algorithmen

Jetzt werden wir endliche Anfrageteilstücke σ_i betrachten. Es ist klar, daß für endliche Teilstücke auch nur endlich viele deterministische Online-Algorithmen existieren. Die Kompetitivitäten lassen sich dann in einer Matrix, wie in Abbildung 3 angegeben, darstellen.

	ON_1	...	ON_j	...	ON_N	OPT
σ_1						
...						
σ_i			$\dfrac{\text{Kosten } \mathrm{ON}_j(\sigma_i)}{\text{Kosten } \mathrm{OPT}(\sigma_i)}$			falls $\neq 0$
...						
σ_M						

wobei σ_i höchstens Länge m hat.

Abbildung 3: Kompetitivitätsmatrix

Der daraus gebildete randomisierte Online-Algorithmus ist c-kompetitiv, wenn für c gilt:

$$\forall \sigma_i \quad p_1 \mathrm{ON}_1(\sigma_i) + \ldots + p_N \mathrm{ON}_N(\sigma_i) \leq c \cdot \mathrm{OPT}(\sigma_i)$$

bzw. äquivalent dazu

$$\forall \sigma_i \quad \sum_{j=1}^{N} p_j \frac{\mathrm{ON}_j(\sigma_i)}{\mathrm{OPT}(\sigma_i)} \leq c.$$

Die letzte Ungleichung besagt, daß die Einträge in der Matrix in Abbildung 3 (abgesehen von der OPT-Spalte) mit Spaltenwahrscheinlichkeiten p_j ($1 \leq j \leq N$) gewichtet werden, so daß die resultierende Summe in jeder Zeile höchstens c ist. Man kann dies also so interpretieren, daß ein Spaltenspieler geeignete Wahrscheinlichkeiten für seine Strategien (die verschiedenen Online-Algorithmen) wählt, so daß c möglichst klein wird. Es gibt nun einen optimalen Wert für c, zu dem eine passende untere Schranke u gehört, nach dem folgenden zentralen spieltheoretischen Satz. Dazu betrachtet man einen zweiten Zeilenspieler, der den Abfragesequenzen σ_i ($1 \leq i \leq M$) geeignete Wahrscheinlichkeiten q_i zuordnet.

Satz (Minmax-Theorem, von Neumann (1928), Yao (1977))

Es existiert eine gemischte Strategie $(p_1, \ldots, p_N)$, für die

$$\forall \sigma_i \quad p_1 \frac{\mathrm{ON}_1(\sigma_i)}{\mathrm{OPT}(\sigma_i)} + \ldots + p_N \frac{\mathrm{ON}_N(\sigma_i)}{\mathrm{OPT}(\sigma_i)} \leq c$$

gilt, und eine gemischte Strategie $(q_1, \ldots, q_M)$, für die

$$\forall \mathrm{ON}_j \quad q_1 \frac{\mathrm{ON}_j(\sigma_1)}{\mathrm{OPT}(\sigma_1)} + \ldots + q_M \frac{\mathrm{ON}_M(\sigma_M)}{\mathrm{OPT}(\sigma_M)} \geq u$$

gilt, wobei $c = u$ ist.

Man bemerke, daß ohne den Zusatz $c = u$ die Aussage einfach ist, da man c sehr groß und u sehr klein wählen kann.

Es gibt also für Anfragesequenzen beschränkter Länge eine optimale Kompetitivität c. Das Problem ist, daß man diese nicht kennt, weil die Spielmatrix (siehe Abbildung 3) sehr groß ist. Man kann jedoch Schranken angeben, wie im folgenden gezeigt wird.

4 Der BIT-Algorithmus

Dieser Algorithmus, von Reingold, Westbrook und Sleator (1994), speichert zu jedem Listenelement a ein Bit B_a, das anfangs zufällig auf 0 oder 1 gesetzt wird. Erfolgt nun eine Anfrage an a, so wird wie folgt verfahren:

Anfrage an a:

$B_a = 1 \Rightarrow$	a MTF,	$B_a := 0$
$B_a = 0 \Rightarrow$	a bleibt,	$B_a := 1$

Das Verhalten von BIT beschreibt das folgende

Lemma

BIT bediene $\sigma = aba$ oder $\sigma = ba$ mit anfänglich $\ldots a \ldots b \ldots$. Danach steht a vor b mit einer Wahrscheinlichkeit von ¾.

Beweis:

Für die Bitbelegung von a und b gibt es anfangs 4 Möglichkeiten, die alle gleich wahrscheinlich sind. In Tabelle 10 (für die Sequenz $\sigma = ba$) und Tabelle 11 (für die Sequenz $\sigma = aba$) ist der einzige Fall, in dem nachher b vor a steht, eingerahmt. Daraus folgt die Behauptung.

a	*b*	*b*	*a*	*b*	*b*
0	0		1	0	
a	*b*	*a*	*a*	*b*	*a*
0	1		1	1	
a	*b*		*a*	*b*	
1	1		0	1	
a	*b*	*b*	*a*	*b*	*b*
0	1		1	1	
b	*a*	*a*	*b*	*a*	*a*
0	0		0	1	
b	*a*		*a*	*b*	
0	1		1	0	

Tabelle 10: Anfragebearbeitung *ba*. In jedem der vier Felder stehen links die beiden Listenelemente und darunter die zugehörigen Bits, rechts die Anfrage.

B	*a*	*a*	*b*	*a*	*a*
0	0		0	1	
B	*a*	*b*	*a*	*b*	*b*
0	1		0	0	
B	*a*	*a*	*a*	*b*	*a*
1	1		0	1	
A	*b*		*a*	*b*	
0	1		1	1	
B	*a*	*a*	*b*	*a*	*a*
1	0		1	1	
B	*a*	*b*	*a*	*b*	*b*
1	1		0	1	
B	*a*	*a*	*b*	*a*	*a*
0	1		0	0	
A	*b*		*b*	*a*	
0	0		0	1	

Tabelle 11: Anfragebearbeitung *aba*

4.1 Die erwarteten Kosten von BIT

Für $l \geq 0$, $k \geq 1$ und den Listenelementen in der Anfangsreihenfolge *ab* gelten die in den Tabellen 12 und 13 gegebenen Eigenschaften:

σ	Kosten BIT	Kosten OPT	Kosten BIT / Kosten OPT
b b 1 ½	1.5	1	1.5
b a b b 1 ½ ¾ ¼	2.5	2	1.25
b a b a b b 1 ½ ¾ ¾ ¾ ¼	4	3	1.333...
$a^l(ba)^k bb$	$1.5k+1$	$k+1$	< 1.5
Liste nachher: *b a*			

Tabelle 12: Kompetitivität von BIT für Anfragesequenzen, bei denen die Liste anfangs *ab* und nachher *ba* lautet.

σ	Kosten BIT	Kosten OPT	Kosten BIT / Kosten OPT
b a a 1 ½ ¼	1.75	1	**1.75**
b a b a a 1 ½ ¾ ¾ ¼	3.25	2	1.625
$a^l(ba)^k a$	$1.5k + 0.25$	k	≤ 1.75
Liste nachher: *ab*			

Tabelle 13: Kompetitivität von BIT für Anfragesequenzen, bei denen die Liste anfangs *ba* und nachher lautet *ab*

Nach jeder Teilsequenz, wie sie in Tabelle 12 und 13 zum Schluß allgemein beschrieben ist, stehen die Listenelemente also sowohl bei Bedienung mit BIT als auch mit OPT in der gleichen Reihenfolge. Danach kann also die gleiche Analyse für Teilsequenzen erfolgen. Im Fall von Tabelle 12 müssen nur *a* und *b* vertauscht werden. Der Quotient der Kosten von BIT und OPT, also die in der letzten Spalte der Tabellen angegebene Kompetitivität, gilt dabei auch für die längeren, zusammengesetzten Abfragesequenzen.

Daß der BIT-Algorithmus projektiv ist, läßt sich wie für den MTF-Algorithmus zeigen. Es gilt somit $\mathrm{BIT}_{ab}(\sigma) = \mathrm{BIT}(\sigma_{ab})$. Aus Tabelle 12 und 13 ist ersichtlich, daß die schlechteste Anfragesequenz für BIT *baabaabaa*... lautet. Es gilt damit: BIT ist 1.75-kompetitiv.

Nach Teia (1993) existiert eine untere Schranke $u \geq 1.5$, so daß jeder Online-Algorithmus für Listenzugriffe 1.5-kompetitiv oder schlechter ist. Dies läßt sich wie folgt begründen:

Gegeben sei eine Liste $a_1 a_2 \ldots a_n$ und eine gemischte Strategie q, die σ wie folgt erzeugt:

$$\sigma = \left\langle \begin{array}{ll} 0.5 & a_1 \\ 0.5 & a_1 a_1 a_1 \end{array} \right. \quad \left\langle \begin{array}{ll} 0.5 & a_2 \\ 0.5 & a_2 a_2 a_2 \end{array} \right. \quad \cdots \quad \left\langle \begin{array}{ll} 0.5 & a_n \\ 0.5 & a_n a_n a_n \end{array} \right.$$

Bei diesen Anfragen wird also die Liste von vorne nach hinten durchgegangen und jedes Element dabei mit Wahrscheinlichkeit entweder einmal oder genau dreimal abgefragt.

Die optimale Strategie OPT ist so, daß bei einmaliger Anfrage a_i nicht verändert wird und bei mehrmaliger Anfrage die Move-To-Front Regel zur Anwendung kommt. Es gilt somit, daß der Online-Algorithmus ON sich mit Wahrscheinlichkeit ½ im Vergleich zu OPT *falsch* verhält. D.h. die projektiven Kosten sind für ON ≥ 2 statt wie bei OPT gleich 1. Die erwartete Kompetitivität ist also $1/2 \cdot 1 + 1/2 \cdot 2 = 1.5$.

5 Timestamp Algorithmus TS und COMB-Algorithmus

Der Algorithmus TS (nach Albers, 1995) funktioniert folgendermaßen. Nach einer Anfrage von a wird das vorderste Element b vor a ermittelt, welches höchstens einmal seit der letzten Anfrage an a aufgerufen wurde. Danach wird a direkt vor dieses b gezogen. Falls ein solches b nicht existiert, bleibt a auf seiner Position. Ein Beispiel zeigt Tabelle 14.

a b c	a
a b c	b
a b c	c
a b c	a
a b c	b
b a c	b
b a c	c
b c a	

Tabelle 14: Beispiel für den TS Algorithmus

5.1 Die Kompetitivität von TS

TS ist 2-kompetitiv. Mit Hilfe des TS läßt sich folgender Algorithmus entwickeln, der $(1+5)^{1/2}/2 \approx 1.62$-kompetitiv ist:

Hierbei wird für jedes $a \in L$ vorher festgelegt, ob es mit MTF oder TS behandelt werden soll. Die Verteilung erfolgt so, daß 38% der Listenelemente mit MTF behandelt werden.

5.2 Der COMB-Algorithmus

Der Algorithmus COMB (nach Albers, von Stengel und Werchner, 1995), entsteht durch Kombination der Algorithmen BIT und TS. Hierbei gilt, daß jede Anfrage von σ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 mit BIT und einer Wahrscheinlichkeit von 0.2 mit TS bearbeitet wird. Im weiteren wird der folgende Satz gezeigt. Dieser gibt den besten zur Zeit bekannten kompetitiven Faktor für das Listenanfrageproblem an.

Satz

COMB ist 1.6-kompetitiv.

Der Grund ist, intuitiv, darin zu sehen, daß TS sich in der für BIT schlechten Anfragesequenz $\sigma = baabaabaa\ldots$ optimal verhält. Der Beweis stützt sich auf folgende Beobachtungen.

Zunächst ist TS projektiv und somit gilt:

$$\mathrm{TS}_{ab}(\sigma) = \mathrm{TS}(\sigma_{ab}).$$

Lemma

Wenn TS σ bedient, steht danach a vor b genau dann, wenn gilt: σ_{ab} endet in *aa*, *aba*, *aab*, oder a ist anfangs vor b und b ist höchstens einmal in σ enthalten.

Beweis:

Wenn σ_{ab} in *aa* oder *aba* endet oder a anfangs vor b steht und b nur einmal in σ enthalten ist, gilt logischerweise die Behauptung.

Wenn σ_{ab} in *aab* endet, dann gilt: bei $\sigma = \ldots a \ldots a \ldots$ wird a vor alle Elemente, die zwischen den Aufrufen von a nicht angefordert wurden, und damit auch b, gezogen. Es sei denn, es gibt ein Element c welches zwischen den Aufrufen von a mehr als einmal aufgerufen wurde und vor dem b beim zweiten Aufruf von a steht. Dieser Fall muß somit ausgeschlossen werden. Dies ist in der Tat der Fall, denn wenn c mehrmals aufgerufen wird und zwischen den Aufrufen weder a noch b steht, wird c vor a und b gezogen und somit kann b beim zweiten Aufruf von a nicht mehr vor c stehen.

5.3 Die Kosten von TS

Analog zu den Tabellen 12 und 13 für BIT beschreiben die Tabellen 15 und 16 die Kosten von TS für 2er-Listen.

σ	Kosten TS
$b\ b$ 1 1	2
$b\ a\ b\ b$ 1 0 1 0	2
$b\ a\ b\ a\ b\ b$ 1 0 1 1 1 0	4
$b\ a\ b\ a\ b\ a\ b\ b$ 1 0 1 1 1 1 1 0	6
$a^l(ba)^k bb$	$2k$
Liste nachher: ***b a***	

Tabelle 15: Kosten für TS

σ	Kosten TS
$b\ a\ a$ 1 0 0	1
$b\ a\ b\ a\ a$ 1 0 1 1 0	3
$b\ a\ b\ a\ b\ a\ a$ 1 0 1 1 1 1 0	5
$a^l(ba)^k a$	2k-1
Liste nachher: ***a b***	

Tabelle 16: Kosten für TS

5.4 Die Kosten von COMB

Durch Kombination der Ergebnisse aus den Tabellen 13-16 erhalten wir die Kosten von COMB. Wie zuvor gilt $l \geq 0$, $k \geq 1$, und die Liste lautet anfangs *ab*.

σ	Kosten OPT	Kosten BIT	Kosten TS	Kosten COMB	Liste nachher
$a^l bb$	1	1.5	2	<u>1.6</u>	*ba*
$a^l(ba)^k bb$	k+1	1.5k+1	2k	1.6k+0.8	*ba*
$a^l(ba)^k a$	k	1.5k+0.25	2k-1	<u>1.6k</u>	*ab*

Tabelle 17: Kostenvergleich der verschiedenen Online-Algorithmen für alle möglichen Anfragesequenzen.

Man betrachte nun die Quotienten der erwarteten Kosten von COMB und von OPT. Die kritischen Fälle sind die erste und dritte Zeile in Tabelle 17 (unterstrichen). Da BIT, TS, COMB projektiv sind, gilt für die Kompetitivität:

$$\forall\sigma \quad E(COMB(\sigma)) \leq 1.6 \cdot OPT(\sigma)$$

Somit ist COMB 1.6-kompetitiv.

6 Diskussion

In der anschließenden Diskussion wurden zwei Fragen gestellt. Die erste Frage wurde von Herrn Schneider gestellt. Herr Schneider wollte wissen, ob der spieltheoretische Ansatz, der hier für die Lösung des Problems gewählt wurde, für die Praxis gerechtfertigt sei. Er verwies hierbei darauf, daß beim praktischen Arbeiten meistens spezielle Anfragesequenzen auftreten. Als Antwort wurde darauf verwiesen, daß man hier von einem böswilligen Gegner ausgehen müsse und dies spieltheoretisch besser zu betrachten sei. Ferner habe man bei statistischen Ansätzen immer einen Unsicherheitsfaktor, während bei den spieltheoretischen Ansätzen die garantierte Effizienz selbst im ungünstigsten Fall gewährleistet bleibt.

Anschließend fragte Herr Lehmann, ob die Annahmen bezüglich der Kostenstruktur, z.B. beim Paging, sinnvoll wären, da hier vor allem Zeitverzögerungen nur beim Seitenaustausch entstehen. Bei der Antwort wurde darauf hingewiesen, daß für das Paging-Problem jeder spieltheoretische Ansatz grundsätzlich gleich schlecht sei. Deshalb sollten in der Praxis Pagingprobleme mittels Simulation gelöst werden, da die Simulation für dieses Problem die angemessere Modellierung darstelle.

7 Zusammenfassung

Im Vortrag wurde die Organisation von Listen unter dem Aspekt des Zeitaufwandes für Zugriffe auf einzelne Listenelemente quantitativ aus spieltheoretischer Sicht bewertet. Hierbei wurden mehrere Online-Algorithmen betrachtet und ihre Stärken und Schwächen in Hinblick auf ihre Kompetitivität ermittelt. Dadurch wurde es möglich, durch Kombination dieser Algorithmen einen Algorithmus zu entwickeln, der aus spieltheoretischer Sicht eine fast optimale Kompetitivität von 1.6 garantiert. Dieser als COMB bezeichneter Algorithmus setzt sich aus den beiden Algorithmen BIT und TS zusammen.

8 Literatur

Albers, S.: *Improved randomized online-algorithms for the list-update problem.* Proc. 6th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (1995), S. 412-419.

Albers, S.; von Stengel, B.; Werchner, R.: *A combined BIT and TIMESTAMP algorithm for the list update problem.* Information Processing Letters 56 (1995), S. 135 – 139.

Koutsoupias, E.; Papadimitriou: *On the k-server conjecture.* Proc. 26th ACM Symposium on Theory of Computing (1994), S. 507-511.

Von Neumann, J.: *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*. Mathematische Annalen 100 (1928), S. 295-320.

Reingold, N.; Westbrook, J.; Sleator, D.D.: *Randomized competitive algorithms for the list update problem*. Algorithmica 11 (1994), S. 15-32.

Sleator, D.D.; Tarjan, R.E.: *Amortized efficiency of list update and paging rules*. Communications of the ACM 28 (1985), S. 202-208.

Teia, B.: *A lower Bound for randomized list update algorithms*. Imformation Processing Letters 47 (1993), S. 5-9.

Yao, A.C.: *Probabilistic computations: Towards a unified measure of complexity*. Proc. 18^{th} Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (1977), S. 222-227.

Reinhard Selten
Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
Universität Bonn

Deskriptive Spieltheorie

Protokoll von

Oliver Brenner
Peter Seeser

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Informatik

Neubiberg, den 20. Juni 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In der Normativen Spieltheorie verwendet man den (unrealistischen) Ansatz, daß sich alle Spieler vollständig rational verhalten. Im Gegensatz dazu wird im Rahmen der Deskriptiven Spieltheorie versucht, mit Hilfe von Experimenten das tatsächliche strategische Verhalten der Spieler zu erfassen.

Aus den Beobachtungen der Diskrepanz zwischen dem von der normativer Theorie geforderten und tatsächlichem Verhalten ergibt sich die Notwendigkeit, neue Theorien zu entwickeln; im Englischen spricht man in diesem Zusammenhang auch von einer „Behavioral Game Theory".

Im folgenden werden einige Forschungsfelder der Deskriptiven Spieltheorie und entsprechende Experimente beschrieben, wobei die Darstellung natürlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt.

2 Diskrepanz zwischen Normativer Theorie und tatsächlichem Verhalten

Dem sogenannten Fluch des Gewinners (the winner's curse) liegt folgende Beobachtung zu Grunde: Bei einer Auktion erleidet der Gewinner manchmal einen Verlust, weil er den Wert eines zu versteigernden Objektes am höchsten überschätzt. Dieses Phänomen tritt in der Praxis beispielsweise bei der Versteigerung von Ölbohrrechten auf, wie es z.B. von Capen, Clapp und Campbell (1971) beschrieben wurde.

Selbst bei einer Einrechnung von Sicherheitsabschlägen bleibt es letzten Endes bei einem Verlust, weil die höchste Überschätzung zum höchsten Gebot führt, das dann die Auktion beendet.

Die Ablehnung eines Gebotes liefert den Interessenten Informationen über den Wert des Objekts. Wird ein solches Experiment wiederholt kommt es zu einem Lerneffekt. Anhand eines Beispieles wird jedoch aufgezeigt, daß eine Annäherung an den aus rationaler Sicht „richtigen" Gebotspreis nicht stattfindet.

Als Beispiel sei ein Experiment von Samuelson und Bazerman (1983, 1985) betrachtet. Dabei handelt es sich um den Verkauf einer Firma von A an B. Dem Experiment liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Die Firma hat für A den Wert v, für B den Wert 1,5 v
- A kennt v, B kennt nur die Verteilung.
- v sei zufällig gleichverteilt über $0 \leq v \leq 100$
- Anzahl der Wiederholungen: 20
- (es gibt auch Experimente mit 100 Wdh.)
- A wird durch Computer simuliert.

Das Spiel verläuft folgendermaßen:

- *B* nennt Kaufpreis *X*
- *A* nimmt das Angebot an, falls $X \geq v$
- Ansonsten wir das Angebot abgelehnt
- *B* hat stets eine Rückmeldung über den Wert von *v*.

Es läßt sich beobachten, daß die Versuchspersonen ihr Angebot am Durchschnittswert der Verteilung $\bar{f}(X) = 50$ orientieren, somit ergibt sich für B ein Wert von 75. Diese Argumentation ist aus rationaler Sicht völlig falsch. Ein rational Handelnder, der seinen Verlust minimieren möchte, müßte ein Angebot von 0 machen, wie man leicht einsieht. In 100-*X* % der Fälle macht man keinen Gewinn, weil das Gebot abgelehnt wird. Von den Fällen, in denen verkauft wird, entsteht in 2/3 der Fälle ein Verlust, weil $v \cdot 1{,}5 - X < 0$ wenn $v < 2/3X$. Nur in 1/3 der Fälle, nämlich wenn $2/3X < v < X$, macht B einen Gewinn. Um den Verlust zu minimieren müßte man ein Gebot von 0 abgeben. In der Realität wird dieser Fall jedoch i.d.R. nicht eintreten, da die Versuchspersonen dies in aller Regeln nicht erkennen (von wenigen Ausnahmen abgesehen).

Bei einem Experiment mit 37 Versuchspersonen ergab sich das in Abbildung 1 dargestellte tatsächliche Bietverhalten.

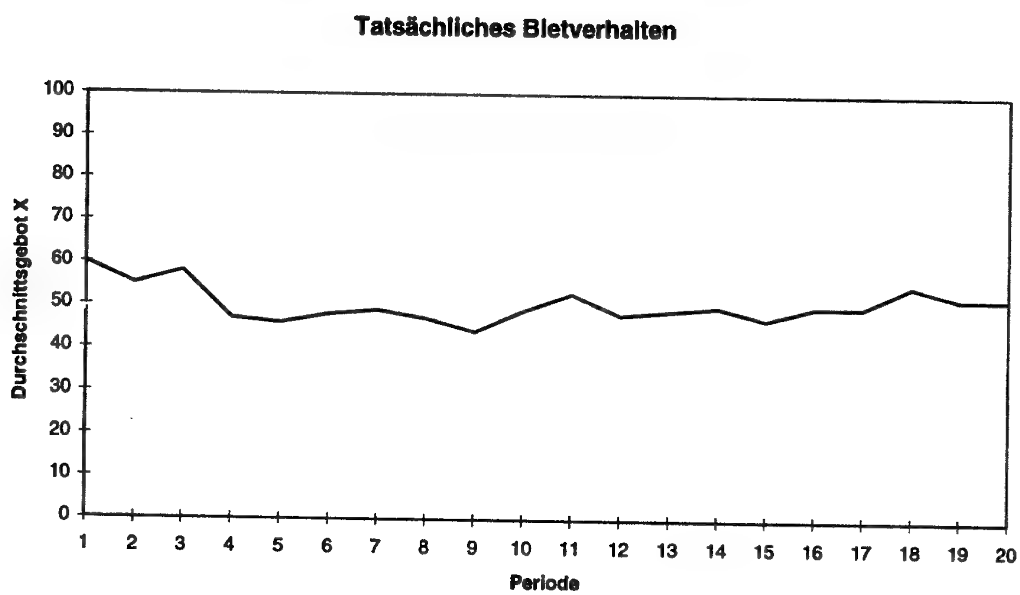


Abbildung 1: Tatsächliches Bietverhalten

Es ist erkennbar, daß sich die Bieter zwar intuitiv nach unten orientierten, im Endeffekt die Schranke des allgemeinen Erwartungswertes von 50 im Mittel aber nicht unterboten haben. Ein vollständiger Lerneffekt hat sich nicht eingestellt. Daraus kann unter anderem geschlossen werden, daß sich die Bieter neben der Nutzenfunktion (Gewinnmaximierung bzw. hier eher Verlustminimierung) auch an anderen Verhaltensregeln orientieren, die diese Nutzenfunktion überdecken und somit ein Erreichen der optimalen Lösung verhindern. Sie trifft der Fluch des Gewinners.

3 Partnerbezogene Motivation

Eine partnerbezogene Motivation findet man zum Beispiel bei der Interaktion von Wirtschaftssubjekten. Hier kommen interaktive Motivationen (z.B. Reziprozität) zum Tragen und überlagern die sonst üblichen Ansätze, wie beispielsweise den Versuch der Maximierung der Nutzenfunktion.

3.1 Partnerbezogene Motivation am Beispiel von sogenannten Ultimatumspielen

Angenommen es herrscht folgende Situation: Zwei Spieler (*A*, *B*) handeln mit anonymer Interaktion. Das Spiel verläuft folgendermaßen:

- Spieler *A* wählt Aufteilung von *C* DM in (*X*, *C*-*X*)
- *B* kann mit Ja oder Nein antworten
- Falls *B* mit Ja antwortet erhält *A* den Betrag *X* und *B* den Betrag *C*-*X*
- Falls *B* mit Nein antwortet, erhält keiner von beiden etwas

In einer spieltheoretischen Lösung (striktes, perfektes Gleichgewicht) müßte *A* für C = 10DM eine Aufteilung (9,99 $\Leftrightarrow$ 0,01) wählen und *B* die Auszahlung fordern.

In der Realität führt diese Strategie jedoch nicht zum Ziel, da in der Regel zu geringe Geldbeträge zurückgewiesen werden. Dies ist bedingt durch den natürlichen Widerstand gegen Ungerechtigkeit bzw. Ausbeutung seitens des zweiten Spielers. Hier gilt insbesondere das Reziprozitätsprinzip (negative Reziprozität „Wenn Du mir zu wenig abgibst, dann sorge ich dafür, daß Du gar nichts bekommst."). Eine gerechte Lösung wäre die Aufteilung $X = 1/2 \cdot C$ (also 50:50). Wie man in Experimenten festgestellt hat, wird diese Aufteilung in der Regel auch von beiden Partnern angestrebt.

3.2 Investitionsspiel

Wir betrachten ein Beispiel für positive Reziprozität (Berg, Dickhaut, McCabe 1995). Es liege folgende Situation vor: Zwei Spieler (*A*, *B*) spielen mit anonymer Interaktion. Das Spiel verläuft folgendermaßen:

- *A* erhält einen Betrag von 10$
- *A* kann einen Betrag X mit $0 \leq X \leq 10$ an B abgeben
- *B* erhält das dreifache von *X*
- *B* kann einen Betrag Y mit $0 \leq Y \leq 3X$ an *A* zurückgeben
- Auszahlungsregel: *A* erhält (10-*X*+*Y*) und *B* erhält (3*X*-*Y*)

Die spieltheoretische Lösung (teilspielperfektes Gleichgewicht) ergibt, daß *A* an *B* den Betrag 0 abgibt und *B* an *A* den Betrag 0 zurückgibt. Die spieltheoretische Lösung findet in der Praxis jedoch so gut wie keine Anwendung. In fast allen Fällen wurde an *B* etwas abgegeben, in der Regel wurde das Vertrauen von *A* in *B* durch *B* belohnt. Insgesamt war der Erfolg für *A* bei 10$ Einsatz 10.20$, bei 5$ Einsatz 5.17$. Die Spieler gehorchten hier dem Grundsatz: „Wie Du mir, so ich Dir". Wurde dem Spieler *B* ein zu geringes Vertrauen entgegengebracht, so hat B nichts oder weniger zurückgezahlt.

3.3 Reziprozität bei hoher Geldauszahlung

Ziel eines Experiments von Fehr und Tougareva (1995) war es, festzustellen ob die Belohnung von möglicherweise vorhandenem Vertrauen anonymer Arbeitnehmer in anonyme Arbeitgeber von der Höhe der Entlohnung (Auszahlung) abhängig ist. Dieses Experiment wurde unter realen Bedingungen in Rußland durchgeführt, da dort mit relativ geringem finanziellen Aufwand eine vergleichsweise hohe Entlohnung bereitgestellt werden konnte. Es wurden 8 Spiele zu je 10 Perioden durchgeführt, wobei 4 Spiele mit hoher und 4 mit niedriger Auszahlung stattfanden. Es lag folgende Situation vor:

- Betrachtet werden 6 Firmen und 9 Arbeiter
- Jede Firma kann einen Arbeiter beschäftigen
- Die Firmen machen auf einem einseitigen Auktionsmarkt Lohnangebote
- Jeder Arbeiter kann ein Lohnangebot annehmen
- Verträge werden anonym geschlossen
- Die Arbeiter können freiwillig eine Mehrleistung wählen. Dies wirkt sich natürlich negativ auf sie aus (mehr Arbeit für gleiches Geld), zugleich aber sehr positiv auf die Firma (mehr Leistung für gleiche Kosten).
- Die Firmen können nun diese Mehrleistung durch eine höhere Auszahlung belohnen

Wie in Abbildung 2 dargestellt, zeigte sich das Phänomen, daß die freiwilligen Mehrleistungen im Durchschnitt zu weit höheren Löhnen als den Gleichgewichtslöhnen führten, ganz gleich ob es sich um Spiele mit hoher oder niedriger Auszahlung handelte. Über alle Perioden gesehen stieg der Durchschnittslohn sogar an. Der „Vertrauensvorschuß" des Arbeiters wurde tatsächlich belohnt. Hier zeigt sich sehr deutlich die Reziprozität.

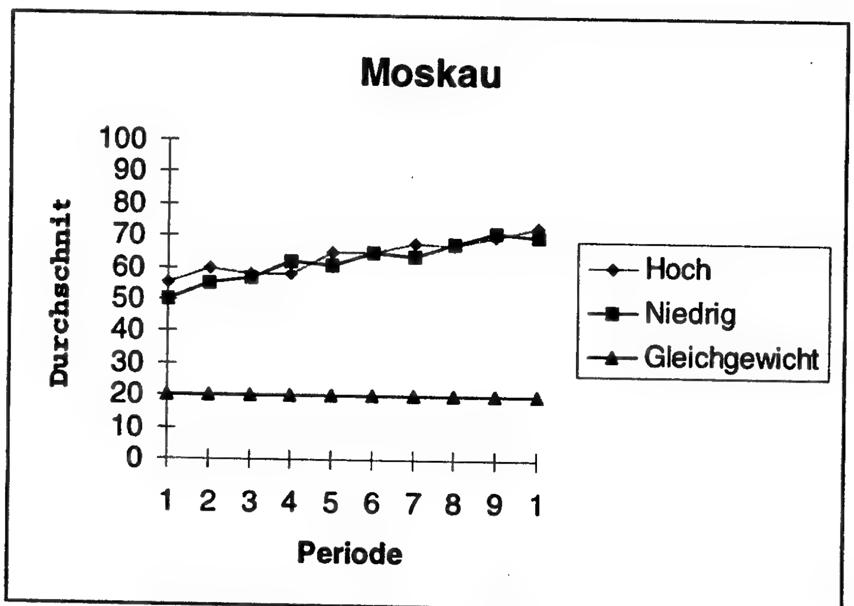


Abbildung 2: Ergebnisse des Versuchs in Moskau

3.4 Minimum-Koordinationsspiel

Mit von Huyck, Bathallia, Beil (1990) betrachten wir ein Spiel, in dem n Spieler (im Beispiel 14 bis 16) über 10 Perioden miteinander spielen. Das Spiel verläuft so, daß jeder Spieler *i* pro Periode ein $X_i : 1 \leq X_i \leq 7$ mit *i*: $1 \leq i \leq$ n geheim wählt. Das Minimum *M* aller gewählten *X* wird ermittelt durch M=min($\{X_i\}$) mit i=1,...,n. Es findet eine periodenweise Auszahlung für jeden Spieler *i* gemäß Tabelle 1 statt. Die Gleichgewichtspunkte liegen auf der Diagonalen. Im Beispiel wurden sieben Spiele mit insgesamt 107 Teilnehmern durchgeführt. Es zeigte sich in der Realität die Tendenz zum *schlechtesten* Gleichgewicht, da sich die Spieler nach unten (d.h. zu den kleineren Zahlen) orientieren.

M X_i	7	6	5	4	3	2	1
7	**1,30**	1,10	0,90	0,70	0,50	0,30	0,10
6	--	**1,20**	1,00	0,80	0,60	0,40	0,20
5	--	--	**1,10**	0,90	0,70	0,50	0,30
4	--	--	--	**1,00**	0,80	0,60	0,40
3	--	--	--	--	**0,90**	0,70	0,50
2	--	--	--	--	--	**0,80**	0,60
1	--	--	--	--	--	--	**0,70**

Tabelle 1: Auszahlungstabelle für das Spiel von Huyck, Bathallia, Beil (1990)

Die geringe Anzahl an Perioden verhindert eine gemeinsame Neuorientierung nach oben. Bei längerer Spieldauer (100+ Perioden) wird sich daher ein bemerkbarer Lerneffekt einstellen.

4 Lerntheorie und Lernmodelle

Eingeschränkt rational handelnde Individuen optimieren nicht von Anfang an (oder auch nie) im Sinne der normativen Theorien; in jedem Fall müssen sie ihr Verhalten erst lernen. Es zeigt sich jedoch, daß durch bestimmtes Lernverhalten eine zumindest näherungsweise Optimierung erreicht werden kann.

4.1 Auszahlungssummen-Lernmodelle

Bei diesen Modellen geht man davon aus, daß sich die Verhaltensweise eines Spielers ohne Vorwissen im Laufe der Spielwiederholungen den Gegebenheiten anpaßt. Langfristig führt dies zu einer annähernden Optimierung, wie folgendes Beispiel von Harley (1981) zeigt:

Es gibt die Alternativen 1,...,*k* in jeder Periode *t* (*t*=1, 2, ...) des Spiels. Es findet eine positive Auszahlung *A*(*t*) statt. Man beginnt mit positiven Anfangswerten $S_1(1),...,S_k(1)$. Die Auszahlungssumme $S_1(t),...,S_k(t)$ ist definiert durch:

$$S_i(t+1) = \begin{cases} S_i(t) + A(t) & \text{falls } i \text{ in } t \text{ gewählt wurde mit } i=1,...,k \\ S_i(t) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Wahrscheinlichkeit für Alternative *i* in *t* ist demnach definiert durch

$$p_i(t) = \frac{S_i(t)}{\sum_i S_i(t)}$$

Eine mögliche Modifikationen bestünde in der Einführung eines Abzinsungsfaktors q ($0<q<1$) für $S_i(t)$.

Eine solche Verhaltensweise paßt sich an die Umwelt an. Allerdings ist dieses in Spielen anders, bei denen mehrere Spieler gleichzeitig lernen. Hier kommt es selten zu einem Gleichgewicht, weil von den gewonnenen Informationen nicht vollständig Gebrauch gemacht wird. Trotzdem stellen sich aber immer wieder gleichgewichtsähnliche Zustände ein.

4.2 Quantal-Gleichgewicht (Quantal-Response-Equilibrium)

Betrachtet wird (McKelvey und Palfrey 1995) folgendes 2-Personenspiel in Normalform:

- $G = (S1,S2,H1,H2)$
- $S1$, $S2$ endliche Mengen reiner Strategie von (1,2).
- $H_i(s_i,s_j)$: Auszahlung von i für s_i aus S_i und s_j aus S_j.
- Gemischte Strategie q_i ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über S_i.
- $H_i(q_i,q_j)$ ist Erwartungswert $H_i(s_i,s_j)$ unter q_i,q_j.

Es ergibt sich folgendes Nash-Gleichgewicht:

$$q^* = (q_i^*, q_j^*) \text{ mit } H_i(q_i^*,q_j^*) = \max_{i=1,\ldots,k} (H_i(q_i,q_j^*)).$$

Für das Quantalgleichgewicht gilt die Formel:

$$q^*(r_i) = \frac{e^{\lambda H_i(r_i,q_j^*)}}{\sum_{s_i \in S_i} e^{\lambda H_i(s_i,q_j^*)}}.$$

Die wichtigste Annahme des Modells ist, daß die Spieler bei der Wahl ihrer Aktion Fehler machen, und zwar umso eher, je weniger bedeutsam die Auszahlungsunterschiede sind. Der Parameter λ ist hierbei ein Maß für die Genauigkeit mit der die Spieler die optimale Aktion wählen. Interessanterweise stellt man fest, daß sich für $\lambda \to \infty$ eine Konvergenz gegen das Nash-Gleichgewicht ergibt, bei wachsendem λ steigt also der Einfluß der optimalen Auszahlung.

In der Praxis zeigt sich zwar anfangs eine Annäherung an das Quantal-Gleichgewicht, jedoch ergibt sich letztendlich eine starke Divergenz zwischen Meßwert und theoretischem Wert, weil λ als konstant angenommen wird, aber in der Praxis ständig wechselt (vgl. O´ Neill 1991). Man kommt zu folgender Bewertung: Das Quantalgleichgewicht hat sich in der Praxis nicht bewährt, weil es, wie man anhand einfacher Beispiele (4x4-Nullsummenspiel) zeigen kann, keine dauerhaft gleichwertigen Ergebnisse erzielt. Dementsprechend findet das Quantalgleichgewicht in der wissenschaftlichen Forschung nur wenig Anwendung.

4.3 Lernrichtungstheorie

Beim Schießen mit Pfeil und Bogen auf ein gegebenes Ziel orientiert sich das Spielerverhalten am Ergebnis der letzten Periode. Hat der Spieler mit dem letzten Schuß rechts vorbei ge-

schossen, so wird er in der nächsten Periode weiter links zielen und umgekehrt. Zur Umsetzung der Erfahrung ist es notwendig, daß der Spieler eine qualitative Vorstellung über die Welt hat (Qualitative Kausalvorstellung): Es werden kausale Rückmeldungen bewertet (Vergangenheitsbewertung). Diese qualitative Kausalvorstellung ist bei der Entwicklung von quantitativen Theorien zu berücksichtigen.

Ein Beispiel aus der Wirtschaftswissenschaft (Selten und Buchta 1998) belegt diesen Zusammenhang (Auktionsspiel mit geschlossenen Geboten). Es werden mehrmals hintereinander Güter versteigert (d.h. der Spieler kann aus Erfolg oder Mißerfolg des letzten Durchganges lernen und beim nächsten Spiel entsprechend anpassen). Aus einem Mißerfolg wird der Spieler schließen, daß sein Gebot zu niedrig war und dementsprechend beim nächsten Mal ein etwas höheres Gebot abgeben. Umgekehrt könnte er aus einem Erfolg schließen, daß sein Gebot unter Umständen zu hoch war; dann wird er beim nächsten Mal ein geringeres Gebot abgeben.

Für die Lernrichtungstheorie (ursprünglich in Selten und Stöcker 1986) liegen zahlreiche Bestätigungen vor. Allgemein läßt sich behaupten, daß eine Parameteränderung in die angezeigte Richtung signifikant häufiger als in die Gegenrichtung stattfindet. Die Lernrichtungstheorie ist zwar eine schwache Theorie, die sich jedoch immer wieder durchsetzt. Hier läßt sich auch die Problematik „Fluch des Gewinners" wiedererkennen: Bei mittleren Geboten wird der Spieler mit etwa gleicher Wahrscheinlichkeit einen Impuls nach oben oder nach unten erfahren, daher erfolgt keine Annäherung an das tatsächliche Optimum sondern alle Spieler, die nach der Lernrichtungstheorie handeln, werden bei einem mittleren Gebot bleiben. Eine Abweichung nach unten erfolgt dann nicht mehr.

Versuche mit Testpersonen und einer Spieldauer von 100 Perioden haben gezeigt, daß, wie oben behauptet, keine Tendenz zur Annäherung an das Optimum vorhanden ist, wobei in Einzelfällen durch einen anderen analytischen Ansatz bei Testpersonen eine Annäherung erfolgt ist.

5 Analyseverhalten

Auch wenn Menschen im allgemeinen nicht vollständig optimieren, denken sie über ihre Handlungsweisen und die dadurch erzielten Ergebnisse nach. Die Betrachtung dieser kognitiven Vorgänge sei als letztes Forschungsfeld der Deskriptiven Spieltheorie vorgestellt.

Im Rahmen eines im Sommersemester 1987 an der Universität Bonn durchgeführten Seminars (Selten et al 1997) wurde ein Experiment durchgeführt, dessen Grundlage ein 20-Perioden-wiederholtes asymmetrisches Mengenduopol mit numerisch spezifizierten linearen Kosten- und Nachfragefunktionen war.

Das Experiment wurde wie folgt durchgeführt:

- Zunächst hatten die Teilnehmer 3 Runden Zeit, um Erfahrung mit dem Programmiersystem und dem Spiel zu sammeln (Spiel gegen 3 anonyme Gegner mit Auswertung).
- Dann wurde von jedem auf Grundlage der gesammelten Erfahrungen ein Strategieprogramm entwickelt.
- Anschließend folgten drei Runden in denen diese Strategieprogramme in Computerturnieren miteinander spielten.

- Im Verlauf wurden den Teilnehmern die Ergebnisse zur Verfügung gestellt. Nach jeder Runde konnten die Strategieprogramme überarbeitet werden.
- Die zur letzten Runde eingereichten Programme waren die Grundlage für die nachfolgende Analyse.

Die gewählten Strategien unterschieden sich wesentlich von den gängigen Theorien (Oligopoltheorie, etc.), denn

- es wurden keinerlei Vorhersagen über das gegnerische Verhalten gemacht, und
- es erfolgt keine Optimierung.

Der Ansatz dieser Strategien lag in der Beeinflussung des Gegner in der Zukunft durch das eigene Verhalten in der Gegenwart.

Die typische Sichtweise des Strategieproblems erforderte von den Spielern zwei Überlegungen:

- Welches kooperative Ziel strebe ich an?
- Wie erreiche ich die Kooperation?

Der dem angestrebten Ziel „Maß für Maß" entsprechenden Politik liegt die folgende Verhaltensregel zugrunde:

- Wird kooperativ geantwortet, so wird weiterhin kooperiert,
- wird nichtkooperativ geantwortet, so wird nicht mehr kooperiert.

Das Verhalten bei Nichtkooperation dient dem Ziel, den Gegner zukünftig wieder zur Kooperation zu bewegen. Im Spiel ergab sich die folgende typische Strategiestruktur:

- Anfangsphase bis zu 4 Runden: Einstieg mit festen Konzessionen
- Hauptphase: „Maß für Maß"- Politik
- Schlußphase bis zu 4 Runden: Nichtkooperatives Verhalten

Der Start mit festen Konzessionen wurde dadurch begründet, daß er ein „Abtasten" des Gegnerverhaltens ermögliche und die Grundlage für den Übergang zur „Maß für Maß" Politik in der Hauptphase schaffe. Wichtig hierbei ist die Existenz eines Kooperationsbereichs, in dem die auf Fairnesskriterien gestützten Idealpunkte liegen. Fehlt dieser Kooperationsbereich, so kommt es automatisch zu Nichtkooperation bedingt durch die unvereinbaren Startpunkte. Das Abweichen von der „Maß für Maß" Politik in den letzten Runden ist durch die Periodenbegrenzung zu erklären. In der Schlußperiode kann keine Einflußnahme auf die Zukunft mehr erfolgen, daher ist ein nichtkooperatives Verhalten die logische Folge. Nun gilt dies aber ebenso für die Periode davor. Daher hätte man erwarten können, daß sich dies in den Vorperioden fortpflanzt. Dies war nicht der Fall. Wann zur Nichtkooperation übergegangen wurde, war individuell verschieden.

Alle Strategien wurden vom „gesunden Menschenverstand" dominiert, da sie auf den persönlichen Erfahrungen der Spieler aus den Vorrunden beruhten.

6 Literatur

Bazerman, M. H,; Samuelson, W. F.: *I won the auction but don't want the prize*. Journal of Conflict Resolution 27, 1983, S. 618-634.

Berg, J.; Mc Cabe, K.; Dickhaut (1995): *Trust, Reciprocity and Social History*. In: Games and Economic Behavior.

Capen, E. C.; Clapp, R. V.; Campbell, W. M.: *Competitive Bidding in High-Risk Situations*. Journal of Petroleum Technology V. 23, 1971, S. 641-653.

Fehr, E.; Tougareva, E.: *Do High Monetary Stakes Remove Reciprocal Fairness?* Experimental Evidence from Russia, Working Papaer. University of Zürich, June 1996.

Harley, C. B.: *Learning the Evolutionarily Stable Strategy*. Journal of Theoretical Biology 89, 1981, S. 611-633.

McKelvey, R. D.; Palfrey, T. R.: *Quantal Response Equilibria for Normal Form Game*. In Games and Economic Behavior 10, 1995, S. 6-38.

O'Neill, B.: *Comments on Brown and Rosenthal's Reexamination*. Econometrica 59, 1991, S. 503-507.

Samuelson, W. F.; Bazerman, M. H.: *The Winner's Curse in Bilateral Negotiations*. In: Research in Experimental Economics, V. I. Smith (Ed.), JAI-Press, Greenwich Conn., Vol. 3, 1985.

Selten, R.; Buchta, T.: *Experimental Sealed Bid First Price Auctions with Directly Observed Bid Functions*. In: Games and Human Behavior: Essays in the Honor of Amnon Rapoport. D. Budesen, I. Frev und R. Zwick (eds.), Lawrenz Erlbaum Associates, Mahwah NT, forthcoming 1998.

Selten, R.; Mitzekewitz, M.; Uhlich, G. R.: *Duopoly Strategies Programmed by Experienced Players*. Econometrica 65.3, 1997, S.517-556.

Selten, R.; Stöcker, R.: *End Behavior in Sequences Of Finite Prisoner´s Dilemma Supergames*. Journal of Economic Behavior and Organization 7, 1986, S. 47-70.

Von Huyck, J.; Bathalia, R.; Beil, R.: *Tactic Coordination Games, Strategic Uncertainty and Coordination Failure*. Amer. Econ. Rev. 80, 1990, 234-248.